
La combinación de un Sistema Experto y Programación Lineal mejora el servicio al cliente en SOQUIMICH Comercial S.A.

Ana María Angel¹,
Luis Alberto Taladriz²,
Richard Weber³

Resumen

Dentro del área de la agricultura, la recomendación de una mezcla correcta de fertilizantes para ser aplicada a diversos suelos, es una tarea compleja y que demanda mucho tiempo. Los expertos en las distintas ramas de esta área describen, vagamente, las relaciones complejas entre los parámetros influyentes como por ejemplo las características de fertilizantes y suelos, clima, los cultivos anteriores y los deseados. Sin embargo, los agricultores esperan recomendaciones rápidas y fiables a bajos costos. Como en muchas otras áreas, la calidad de los productos respectivos se da por sabida, en este caso los fertilizantes. Lo que hace la diferencia entre los proveedores, es la calidad del servicio que ellos ofrecen a sus clientes. Reconociendo este hecho, Soquimich Comercial S.A., empresa filial de Soquimich S.A. para comercialización de fertilizantes, motivó el desarrollo de un programa computacional de recomendación automática de mezclas óptimas de fertilizantes. Dados los diferentes requisitos involucrados en el proceso, se ha desarrollado una herramienta computacional híbrida que usa la tecnología de sistemas expertos y modelos de programación lineal. Esta publicación describe las características de esta herramienta y la experiencia de su uso.

1 SOQUIMICH Comercial, Santiago, Chile

2 SOQUIMICH Comercial, Temuco, Chile

3 Departamento de Ingeniería Industrial, Universidad de Chile

1. Introducción

Soquimich S.A. (en adelante: SQM) es el líder mundial en el negocio de fertilizantes de especialidad, yodo y litio (SQM 1999). Durante 1999, sus ingresos fueron \$493.7 millones de dólares con un 43% en venta de fertilizantes de especialidad en más de 80 países.

En 1998, la compañía tomó varias medidas para disminuir los costos de producción en sus plantas. En 1999, SQM empezó “una nueva etapa en su desarrollo ... con el objetivo de aumentar los volúmenes de ventas en fertilizantes de especialidad” (SQM 1999).

Soquimich Comercial S.A. (en adelante: SQMC), se encarga de la comercialización de los fertilizantes producidos por SQM a lo largo de Chile, y parte de su estrategia comercial la constituye la generación de recomendaciones de fertilización para los agricultores, satisfaciendo los requerimientos de los cultivos en forma rápida, confiable y a bajo costo. El sistema SOQUIEXPERTO presentado en esta publicación, contribuye a esta estrategia comercial y ayuda a los agentes de ventas de SQMC a dar las recomendaciones para el uso apropiado de fertilizantes.

SOQUIEXPERTO es un sistema híbrido que consiste en dos módulos: un sistema experto y un modelo de programación lineal. El sistema experto recomienda las dosis de nutrientes que un agricultor tiene que aplicar al suelo para alcanzar un resultado deseado en cierto cultivo. Basado en estos requerimientos de nutrientes, el modelo de programación lineal determina una mezcla de fertilizantes de mínimo costo.

A continuación, se describe más detalladamente el problema que SQMC enfrentó. Después de esto, se da una descripción de SOQUIEXPERTO y sus dos módulos (el sistema experto y el modelo de programación lineal). Luego, se presentan los beneficios ya generados por SOQUIEXPERTO y se dan ideas para desarrollos futuros.

2. Recomendación de la mezcla correcta de fertilizantes: una tarea compleja.

“SQM produce cuatro principales fertilizantes de especialidad y más de 200 mezclas de fertilizante apropiadas a las necesidades específicas de ciertos tipos de cosechas y de zonas geográficas” (SQM 1999).

En todo el mundo, el consumo de fertilizantes de especialidad ha aumentado rápidamente (SQM 1999), lo que se debe, principalmente, al crecimiento de técnicas agrícolas modernas que permiten aumentar significativamente el rendi-

miento por hectárea, disminuir el consumo de agua y mejorar la calidad de la producción.

El sector agronómico en Chile - como en la mayoría de los países con una infraestructura similar - es altamente competitivo y la buena calidad no es suficiente para aumentar e incluso mantener la participación en el mercado de productos tales como los fertilizantes. Además, existe una gran variedad de fertilizantes con sus características y aporte de nutrientes, lo cual hace difícil para los agentes de ventas de SQMC recomendar la mezcla correcta de éstos al mínimo costo, a sus clientes.

La meta estratégica del aumento de volúmenes de ventas de fertilizantes de especialidad antes mencionada, sólo se puede alcanzar si la compañía es capaz de ofrecer recomendaciones adecuadas y un excelente servicio a sus clientes y, al mismo tiempo, mantener los precios bajos. Estos requisitos llevaron a los siguientes dos problemas:

- Primero, se tienen que determinar las cantidades requeridas de nutrientes para alcanzar un rendimiento deseado para un cultivo específico en un suelo dado. Para tomar esta decisión se requiere información sobre los suelos a sembrar, cultivos anteriores y futuros, rendimiento esperado y región geográfica (VIII, IX o X regiones de Chile).
- Segundo, se debe sugerir una mezcla óptima de los fertilizantes disponibles. La información requerida para esta decisión es: el requerimiento de nutrientes del cultivo, determinado en el paso previo, la descripción técnica de todos los fertilizantes (por ejemplo: contenido de cada nutriente en los fertilizantes), y sus costos.

La figura 1 a continuación muestra la información requerida para las respectivas decisiones.

