

3. Buitelaar, R., "Elaboración de una Propuesta Estratégica de Trabajo para la Configuración competitiva Sistémica en torno a la minería en la Segunda Región de Antofagasta", Informe final, Convenio Gobierno Regional - CEPAL, noviembre 2001.
4. CESCO, Innovación tecnológica en la Minería en Chile. Lecciones a partir de estudios de casos, Centro de Estudios del Cobre y la Minería-IDRC, 1990.
5. CORFO, "Desarrollo de un complejo Industrial y de Servicios en torno a la minería en la II Región de Antofagasta", 2002.
6. Corporación Educacional ORT, 'Diseño de un establecimiento de Formación Técnico-Industrial en la II Región. Informe Final', Santiago, 1995.
7. Epstein, R., Morales, R., Serón, J., Weintraub, A., "Use of OR Systems in the Chilean Forest Industry", Interfaces, January, 1999.
8. Duhart, J., Desarrollo de la Industria de Bienes de Capital para la Gran Minería del Cobre, tesis para optar al grado de Magíster en Ciencias de la Ingeniería, Departamento de Ingeniería Industrial, U. de Chile, 1991.
9. Minería Escondida, Memoria 2002.
10. OECD, Boosting Innovation. The Cluster approach, OECD Proceedings, 1999.
11. Porter, M., "Clusters and the New Economics of Competition", Harvard Business Review, Nov-Dec, 1998.
12. Putnam, R., Bowling Alone: The Collapse and Revival of American Community. New York: Simon & Schuster, 2000.
13. Revista Minería Chilena, "Chile, el mejor lugar para invertir" (editorial), Nº 260, febrero 2003.
14. _____, "Komatsu piensa en Chile como plataforma regional de negocios", Nº 260, febrero 2003.
15. _____, "Ingenieros de Minas analizan Cluster en 53ª Convención", Nº 257, noviembre 2002.
16. _____, "Queremos que el bienestar de hoy no empobrezca las generaciones futuras", entrevista a Fernando Rivas, Presidente de la Asociación de Industriales de Antofagasta (AIA), Nº 256, octubre 2002.
17. Rouvinen, P. and P. Ylä-Anttila, Finnish Cluster Studies and New Industrial Policy Making, en OECD, Boosting Innovation. The Cluster approach, OECD Proceedings, 1999.

UNA NUEVA METODOLOGÍA PARA LA EVALUACIÓN DE PROYECTOS DE INVERSIÓN: LAS OPCIONES REALES

EDUARDO CONTRERAS
VIVIANA FERNÁNDEZ

Resumen

La metodología de las opciones reales consiste en la evaluación de proyectos de inversión que involucran algún grado de flexibilidad operacional, tales como la explotación de minas o pozos petrolíferos, la inversión en investigación y desarrollo, entre otros. En efecto, aquellos proyectos que involucran algún grado de flexibilidad futura no pueden ser evaluados correctamente con las reglas del valor presente neto (VPN) o de la tasa interna de retorno (TIR). La regla del VPN es óptima cuando la oportunidad de inversión es del tipo "ahora o nunca", o cuando el proyecto de inversión es completamente reversible.

Si las flexibilidades futuras son aprovechadas, el VPN subestima el valor del proyecto. Lo anterior hace que el método de opciones reales resulte particularmente relevante para aquellos proyectos que arrojen VPN cercanos a cero. En casos como éste, la valoración por opciones reales permite evitar el error de descartar proyectos rentables.

El artículo tiene como objetivo hacer una revisión de la literatura más reciente en el tema de opciones reales, así como analizar algunos casos de aplicación de la

Departamento de Ingeniería Civil Industrial (DII), Universidad de Chile. Eduardo Contreras (econtrer@dii.uchile.cl) pertenece al Centro de Gestión (CEGES), mientras que Viviana Fernández (vfernand@dii.uchile.cl) al CEGES y Centro de Economía Aplicada (CEA), ambos del DII.

metodología en Chile. Los ejemplos cubiertos hacen referencia a la flexibilidad de los procesos productivos mineros, entre otros.

