



Roberto Cominetti
"Iterations of non-expansive maps and sums of Bernoullis"

La teoría de punto fijo es una de las herramientas matemáticas más útiles para formular y resolver diversos modelos en las ciencias y la ingeniería. Para el caso de operadores contractantes la teoría es simple y completamente resuelta gracias a las iteraciones de Banach-Picard. Sin embargo, cuando el operador es solamente no-expansivo, los resultados son mucho menos satisfactorios y la teoría es aún incompleta. Tales operadores no-expansivos aparecen de forma natural en varios contextos de la ingeniería tales como el procesamiento de señales, la reconstrucción de imágenes o el estudio del equilibrio de tráfico. Ellos son también centrales en la teoría de semigrupos no lineales, así como en el estudio del operador de Shapley para juegos repetidos. Estos pocos ejemplos ilustran la variedad de contextos y aplicaciones en que los operadores no-expansivos juegan un rol relevante.

Una familia bien conocida de métodos iterativos para calcular puntos fijos de operadores no-expansivos es la iteración de Krasnoselskii-Mann. En esta propuesta consideramos varios problemas relacionados con la convergencia de esta iteración y específicamente su regularidad asintótica. Para ello exploraremos una serie de preguntas que surgen de un resultado reciente obtenido con algunos colaboradores, el cual resuelve la conjetura de Baillon-Bruck y establece una estimación métrica explícita

para la tasa de convergencia. Este resultado se basa en una conexión inesperada entre la iteración de punto fijo y los paseos aleatorios sobre los números enteros, conexión que merece ser mejor comprendida.

Un primer conjunto de preguntas tiene que ver con la determinación de las constantes óptimas que caracterizan la tasa de convergencia de la iteración de Krasnoselskii-Mann, tanto para operadores no-lineales como para mapeos afines. Un segundo aspecto que planeamos abordar es en qué medida estas tasas se mantienen cuando el operador sólo se puede calcular de forma aproximada con una cierta precisión, o cuando está sujeto a perturbaciones aleatorias como en el contexto de algoritmos de aproximación estocástica. Resolver estas preguntas es fundamental para aplicar estos resultados en problemas de ingeniería tales como el modelamiento de la conducta adaptativa de los usuarios de una red de transporte o el estudio de la estabilidad de protocolos TCP/ IP en la Internet. Estas dos aplicaciones servirán como banco de pruebas para testear los desarrollos teóricos. Junto con esto, se considerará una serie de extensiones para el caso de operadores definidos sobre dominios no acotados, así como la extensión a espacios métricos hiperbólicos.