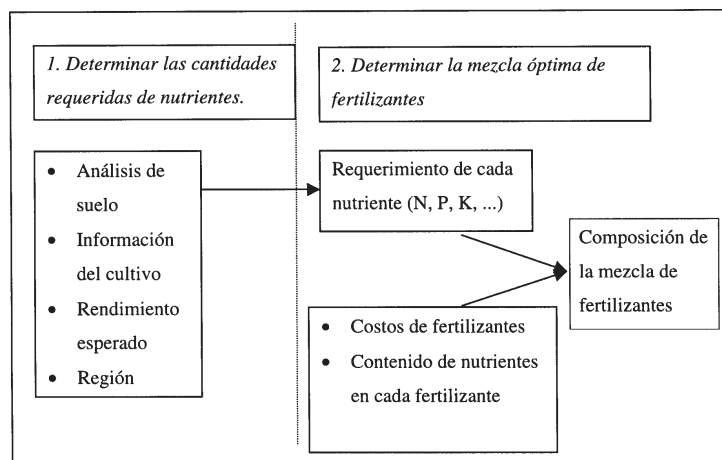


Figura 1: Determinar la mezcla correcta de fertilizantes consiste en dos sub-problemas: determinar los requerimientos de nutrientes y formular la mezcla de fertilizantes de costo mínimo.

Actualmente, SQMC ofrece 18 fertilizantes para cultivos del sur de Chile, cada uno de los cuales se caracteriza por su costo y su contribución de hasta once nutrientes. La tabla 2 en el anexo contiene la información respectiva.

Los agricultores solicitan una recomendación de fertilización a los agrónomos (agentes de ventas) de SQMC, entregando información sobre sus cultivos en años anteriores y cultivos futuros deseados. Además, los agrónomos deben tomar muestras de los suelos a sembrar, las cuales son enviadas a un laboratorio para su análisis químico. Teniendo los resultados respectivos, se pueden determinar los requerimientos de nutrientes para alcanzar el rendimiento esperado, es decir, las cantidades de nitrógeno (N), fósforo (P), potasio (K), etc. que deben aplicarse al suelo.

Conociendo los requerimientos de nutrientes del cultivo, por un lado, y los fertilizantes disponibles (que aportan algunos de esos nutrientes en cierta cantidad), por otro lado, los agrónomos recomiendan una mezcla adecuada para cada consulta, basándose en su conocimiento y experiencia.

El proceso descrito, requiere mucho tiempo y no resulta, necesariamente, en soluciones óptimas. A continuación, se describen más detalladamente estas desventajas de la solución tradicional.

Generar una recomendación de fertilización requiere la determinación de los requerimientos de nutrientes del cultivo, la formulación de la mezcla de fertilizantes y la composición de un informe escrito para ser entregado al agricultor como respuesta a su consulta. Todo el proceso toma normalmente de 1 a 2 horas como promedio. En casos de mayor dificultad y falta de información, los agrónomos de SQMC tienen que recurrir a un experto en fertilidad de suelos, que presta asesorías a SQMC, lo cual provoca una demora mayor en la recomendación. La figura 2 muestra las relaciones que existen entre los agentes involucrados.

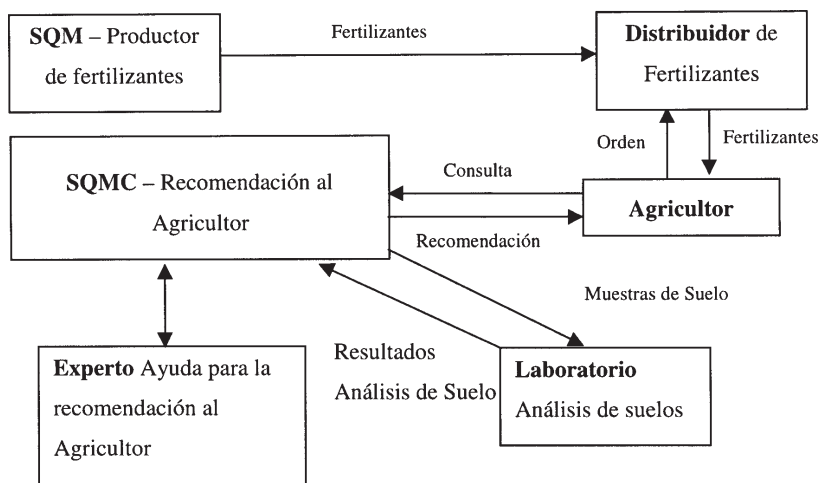


Figura 2: Existen varios agentes involucrados en la generación de las recomendaciones de fertilización.

Debido a razones internas de la empresa, los costos de los productos no son conocidos por los agentes de ventas, por lo cual ellos se han basado en los precios de mercado de los fertilizantes al momento de formular una mezcla, y no en sus costos. El procedimiento de la determinación de la mezcla en forma manual por los agrónomos de SQMC, conlleva a los dos problemas siguientes:

- Primero, las relaciones complejas entre los fertilizantes y el alto número de posibles combinaciones hacen difícil para un ser humano determinar una solución óptima al problema de mezcla. Este hecho, también ha sido experimentado en otras aplicaciones de mezcla; por ejemplo (Rigby et al 1995).
- Segundo, usando los precios de los productos como parámetros se obtiene una solución de mínimo precio, y no de mínimo costo. Como se describe a continuación, SOQUIEXPERTO usa los costos de los fertilizantes como parámetros, accediendo a ellos sin darlos a conocer al agrónomo. Conociendo el costo total de la mezcla, se puede modificar su precio de venta posteriormente, lo que le permitiría a SQMC ofrecer sus productos a precios más bajos.

Sobre todo durante el período de siembra, muchos agricultores consultan a los proveedores de fertilizantes (por ejemplo SQMC) y deciden la compra dependiendo tanto del precio de venta como del servicio que reciben. Durante los períodos de siembra se genera una alta demanda de recomendaciones de fertilización por parte de los agricultores, lo que provoca una demora en la atención de SQMC. Obviamente, la generación de recomendaciones en forma rápida, confiable y a precios competitivos, lleva a una mayor satisfacción de los clientes y por consiguiente tiene el potencial de aumentar la participación de mercado.