1 Introducción

El método de opciones reales es la extensión de la teoría de opciones financieras a las opciones sobre activos reales (no financieros). Mientras que las opciones financieras se detallan en el contrato, las opciones reales objeto de las inversiones estratégicas deben ser identificadas y especificadas. Ejemplos de opciones reales son la explotación de minas o pozos petroleros, los contratos de arriendo, el diseño de un nuevo producto y la inversión en investigación y desarrollo, entre otros.

Este nuevo método de evaluación de proyectos ha subsanado las falencias que presenta la herramienta convencional de flujos de caja actualizados. En efecto, aquellos proyectos que involucran algún grado de flexibilidad futura, no pueden ser evaluados correctamente con las técnicas tradicionales del valor presente neto (VPN) o de la tasa interna de retorno (TIR). La regla del VPN es óptima cuando la oportunidad de inversión es del tipo "ahora o nunca", o cuando el proyecto de inversión es completamente reversible.

En la práctica, sin embargo, pocas inversiones son del tipo "ahora o nunca". No sólo porque los inversionistas tienen el derecho a decidir si invertir o no, sino porque además tienen el derecho a decidir cuándo hacerlo en un nuevo proyecto. Este segundo derecho, por lo tanto, es una opción a retrasar la inversión y es una alternativa real, a diferencia de una alternativa financiera (americana).

La metodología de las opciones reales no se limita únicamente a determinar el momento óptimo de invertir, sino que además permite cuantificar la flexibilidad de adaptar el proceso productivo a sucesos inesperados, tales como la aparición de nuevos competidores y el desarrollo de nuevas tecnologías. Una vez recibida la nueva información, la gerencia de la empresa puede decidir expandir, contraer o alterar las distintas etapas del proceso productivo o, simplemente, dejar de operar. En general, el valor de la flexibilidad será mayor cuanto más probable sea recibir nueva información, y cuando se pueda responder apropiadamente a ella.

Si bien la teoría de las opciones reales cuenta ya con unos 25 años de edad (véase, por ejemplo, Trigeorgis, 1996, para un resumen del estado del arte), sólo a partir de mediados de la década de 1980 la investigación empírica en esta área ha tenido un mayor desarrollo. Véase, por ejemplo, Brennan y. Schwartz (1985); McDonald y Siegel (1986); Paddock, Siegel y Smith (1988); Quigg (1993) y Tufano (1998).

En un estudio reciente, Moel y Tufano (2000) examinaron las decisiones de apertura y cierre de minas de oro. Su base de datos consideró a 285 minas de ese metal explotadas en Norteamérica en el período 1988-1997. Entre sus hallazgos, se encuentra que la probabilidad de apertura de una mina está relacionada a factores de mercado (nivel y volatilidad del precio de mercado del oro y nivel de las tasas de interés) y específicos de la mina (costos fijos y variables y nivel de reservas).

Asimismo, los autores descubrieron que la decisión de cierre de una mina se relaciona directamente con la gestión de la empresa que la explota. En particular, la rentabilidad de otras minas explotadas por la empresa y de otros negocios ligados a ésta será gravitante en la decisión de cierre.

En el área de la tecnología, Schwartz y Moon (2001) utilizaron las técnicas de las opciones reales para valorizar la empresa de Internet "eBay". En particular, desarrollaron un modelo que incorpora la incertidumbre en los costos y los efectos tributarios de la depreciación. Asimismo, utilizaron la volatilidad del precio de la acción y su beta para inferir un parámetro razonable para la tasa de crecimiento de las ganancias. Los autores señalan que esta clase de modelo se puede aplicar a cualquier empresa de alto crecimiento.

Como se aprecia, la metodología de las opciones reales proporciona un marco analítico para evaluar correctamente los proyectos de inversión que involucran algún grado de flexibilidad en su fecha de iniciación, proceso productivo y eventual cierre. Ésta ha cobrado particular popularidad en el área de los recursos naturales. En los últimos años, sin embargo, las opciones reales también han sido utilizadas para analizar el desarrollo de patentes de invención, la decisión de transar acciones en la bolsa y la determinación de introducir nuevos productos o procesos productivos, entre otras muchas aplicaciones.

2 El valor de la flexibilidad y las opciones reales: conceptos preliminares

En el marco de la teoría de opciones, el valor de la flexibilidad futura es mayor en entornos más inciertos. Por ejemplo, una tasa de interés alta y una fecha de puesta en marcha lejana en el tiempo (cuando es posible aplazar la inversión) no reducen necesariamente el valor de un proyecto de inversión. Incrementos en estas variables reducen el valor presente neto estático de un proyecto, pero pueden aumentar el valor de la opción del proyecto (valor de la flexibilidad). Ello se ilustra en el Gráfico 1:

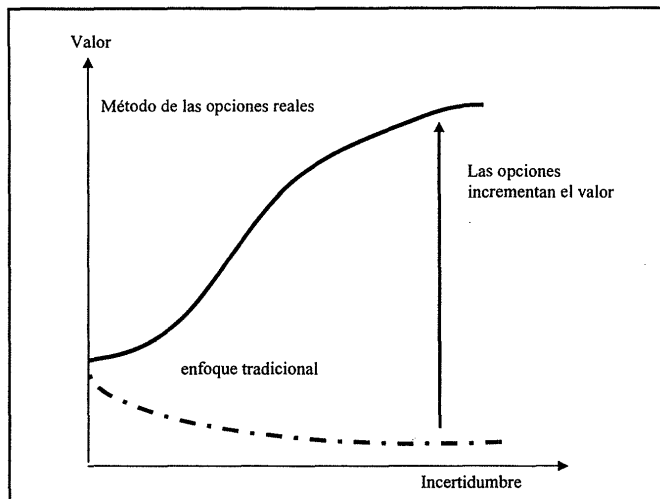


Gráfico 1: La incertidumbre agrega valor

Fuente: Amram y Kulatilaka (1999)

Las opciones reales se pueden dividir en seis tipos generales: (1) opciones de crecimiento; (2) opción de expandir la escala; (3) opción de esperar; (4) opción de cambiar los insumos, productos o procesos productivos; (5) la opción de contraer la escala; (6) opción de abandono.

Las opciones de abandono son importantes en empresas intensivas en capital, en las cuales es deseable contar con la flexibilidad suficiente para capturar algún valor de reventa de los activos, en caso de que éstos se vuelvan menos valiosos para la empresa. Asimismo, la opción de cierre es altamente valiosa para las empresas con altos costos variables. La opción de contraer o expandir, en tanto, es una forma flexible de tratar con una demanda cambiante. Ejemplos son la habilidad de reducir la tasa a la cual es extraído un mineral y la facilidad para agregar temporalmente turnos extras en una empresa.

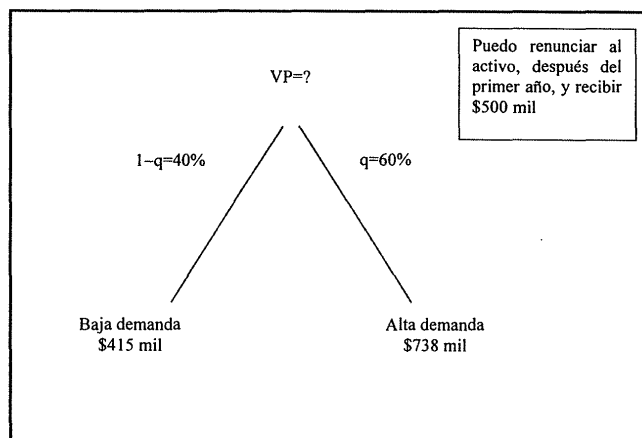
La opción de cambio involucra la habilidad para alterar la mezcla de productos, la flexibilidad en el uso de la tierra (por ejemplo, cambiar cultivos agrícolas), la habilidad para cambiar insumos en respuesta a cambios en precios, entre otros. A su vez, la opción de esperar (adelantar o retrasar) es valiosa en todas aquellas actividades en que la inversión necesaria para comenzar a operar es

irreversible. Por último, las opciones de crecimiento involucran la expansión de un negocio para desarrollar productos derivados. Por ejemplo, una empresa que fabrica esquís puede desear expandir su negocio a la producción de botas de esquiar.