3. SOQUIEXPERTO: una herramienta híbrida que genera mezclas óptimas de fertilizantes.

De acuerdo a los dos subproblemas mostrados en la figura 1, se desarrolló una herramienta computacional que consiste en un sistema experto que resuelve el primer sub-problema (la determinación de nutrientes requeridos) y un modelo de programación lineal que resuelve el segundo sub-problema (mezcla de fertilizantes de costo mínimo). A continuación, estos dos sistemas se describen más detalladamente.

El desarrollo del sistema experto mencionado tuvo lugar entre diciembre de 1999 y marzo de 2000. La primera tarea difícil de resolver, fue obtener el conocimiento y experiencia de un experto en fertilización de cultivos de manera de representarlo dentro del sistema experto. Hace un par de años, SQMC había desarrollado un programa computacional para la determinación de los requerimientos de nutrientes, usando técnicas de programación convencional en lugar de un sistema basado en el conocimiento. Igual iniciativa fue llevada a cabo por una empresa de la competencia. Ambos sistemas fallaron, ya que entregaban resultados correctos

sólo en ciertas condiciones, para niveles intermedios de contenido de nutrientes del suelo, pero para niveles altos o bajos se obtenían resultados incorrectos.

Para el desarrollo del sistema experto, se llevó a cabo un proceso de adquisición de conocimiento que consistió en estudiar la teoría existente en los textos (por ejemplo [Pinilla, Taladriz 1999]), realizar entrevistas con el experto, y analizar casos de años anteriores. Las entrevistas fueron grabadas para no sólo capturar lo mencionado, sino que también el conocimiento procesal que normalmente es más difícil describir formalmente (Waterman 1986).

Se desarrolló un primer prototipo del sistema experto capaz de determinar los requerimientos de un cultivo y fue presentado al experto humano. En esta etapa, el experto pudo comprobar que el sistema era amigable para el usuario y generaba buenos resultados. Comprendió además las diferencias básicas entre un sistema basado en el conocimiento y las técnicas de programación convencional, perdiendo las dudas que tuvo inicialmente, y colaboró en el desarrollo de la última versión con una motivación muy alta.

Según el ciclo iterativo de adquisición de conocimiento (ver por ejemplo Puppe 1993), el primer prototipo fue usado durante la siembra de febrero del 2000 y fue mejorado continuamente, usando los casos reales que se presentaban.

Presentando el sistema experto en su etapa intermedia a un grupo de expertos permitió descubrir que ellos tenían algunas discrepancias en la manera de recomendar que se usó. De esta manera, el sistema experto llevó a una discusión intensa entre los expertos que resultó en una mejora del criterio para el proceso de decisión definitivo. Finalmente, los expertos llegaron a un acuerdo que se llevó a cabo en la última versión del sistema experto.

El sistema experto desarrollado finalmente es capaz de generar recomendaciones para 6 tipos de cultivos en las regiones VIII, IX y X de Chile, para lo cual requiere la siguiente información de entrada: cultivo anterior, cultivo deseado, rendimiento anterior, rendimiento esperado, región geográfica, tipo de suelo y análisis químico del suelo. Como salida, el sistema experto determina los requerimientos de cada uno de los nutrientes, es decir, qué cantidad (en kg/ha) de cada nutriente se debería aplicar al suelo para alcanzar el rendimiento esperado. La figura 3 muestra las relaciones entre las variables involucradas en la determinación del requerimiento para el caso del nitrógeno (N).

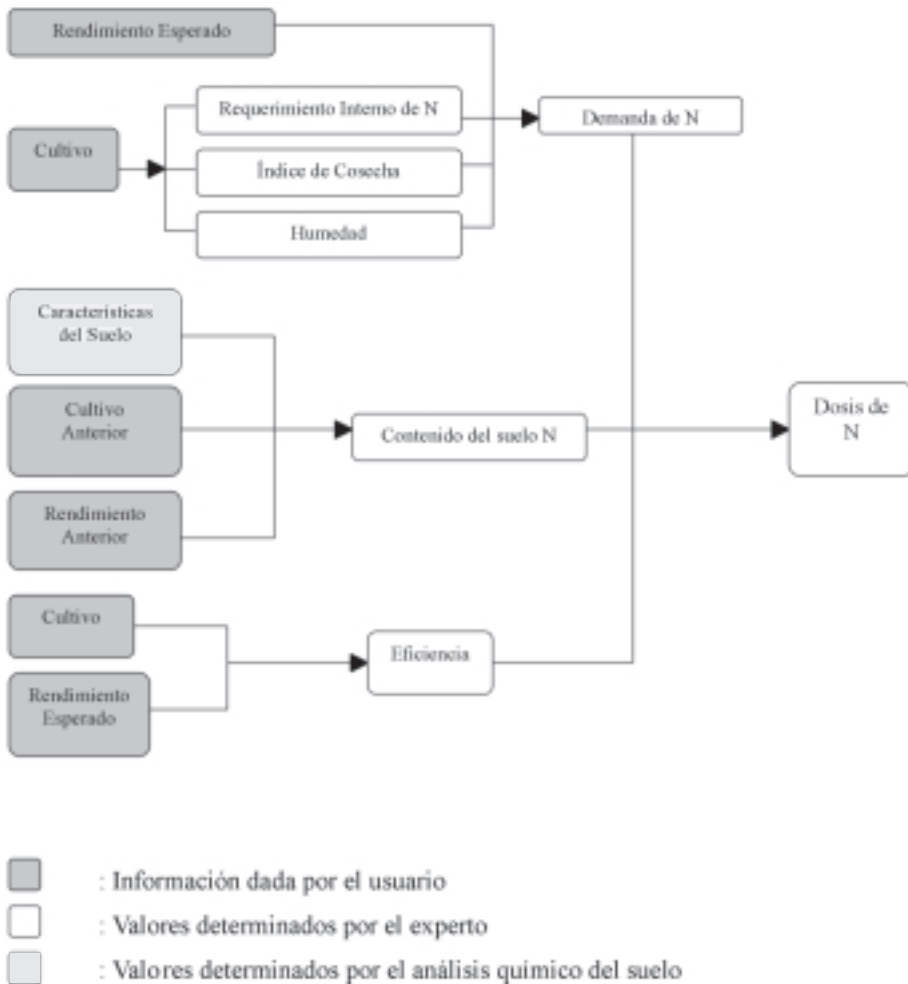


Figura 3: El experto tiene que considerar las complejas relaciones existentes entre las características del suelo, cultivo actual y anterior y rendimiento esperado para generar una recomendación.