2.1 Un par de ejemplos ilustrativos

Veamos un par de ejemplos esquemáticos sobre las opciones de abandono y de espera.

a) Opción de abandono:



El valor esperado del flujo de caja en $t=1$ viene dado por:

$$E(FC) = \text{Pr}(\text{alta demanda}) * \$738 + \text{Pr}(\text{baja demanda}) * \$415 = \$609 \text{ mil.}$$

Si la tasa de descuento es 10%, entonces $VP = \$609 / 1.1 = \553 mil.

Pero, si el proyecto no es exitoso el primer año, es mejor abandonar y recibir \$500 mil. ¿Cuál es el valor de la opción? Nos encontramos frente a una *put* (opción de venta) con vencimiento en 1 año, con un precio de ejercicio de \$500 mil y donde el valor presente del activo subyacente es \$553 mil. Suponemos que la tasa libre de riesgo es 5% por período.

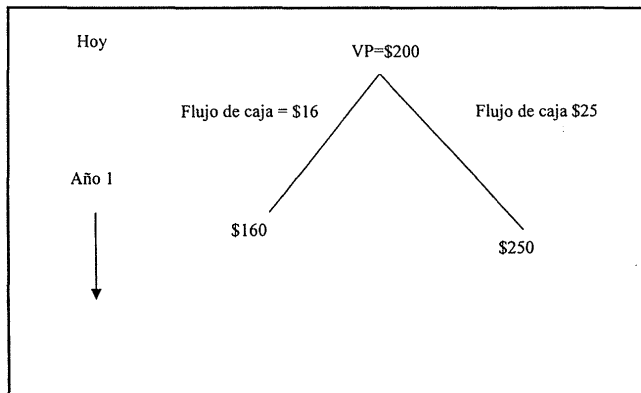
Además, de lo anterior, sabemos que el valor del activo puede aumentar en 33% ($=738/553-1$) o caer en 25% ($=415/553-1$). Por otra parte, en un mundo neutral al riesgo los inversionistas exigen como retorno la tasa libre de riesgo. Por tanto, si p representa la probabilidad de alta demanda en un mundo neutral al riesgo, se tiene que: $p*0.33+(1-p)*(-0.25)=0.05 \Rightarrow p=0.52$

Si enfrentamos el evento de alta demanda, la opción de abandono vale cero. En tanto, si el proyecto es un fracaso, podemos venderlo y ahorrar \$85 mil ($=\$500 \text{ mil} - \415 mil). De ello, $E(\text{opción})=p*0+(1-p)*85=0.52*0+0.48*85=\41 mil y el valor presente de la opción de abandono $=\$41/1.05=\39 mil .

Por lo tanto, el proyecto vale $=\$553 \text{ mil} + \$39 \text{ mil} = \$592 \text{ mil}$.

b) Opción de esperar

La oportunidad de invertir en un proyecto con $VPN > 0$ equivale a una opción de compra en el dinero (*"in-the-money"*). El momento óptimo para invertir es aquel en que ejercemos la opción en el momento apropiado. Si el proyecto es bueno, esperar para invertir puede implicar una pérdida de flujos de caja altos y próximos en el tiempo. Si el proyecto es malo, esperar puede ahorrarnos una mala decisión. Ello se ilustra en el Gráfico 2. Supongamos los siguientes flujos de caja:



Esto es, el valor presente del proyecto es \$200. Si la demanda cae el año 1, el flujo de caja es \$16 y el valor del proyecto cae a \$160. Si la demanda es alta en un año más, el flujo de caja es \$25 y el valor del proyecto aumenta a \$250. Aunque el proyecto dura indefinidamente, supongamos que podemos retrasar la decisión de invertir en 1 año. Al invertir este año, podemos ganar \$16 o \$25 en flujos de caja. Al posponer la inversión, sacrificamos dichos flujos de caja, pero ganamos en información.

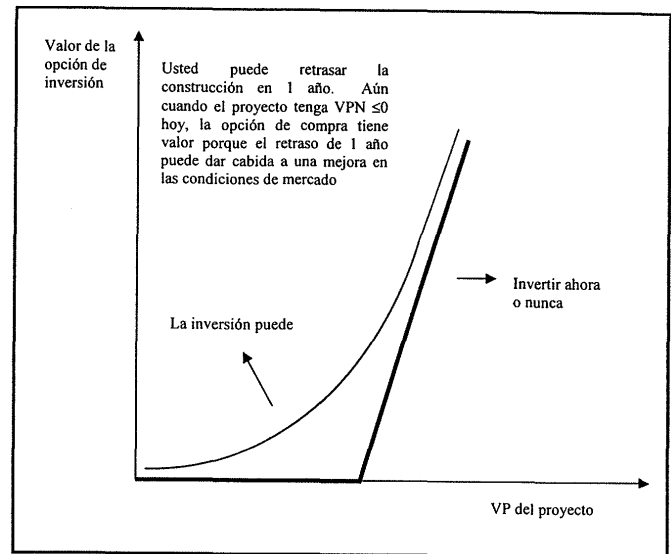


Gráfico 2: Valor de espera

Aplicando una lógica similar a la del caso anterior, obtenemos que la probabilidad libre de riesgo puede obtenerse de la ecuación $E(r)=p*0.375 + (1-p)*(-0.12)=0.05$, lo cual implica que $p = 0.343$.

Supongamos que la inversión inicial es \$180. Por lo tanto, tenemos una opción de compra con un precio de ejercicio de \$180. Si la demanda cae, el precio de la opción es 0. Si la demanda aumenta, el valor de la opción es $=\$250 - \$180 = \$70$. En consecuencia, el valor corriente de la opción (abierta) es $= (0.343*70 + 0.657*0)/1.05 = \22.9 millones . Vale sólo \$20 millones si la ejercemos hoy ($=\$200 - \180). Por lo tanto, aun cuando el proyecto tenga $VPN > 0$, no deberíamos invertir ahora. Una estrategia superior es esperar.

2.2 La elección de tamaño óptimo de un portafolio de proyectos de inversión

En esta sección, presentamos un ejemplo un poco más complejo que ilustra la elección del tamaño óptimo de un conjunto de proyectos. Dicha elección equivale a

seleccionar de manera óptima un portafolio de activos reales (en vez de financieros). Específicamente, se cuenta con la flexibilidad para escoger cuánto dinero invertir en cada proyecto, dada una cierta restricción presupuestaria total.

Las cuatro proyectos bajo consideración se describen a continuación:

Indicador	Proyecto A	Proyecto B	Proyecto C	Proyecto D
VPN	\$1842.9	\$1842.9	\$1628.4	\$778.1
TIR	48.0%	48.0%	26.3%	21.2%
Tasa de descuento	12%	12%	15%	20%
Valor terminal descontado	\$1296.4	\$1296.4	\$ 1379.6	\$752.7
Valor terminal/VPN	0.70	0.70	0.85	0.97

Cuadro 1: Indicadores de cada proyecto

	Proyecto A	Proyecto B	Proyecto C	Proyecto D
Distribución ingresos	LN(1200,400)	LN(1200,400)	LN(1200, 600)	LN(1200,200)
Distribución crecimiento ingresos	N(10,3)	N(17,9)	U(9,11)	Triangular a=8, b=10, c=14

Cuadro 2: Aleatoriedad de los ingresos de cada proyecto

donde LN, N, U indican lognormal, normal y uniforme, respectivamente.¹ Tal como se explicita en el Cuadro 2, la fuente de aleatoriedad de cada proyecto proviene de la distribución de los ingresos y de la tasa de crecimiento de éstos.

El Cuadro 3 presenta los flujos de caja base de cada proyecto. A partir de éstos y de la información proporcionada anteriormente, podemos simular diversos escenarios para cada proyecto. Dicha información nos permite determinar el riesgo asociado a los flujos de caja de cada uno de ellos.

¹ Las distribuciones escogidas se pueden caracterizar de la siguiente manera. Si $\ln(X) \sim N(\mu, \sigma^2)$, entonces X es LN(μ, σ^2). La distribución triangular queda definida por tres parámetros: el mínimo, a; el máximo, b; y el valor más probable, c. Por último, la distribución uniforme se caracteriza por el hecho de que los resultados entre un mínimo y un máximo son igualmente probables