Para todos los nutrientes la cantidad (dosis) total requerida está determinada en forma similar al mostrado en la figura 3 para el caso de N. El conocimiento del experto ha sido representado usando reglas del tipo “Si-Entonces” (“If-Then”) (ver por ejemplo Puppe 1993). La base de conocimiento, que contiene toda la información usada por el sistema experto, contiene 297 reglas de este tipo. A continuación se muestran dos reglas a modo de ejemplo:

Si (cultivo = trigo) o (cultivo = avena)
Entonces humedad relativa (H) = 0.15

Si (tipo de suelo = rojo arcilloso) y (cultivo anterior = cereal) y (rendimiento anterior < 60)
Entonces suministro de N = 50

Se usó una shell de sistemas expertos para adquirir, estructurar, modificar, y aplicar el conocimiento experto usado. (Morrison et al. 1991).

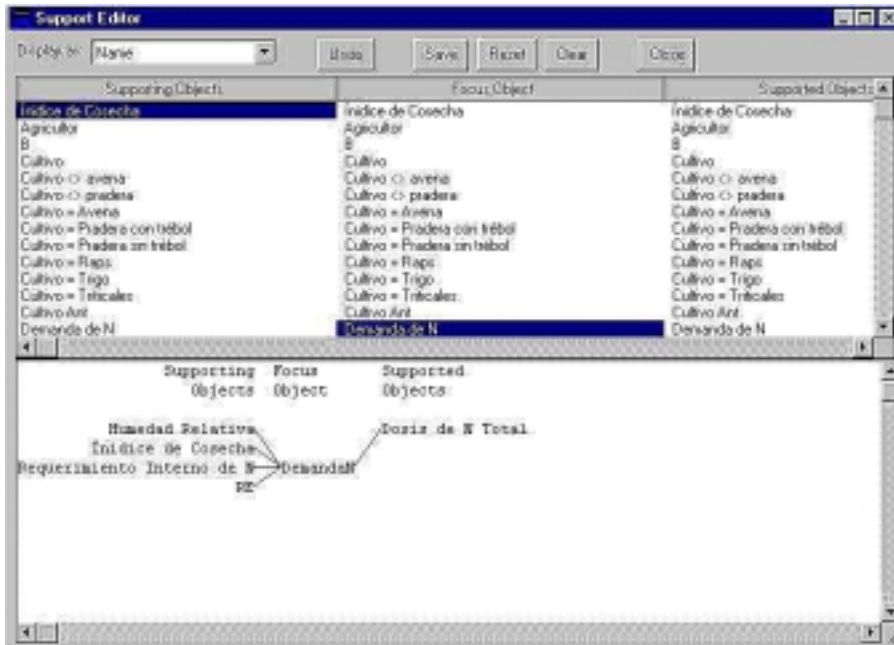


Figura 4: La ingeniería de conocimiento fue apoyada por un programa computacional amigable, compuesto por módulos para adquirir, estructurar, modificar y aplicar el conocimiento del experto.

Un estudio de sistemas expertos operacionales reveló, que muchos de esos sistemas podrían reducir drásticamente el tiempo necesario para resolver las tareas complejas y también ofrecer beneficios no cuantificables, como la satisfacción del cliente, la calidad mejorada de productos y servicios, y la toma de decisiones en forma exacta y consistente (Eom 1996, p. 50). Estas son, también, las ventajas obtenidas aplicando el sistema experto descrito anteriormente.

Para resolver el segundo sub-problema (la determinación de la mezcla de fertilizantes óptima), desarrollamos un modelo de programación lineal que usa como información de entrada las cantidades requeridas de los nutrientes determinados por el sistema experto. Además, el modelo matemático contiene las restricciones para asegurar los siguientes requisitos para la solución propuesta:

- La mezcla tiene que contener las cantidades exactas de N, P, K, B y Zn requeridas por el cultivo (restricciones 1-5 en el anexo).
- La mezcla tiene que contener, al menos, las cantidades determinadas para S y Mg (restricciones 6 y 7 en el anexo).
- La mezcla tiene que contener el porcentaje de N nítrico (NN) determinado por el sistema experto y debe cumplir con las restricciones para P insoluble (PINS) y K libre de Cl (KLCI) determinadas por el usuario (restricciones 8-10 en el anexo).

- Los productos TSP y GUR no se pueden usar simultáneamente. Al mezclarlos se forma una masa que obstruye la máquina que aplica el fertilizante (restricciones 11-13 en el anexo).

Mientras los agrónomos de SQMC deben usar los precios de mercado de los productos para determinar una mezcla, el modelo de programación lineal dentro de SOQUIEXPERTO usa los costos de los fertilizantes como el criterio de minimización en su función objetivo. El modelo de programación lineal toma estos parámetros de una base de datos, dejándolos ocultos para el usuario del sistema. De esta manera, se puede determinar la solución de costo mínimo en lugar de una solución que lleve al precio más bajo.