Proyecto A	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Ingreso		\$1200.0	\$1320.0	\$1465.20	\$1644.10	\$1869.36
Gastos operacionales		\$120.0	\$198.0	\$293.04	\$361.70	\$467.34
Flujo de caja	(\$450.0)	\$205.20	\$224.40	\$269.60	\$320.60	\$420.61
Inversión inicial	(\$450.0)					
Crecimiento ingreso		10.00%	11.00%	12.21%	13.70%	15.58%
Proyecto B	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Ingreso		\$1200.0	\$1350.0	\$1700.0	\$1900.0	\$2050.0
Gastos operacionales		\$120.00	\$202.50	\$340.00	\$418.00	\$512.50
Flujo de caja	(\$400.0)	\$205.20	\$229.50	\$312.80	\$370.50	\$461.25
Inversión inicial	(\$400.0)					
Crecimiento ingreso		17.00%	19.89%	23.85%	29.53%	38.25%
Proyecto C	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Ingreso		\$1200.0	\$1350.0	\$1700.0	\$1900.0	\$2050.0
Gastos operacionales		\$120.00	\$202.50	\$340.00	\$418.00	\$512.50
Flujo de caja	(\$750.0)	\$205.20	\$229.50	\$312.80	\$370.50	\$461.25
Inversión inicial	(\$750.0)					
Crecimiento ingreso		12.50%	14.06%	16.04%	18.61%	22.08%
Proyecto D	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Ingreso		\$1200.0	\$1, 50.0	\$1700.0	\$1900.0	\$2050.0
Gastos operacionales		\$120.00	\$202.50	\$340.00	\$418.00	\$512.50
Flujo de caja	(\$850.0)	\$205.20	\$229.50	\$312.80	\$370.50	\$461.25
Inversión inicial	(\$850.0)					
Crecimiento ingreso		10.67%	11.80%	13.20%	14.94%	17.17%

Cuadro 3: Flujos de caja de los proyectos (cifras en millones de pesos)

El Cuadro 4 presenta el caso base, en el cual se invierten proporciones iguales en cada proyecto (25%). El riesgo de los flujos (de caja) mide la variabilidad de éstos. Éste se determinó como la desviación estándar promedio de los flujos de caja de cada proyecto en un total de 1000 simulaciones. Al realizar dichas simulaciones se permitió que los flujos de caja de los proyectos estuvieran correlacionados entre sí. La matriz de correlaciones que se muestra en la parte inferior del Cuadro 4 corresponde a las correlaciones promedio del total de 1000 simulaciones. El Cuadro 5 entrega más detalles al respecto. Todas las estimaciones fueron realizadas con la versión profesional de *Crystal Ball*.

Proyecto A	\$450.0	\$1842.9	25.0%	112.5	\$460.71	8.0%
Proyecto B	\$400.0	\$1343.3	25.0%	100	\$335.83	15.0%
Proyecto C	\$750.0	\$1628.4	25.0%	187.5	\$407.10	20.0%
Proyecto D	\$850.0	\$778.1	25.0%	212.5	\$194.53	11.0%
Total	\$2450.0	\$5592.67	100%	\$612.5	\$1398.2	8.9%
Matriz de correlaciones	B	C	D			
A	0.09	-0.03	0.31			
B		0.23	0.40			
C			0.26			

Cuadro 4: Caso base

Cuadro 5: Simulaciones de Monte Carlo

	Proyecto A	Proyecto B	Proyecto C	Proyecto D
Media	0.08	0.15	0.20	0.11
Desv. Estándar	0.01	0.09	0.13	0.05
Mínimo	0.06	0.06	0.06	0.06
Máximo	0.12	0.62	0.71	0.33

(a) Variabilidad de los flujos de caja (1000 simulaciones)

	Correlación A,B	Correlación A,C	Correlación B,C	Correlación B,D
Media	0.09	-0.03	0.31	0.23
Desv. Estándar	0.65	0.70	0.48	0.73
Mínimo	-0.80	-0.81	-0.79	-0.96
Máximo	0.81	0.81	0.80	1.00

(b) Correlaciones (1000 simulaciones)

La función objetivo, en este caso, es maximizar la razón de *Sharpe*, esto es, el retorno esperado por unidad de riesgo (variabilidad), sujeto a las siguientes restricciones: el presupuesto total para invertir es de mil millones de pesos, las ponderaciones asociadas a los proyectos se encuentran en el intervalo (0, 0.5), y en total éstas suman 1. El caso base, como indicamos, es aquel en que invertimos un 25 por ciento en cada proyecto.