Usando los dos sistemas descritos anteriormente, desarrollamos SOQUIEXPERTO, una herramienta fácil de usar para el usuario que recomienda mezclas adecuadas de fertilizantes obedeciendo a los requerimientos de los distintos cultivos. No se requiere que los usuarios tengan conocimiento sobre las técnicas usadas. El sistema cuenta con una interfaz gráfica desarrollada en Visual Basic© que facilita la interacción entre el usuario y SOQUIEXPERTO. La figura 5 a continuación muestra la forma en que se integran ambos sistemas:

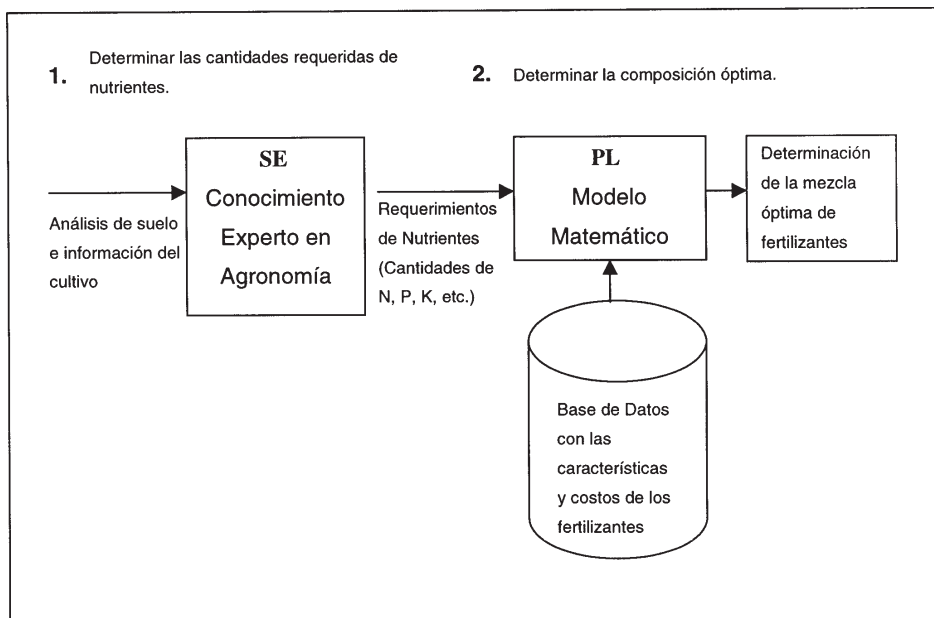


Figura 5: La estructura híbrida de SOQUIEXPERTO combina el conocimiento experto con programación matemática con el fin de recomendar los fertilizantes necesarios a bajo costo.

Las características principales de la herramienta desarrollada son:

- El proceso de adquisición de conocimiento para la determinación de las cantidades requeridas de nutrientes fue mucho más conveniente para el experto involucrado que la construcción de un sistema usando técnicas de programación convencional.

- El conocimiento contenido dentro del sistema experto se puede mantener y actualizar fácilmente.
- El sistema experto que se ha desarrollado para tres regiones geográficas en Chile, puede adaptarse fácilmente a otros ambientes.
- Las cantidades propuestas por el sistema experto son presentadas al usuario y él puede modificarlas si lo desea, antes de obtener la mezcla de fertilizantes.
- Una vez confirmados los requerimientos, se usa un modelo matemático para determinar una mezcla óptima de fertilizantes donde el criterio de minimización es el costo.
- SOQUIEXPERTO lee automáticamente los costos y las características de los fertilizantes desde una base de datos. De esta manera, estos permanecen desconocidos para el usuario, pero pueden usarse para las recomendaciones.
- Un informe estandarizado se genera en forma automática y los resultados se guardan en una base de datos.

La figura 6 muestra una pantalla de SOQUIEXPERTO con los resultados para una aplicación particular.

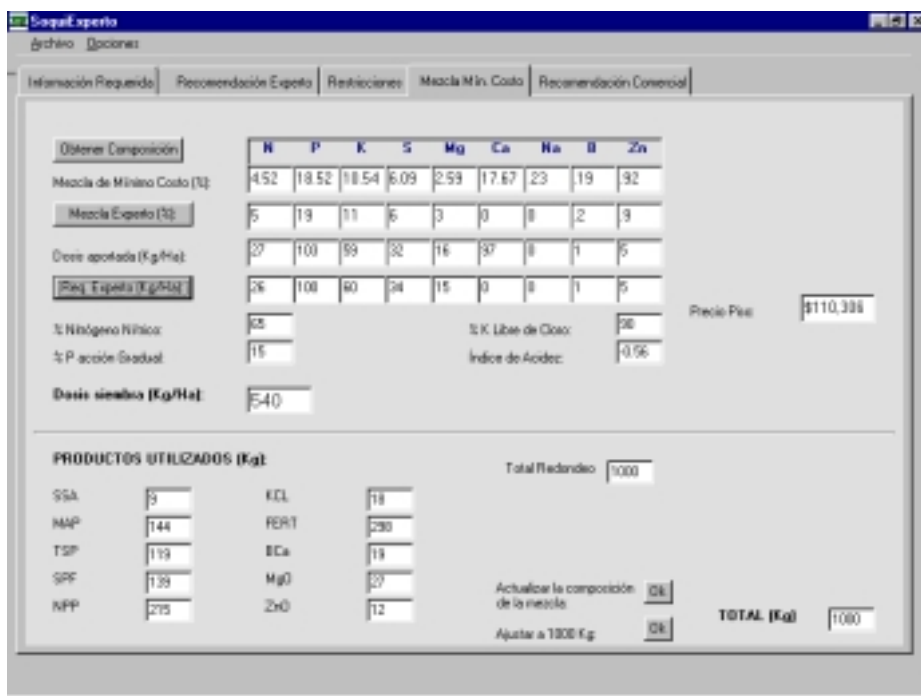


Figura 6: Como resultado final, SOQUIEXPERTO sugiere los productos de SQMC a aplicar y en qué cantidad, el aporte de nutrientes de la mezcla, y el costo total de la misma.