Los resultados obtenidos con el módulo de *Crystall Ball*, *OptQuest*, son los siguientes:

Proyectos	Ponderación	Costo por proyecto	VNP por proyecto
A	50.0%	\$225.0	\$921.4
B	44.2%	\$176.8	\$593.8
C	5.78%	\$43.3	\$94.04
D	0.025	\$0.18	\$0.17
Total	100%	\$445.3	\$1609.4
		Razón de sharpe	31.4

Cuadro 6: Portafolio de proyectos óptimo

Para un total de 465 iteraciones, se obtiene que el retorno del portafolio, por unidad de riesgo, es de 31.4%. (Para el caso base, éste es de sólo 14.4%). Para ello, invertimos casi el 95% de nuestro portafolio en A y B y el resto en C y D. La cantidad invertida en este último es casi despreciable, tal como se aprecia del Cuadro 6.

Si el escenario sin flexibilidad es aquel que involucra invertir proporciones iguales en cada proyecto, entonces el valor de contar con la flexibilidad de escoger el tamaño óptimo de cada uno de ellos sería aproximadamente de \$211 millones (=1609-1398).

3 El caso chileno: aplicación a proyectos mineros

Como ya se ha señalado, el método del VPN, ya sea determinístico o con consideraciones de riesgo (simulación estática, simulación dinámica, análisis de sensibilidad, análisis de escenarios, ajuste a la tasa de descuento) no conduce a decisiones erróneas cuando un proyecto es muy bueno o muy malo. Sin embargo, en casos en que la rentabilidad del proyecto es cercana al límite exigido, será necesario precisar la estimación, aplicando métodos más avanzados, tales como la valoración por opciones reales.

El VPN no relaciona el nivel de riesgo con las posibilidades de respuesta operacional del proyecto. Tampoco considera la capacidad de reacción que tiene el administrador de un proyecto para responder ante contingencias (variación de los parámetros que aportan incertidumbre al proyecto), siendo éste sólo un ejecutor de la planificación inicial.

Estas respuestas operacionales ante contingencias son las que se conocen como flexibilidades. Las flexibilidades implican no linealidades, es decir, que el valor esperado de los flujos de caja de cada período no puede ser estimado directamente a partir de los valores esperados de las variables inciertas que

determinan dicho flujo de caja². Otro supuesto de la práctica habitual del VPN, es que el nivel de riesgo es constante a lo largo del horizonte de evaluación (supuesto implícito al descontar con una tasa constante calculada según CAPM).

Considerando que existen estos vacíos, y que éstos pueden impactar fuertemente en la realización de los proyectos, algunas tesis desarrolladas en los programas de Magister del Departamento de Ingeniería Industrial de la Universidad de Chile, se han abocado a la aplicación de las opciones reales en el sector minero.

Los resultados que se presentan a continuación están basados en los trabajos de Zenteno (1998), Kettlun (1999) y Espinoza (2002). Todos hacen referencia a la toma de decisiones en distintos aspectos de la formulación de proyectos de la gran minería del cobre en Chile. Antes de presentar dichos resultados, resumimos algunos métodos utilizados para valorar opciones reales, cuando no existen soluciones analíticas.

3.1 La ecuación de Black-Scholes y el método de opciones reales

Comencemos analizando las posibilidades de aplicar la ecuación de Black y Scholes (1973) de valoración de opciones. Como es sabido, el aporte de estos investigadores fue el encontrar una solución analítica para el precio una opción europea, usando un modelo de equilibrio general y el argumento de arbitraje. La contribución de los autores radica en replicar el valor de una opción mediante una estrategia de inversión dinámica en un activo libre de riesgo (bono) y el activo subyacente, una acción, en este caso.