4. La evaluación de SOQUIEXPERTO

El sistema experto desarrollado fue probado usando 40 casos reales de las regiones VIII, IX y X de Chile durante las siembras de febrero del 2000. Cada uno de estos casos corresponde a la consulta de un agricultor y contiene la siguiente información: el cultivo anterior y el deseado, el rendimiento anterior y el esperado, el tipo de suelo, el análisis químico del suelo, y la región geográfica. Como resultado SOQUIEXPERTO determinó para cada uno de estos casos, las cantidades requeridas de los distintos nutrientes.

Los expertos estuvieron satisfechos con las recomendaciones dadas por SOQUIEXPERTO. Además de este juicio cualitativo, se realizaron pruebas estadísticas para evaluar las soluciones cuantitativamente.

Para cada caso de prueba teníamos 7 nutrientes y para cada uno de estos nutrientes, dos valores: la cantidad recomendada por el experto y por el sistema experto. Los errores entre estas dos estimaciones se calcularon como:

$$\frac{\text{Recomendación sistema experto} - \text{Recomendación experto}}{\text{Recomendación sistema experto}} * 100$$

(ver tabla 3 en el anexo).

Formulamos la hipótesis de que estos errores son en promedio igual a cero, y se demostró así para el caso de los nutrientes N, S, B, Zn y N nítrico.

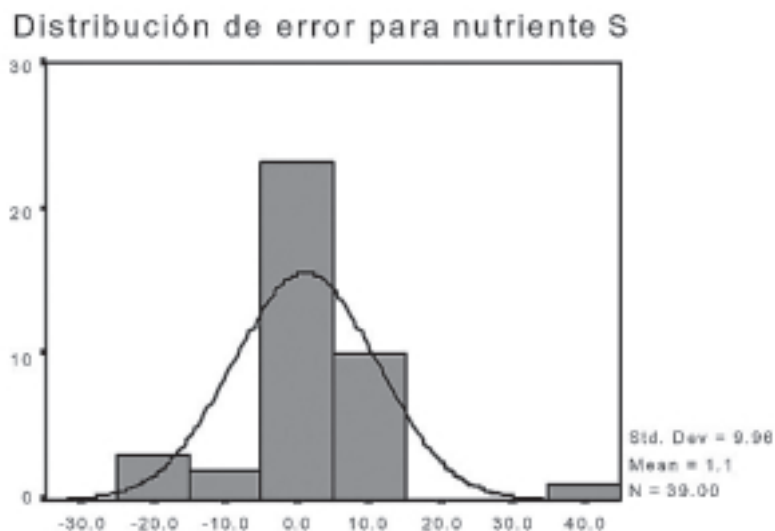


Figura 7: El test realizado muestra que el error promedio no es significativamente distinto de cero para el nutriente S.

Para P, K, y Mg la hipótesis que el error es 0, se rechazó. En todos estos casos el experto usó información adicional (por ejemplo, la información de productos, resultados, fertilización, análisis de suelos de los 4 a 5 años anteriores) que no estaba disponible para el sistema experto. Si el experto humano no contara con este conocimiento adicional el error para los tres casos P, K, y Mg, también no sería significativamente distinto de cero. La integración de reglas para cubrir el conocimiento adicional antes mencionado, es parte de extensiones futuras de SOQUIEXPERTO.

La evaluación del modelo de programación lineal en SOQUIEXPERTO no se pudo realizar directamente, porque los agrónomos de SQMC no conocen los costos de los fertilizantes. En 5 casos de prueba el experto, así como el modelo de Programación Lineal, determinaron la mezcla de productos después de haber fijado las cantidades de nutrientes requeridas previamente. El experto sugirió una mezcla considerando los precios, mientras que el modelo de Programación Lineal determinó una solución de costo mínimo. La tabla 1 muestra los costos de las soluciones y las diferencias respectivas en porcentaje (tomando la solución del modelo de Programación Lineal como base).

	Costo de la solución dada por el experto (en \$/ha)	Costo de la solución usando PL (en \$/ha)	Diferencia (en %)
Caso 1	61.950	56.404	+9,9
Caso 2	55.578	50.799	+9,3
Caso 3	74.812	73.160	+2,3
Caso 4	47.554	45.725	+3,9
Caso 5	90.624	89.680	+1,1

Tabla 1: El modelo de Programación Lineal (PL) reduce los costos totales de las soluciones propuestas.

Reduciendo el costo total de la solución recomendada, SQMC tiene la posibilidad de aumentar sus ganancias vendiendo a los precios previamente establecidos o vender sus fertilizantes a precios más bajos aumentando, así, su participación de mercado.

Sin embargo, la principal ventaja del sistema propuesto, es la reducción del tiempo requerido para generar una recomendación, mejorando el servicio al cliente.

5. Resumen

Describimos a SOQUIEXPERTO como una herramienta híbrida que usa tecnologías de sistemas expertos y de programación lineal para recomendar mezclas de

fertilizantes para cultivos en el sur de Chile. Las pruebas empíricas y la interacción con los expertos han indicado los altos beneficios que ofrece SOQUIEXPERTO.

Su principal ventaja es que ofrece recomendaciones rápidas y de costos mínimos a sus clientes. Esto representa una mejor calidad de servicio que le da la oportunidad a SQMC de aumentar su participación en el mercado de fertilizantes de especialidad.

Usando SOQUIEXPERTO es mucho más fácil para SQMC comparar sus recomendaciones con algunas dadas por sus competidores. Puesto que los precios y características de los productos de la competencia son conocidos, sus recomendaciones a los clientes pueden ser “simuladas” en SOQUIEXPERTO para darle competitividad a las propias recomendaciones.

Último pero no menor, SOQUIEXPERTO ayuda a evitar la contaminación innecesaria, ya que la sobrefertilización es una práctica común en muchos lugares donde los agricultores no tienen acceso a recomendaciones confiables.

Debido a la exitosa aplicación de SOQUIEXPERTO en las regiones del sur de Chile, SQMC ha decidido extender el programa hacia el centro y norte, incluyendo más de 70 cultivos y otras variables usadas en las distintas zonas del país. En el futuro, se espera extender el uso de SOQUIEXPERTO para la red de ventas de SQMC dentro del mundo.

Referencias bibliográficas

- Eom, S. B. 1996, “A Survey of Operational Expert Systems in Business (1980 – 1993)”, *Interfaces*, Vol. 26, No. 5, 50-70
- Morrison I., Schaefer, B.A., Smith, B. 1991, “*Knowledge acquisition: the ACQUIRE® approach*”, Proceedings of the First Semi-Annual Conference in Policy Making and Knowledge Systems. Claremont Graduate School, Claremont, CA, June 20–21, 1991
- Pinilla, H, Taladriz, L. A., 1999, “*Fundamentos de la Fertilización de Cultivos*”, Apuntes de Curso, Facultad de Agronomía, Universidad de la Frontera
- Puppe, F. (1993): *Systematic Introduction to Expert Systems*. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg
- Rigby, B., Lasdon, L. S., Waren, A. D., 1995, “*The Evolution of Texaco’s Blending System: From OMEGA to StarBlend*”, *Interfaces*, Vol. 25, No. 5, 64-83
- SQM 1999, *Annual Report Soquimich*, Santiago, Chile (www.sqm.cl)
- Waterman, D. A. (1986): *A Guide to Expert Systems*. Reading, Massachusetts

Anexo

A-1: Modelo de Programación Matemática para determinar la mezcla óptima de productos.

La Tabla 2 muestra los fertilizantes de SQMC, su contribución de nutrientes y sus costos (los costos se presentan como parámetros, por razones de competitividad de la empresa). La contribución de N se divide entre NH₄ y NO₃, la contribución de P se divide entre P soluble (Psol) y P insoluble (Pins).

Fertilizante	CONTRIBUCIÓN (%)											COSTO (\$/Kg)
	NH4	NO3	Psol	Pins	K	S	Mg	Ca	Na	B	Zn	
SSA	16								26			CSSA
SPO	15				14				18			CSPO
GUR		46										CGUR
CAN 27	13.5	13.5					4	6				CCAN 27
SPN	12.5	12.5							18			CSPN
MAP		11	52			2.3		2.4				CMAP
DAP		18	46									CDAP
TSP			46			1		20				CTSP
SPF			20	20		2		35	0.8			CSPF
NPP	13				44							CNPP
KCl					60							CKCl
SULP					22	22	18					CSULP
FERT						18		33				CFERT
Bca							0.6	13		10		CBCA
MgO							96					CMGO
ZnO											96	CZNO
ZnSO4						19					27	CZNSO4
ATRZ			46			1		20				CATRZ

Tabla 2: SQMC ofrece 18 fertilizantes (mostrados en las filas) los cuales están caracterizados por su contribución de nutrientes y sus costos (presentados en las columnas).

El conjunto de fertilizantes es $I = \{SSA, SPO, GUR, CAN\ 27, SPN, MAP, DAP, TSP, SPF, NPP, KCl, SULP, FERT, Bca, MgO, ZnO, ZnSO_4, ATRZ\}$.

Para $i \in I$ definimos los siguientes parámetros del modelo:

C_i	:	Costo del producto i (\$/Kg)
CNH_4i	:	Contribución de NH_4 del producto i (%)
CNO_3i	:	Contribución de NO_3 del producto i (%)
$CPSOL_i$:	Contribución de Psol del producto i (%)
$CPINS_i$:	Contribución de Pins del producto i (%)
CK_i	:	Contribución de K del producto i (%)
CS_i	:	Contribución de S del producto i (%)
CMg_i	:	Contribución de Mg del producto i (%)
CB_i	:	Contribución de B del producto i (%)
CZn_i	:	Contribución de Zn del producto i (%)

Los siguientes parámetros son los requerimientos de nutrientes, determinados en el primer paso en el proceso de solución del problema.

N_{req}	:	Cantidad de N requerida por el cultivo (Kg/Ha)
P_{req}	:	Cantidad de P requerida por el cultivo (Kg/Ha)
K_{req}	:	Cantidad de K requerida por el cultivo (Kg/Ha)
S_{req}	:	Cantidad de S requerida por el cultivo (Kg/Ha)
Mg_{req}	:	Cantidad de Mg requerida por el cultivo (Kg/Ha)
B_{req}	:	Cantidad de B requerida por el cultivo (Kg/Ha)
Zn_{req}	:	Cantidad de Zn requerida por el cultivo (Kg/Ha)
NN	:	porcentaje de N nítrico requerido por el cultivo
PAG	:	porcentaje de P insoluble requerido por el cultivo
$KLCl$:	porcentaje mínimo de K libre de Cl requerido por el cultivo
$ATRZ$:	Cantidad de Atrizan requerida por la mezcla

Variables de Decisión

X_i	=	Cantidad de producto i (Kg.), $i \in I$
-------	---	---

$$Y_{TSP} = \begin{cases} 1, & \text{si la mezcla contiene TSP} \\ 0, & \text{si no} \end{cases}$$

$$Y_{GUR} = \begin{cases} 1, & \text{si la mezcla contiene GUR} \\ 0, & \text{si no} \end{cases}$$

Función Objetivo

$$\text{Min } \sum_{i \in I} C_i * X_i \quad (\text{Costo de la mezcla por hectárea})$$

Restricciones

1) Cantidad de N requerida:

$$\sum X_i * (CNH4_i + CNO3_i) / 100 = Nreq$$

2) Cantidad de P requerida:

$$\sum X_i * (CPSOL_i + CPINS_i) / 100 = Preq$$

3) Cantidad de K requerida:

$$\sum X_i * CK_i / 100 = Kreq$$

4) Cantidad de B requerida:

$$\sum X_i * CB_i / 100 = Breq$$

5) Cantidad de Zn requerida:

$$\sum X_i * CZn_i / 100 = Znreq$$

6) Cantidad mínima de S requerida:

$$\sum X_i * CS_i / 100 \geq Sreq$$

7) Cantidad mínima de Mg requerida:

$$\sum X_i * CMg_i / 100 \geq M_{greq}$$

8) Porcentaje de N nítrico requerido:

$$\frac{\sum X_i * CNH3_i}{\sum X_i * (CNH3_i + CNO4_i)} * 100 = NN$$

9) Porcentaje de P insoluble requerido:

$$\frac{\sum X_i * CPINS_i}{\sum X_i * (CPSOL_i + CPIS_i)} * 100 = PAG$$

10) Porcentaje mínimo de K libre de Cl requerido:

$$\left(1 - \frac{X_{KCL} * CK_{KCL}}{\sum_{i \in I} X_i * CK_i}\right) * 100 \geq KLCl$$

11) Indicación si la mezcla contiene el fertilizante GUR

$$X_{GUR} \leq M * Y_{GUR} \quad (M \gg 0)$$

12) Indicación si la mezcla contiene el fertilizante TSP

$$X_{TSP} \leq M * Y_{TSP} \quad (M \gg 0)$$

13) GUR y TSP no pueden ser usados simultáneamente

$$Y_{GUR} + Y_{TSP} \leq 1$$

$$X_i \geq 0 \quad \forall i \in I \quad (\text{No negatividad de las variables})$$

$$Y_{GUR} \in \{0, 1\}$$

(Binariedad de las variables)

$$Y_{TSP} \in \{0, 1\}$$

A-2: Evaluación del sistema propuesto

Caso	ERROR (%)							
	N	P	K	S	Mg	B	Zn	N nítrico
1	-3.57	2.04	11.11	0.00	50.00	0.00	0.00	0.00
2	-3.57	0.84	8.70	—1)	-6.25	0.00	0.00	0.00
3	-3.57	0.00	15.38	0.00	13.64	0.00	-28.57	0.00
4	-3.57	23.46	7.14	-5.00	-6.25	0.00	0.00	-4.62
5	-3.70	4.17	17.65	9.09	11.11	0.00	0.00	0.00
6	-3.57	3.31	15.38	-7.69	-9.09	0.00	-16.67	0.00
7	-10.71	2.15	15.38	0.00	-9.09	0.00	0.00	0.00
8	5.00	0.00	9.38	0.00	—1)	0.00	0.00	0.00
9	-10.00	-2.91	9.38	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
10	0.00	0.00	20.00	0.00	-6.67	0.00	0.00	0.00
11	-8.33	-1.04	-5.00	0.00	-12.50	0.00	0.00	0.00
12	10.00	7.14	-5.00	11.11	0.00	0.00	0.00	-1.25
13	-3.57	0.00	0.00	-5.00	11.11	0.00	0.00	0.00
14	4.00	10.00	0.00	-25.00	-6.25	0.00	0.00	0.00
15	-7.14	26.67	0.00	-16.67	11.11	0.00	0.00	-1.25
16	14.29	21.62	-12.50	0.00	—1)	0.00	0.00	6.25
17	0.00	0.00	-6.67	5.56	0.00	0.00	0.00	0.00
18	0.00	10.12	0.00	0.00	-16.67	—1)	0.00	2.86
19	0.00	0.00	20.69	9.09	0.00	—1)	0.00	-9.09
20	-11.54	8.70	0.00	5.56	0.00	0.00	—1)	0.00
21	-10.00	5.26	12.00	10.00	0.00	0.00	0.00	0.00
22	-10.00	0.00	-1.96	0.00	7.14	0.00	0.00	0.00
23	-6.67	7.14	-3.85	5.26	0.00	0.00	0.00	0.00
24	-3.33	4.17	15.38	0.00	0.00	50.00	0.00	0.00
25	0.00	4.55	4.17	-16.67	42.86	0.00	0.00	0.00
26	-3.70	0.53	5.26	0.00	11.11	0.00	0.00	0.00
27	-3.70	2.56	-2.78	13.64	0.00	0.00	0.00	0.00
28	0.00	-2.12	5.88	-9.09	11.11	0.00	0.00	0.00
29	4.55	-0.86	-2.78	0.00	12.50	0.00	0.00	0.00
30	0.00	4.08	-1.43	0.00	6.67	0.00	0.00	1.67
31	0.00	6.25	-6.67	0.00	6.67	0.00	0.00	8.57
32	4.00	5.56	6.25	0.00	-6.67	-33.33	0.00	4.00
33	4.00	3.66	22.22	40.00	-6.67	0.00	0.00	0.00

34	8.33	5.41	8.33	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
35	-3.57	1.06	11.11	6.45	25.00	-33.33	0.00	0.00
36	0.00	11.11	4.17	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
37	0.00	11.76	11.11	11.76	13.64	0.00	0.00	0.00
38	-3.85	0.84	7.14	0.00	13.64	0.00	-20.00	5.26
39	7.14	4.35	-6.25	0.00	7.14	0.00	0.00	-5.00
40	-3.70	4.55	14.29	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Promedio	-1.50	4.90	5.57	1.09	4.43	-0.44	-1.67	0.19
----------	--------------	-------------	-------------	-------------	-------------	--------------	--------------	-------------

Des. Est.	5.80	6.61	8.75	9.96	13.34	11.29	6.04	2.76
-----------	-------------	-------------	-------------	-------------	--------------	--------------	-------------	-------------

Tabla 3: Para 40 pruebas en casos reales se muestra el error entre las recomendaciones dadas por el experto humano y por el sistema experto.

El error usado en la tabla de arriba se define como:

$$\frac{\text{Recomedación sistema experto} - \text{Recomendación experto}}{\text{Recomendación sistema experto}} * 100$$

1) En estos casos la recomendación del sistema experto es = 0.