La derivación de la fórmula asume que el activo subyacente no paga dividendos y que las opciones son europeas. Las fórmulas de una opción de compra (*call*), *c*, y de una opción de venta (*put*), *p*, vienen dados por:

$$c = S N(d_1) - K e^{-rt} N(d_2) \quad (1)$$

$$p = K e^{-rt} N(-d_2) - S N(-d_1) \quad (2)$$

donde: $N(\cdot)$ = distribución acumulada de una normal estándar

$$d_1 = \frac{\ln(S/K) + (r + \sigma^2/2)T}{\sigma \sqrt{T}} \quad d_2 = d_1 - \sigma \sqrt{T}$$

S: precio *spot* de una acción

K: precio de ejercicio de la opción

σ : desviación estándar de la rentabilidad asociada a la acción

r: tasa de interés libre de riesgo

T: período de maduración de la opción, expresado en años

² En general, la no linealidad se puede resumir en que el valor esperado $E(\cdot)$ de un flujo de caja FC = $ax + by$, será distinto a $aE(x) + bE(y)$

En algunos casos particulares de opciones reales, esta ecuación puede ser utilizada para valorar activos reales. Un ejemplo de opción real puede ser la de ampliar la planta del proyecto que hoy vale *S* (su valor presente neto) al cabo de un período *T*, lo cual implica una valor adicional *K*. En este caso se puede valorar la opción (de ampliar) directamente a partir de la ecuación, de forma que el valor del proyecto resulta ser igual a $S + c$.

Desafortunadamente, la complejidad de las opciones asociadas a las flexibilidades de los proyectos reales impide una aplicación directa de la ecuación de Black y Scholes, recurriéndose en la mayor parte de los casos a métodos de simulación.

3.2 Evaluación mediante probabilidades ajustadas por riesgo en una simulación de precios

Cox y Ross (1976) propusieron un procedimiento alternativo basado en los resultados obtenidos por Black y Scholes y una técnica de reducción a un mundo de neutralidad frente al riesgo. Dos activos que son sustitutos perfectos deben obtener la misma tasa de retorno en equilibrio. Este es el caso de una opción que puede ser replicada (reproducida) mediante un portafolio dinámico con posiciones en el activo subyacente y endeudamiento (bono).

Si la solución para el valor de la opción es la misma para cualquier estructura de preferencias, entonces es posible suponer neutralidad frente al riesgo. Suponiendo que todos los inversionistas son neutrales al riesgo, el activo subyacente y la opción deben rendir la tasa libre de riesgo. El precio de la opción debe ser igual al precio terminal esperado de la opción, descontado a la tasa libre de riesgo.

Para opciones complejas (sin solución analítica), Boyle (1977) propuso la aplicación de simulación de Montecarlo. Este se basa en el enfoque de Cox y Ross que requiere que se pueda formar un portafolio que replique exactamente los retornos de una opción, usando una combinación de endeudamiento libre de riesgo y de posiciones en el activo subyacente.

Según el método de Boyle/Cox-Ross, la simulación sobre el precio se puede modelar mediante la construcción de la variable aleatoria:

$$X_{t+1} = X_t e^{\left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)t + \sigma z} \quad (3)$$

donde:

X_t : Precio de la opción sobre el activo *S*, en el período *t*.

r: Tasa libre de riesgo.

σ : Desviación estándar de los retornos

z: Variable aleatoria normal estándar.

Es decir, la tendencia del proceso estocástico es $r - \sigma^2/2$.

Brennan y Schwartz (1985) proponen un modelo similar, pero considerando que la tendencia del proceso estocástico es $r-d$, donde d es el dividendo marginal o rendimiento de conveniencia (*convenience yield*). Este ajuste es necesario para la valoración de activos que generan ganancias (de la misma forma en que se ajusta la ecuación de Black y Scholes por este concepto).

Constantinides (1978) derivó un método de evaluación generalizado mediante reducción a un mundo sin riesgo, similar al procedimiento propuesto por Cox y Ross (1976), pero basado en los supuestos del CAPM y que no requiere suponer la existencia de un portafolio réplica. Entonces, para los propósitos de evaluar un activo derivado, se puede suponer que todos los inversionistas son neutrales al riesgo y, como en un mundo neutral al riesgo, utilizar una tasa libre de riesgo para el retorno de cualquier activo.

Se modela un proceso de Wiener para el precio:

$$dx = \mu dt + \sigma dW \quad (4)$$

donde μ y σ son la tendencia y la desviación estándar instantáneas del precio x , y dW es el incremento de un proceso de Wiener.

Para ajustar a un mundo sin riesgo, se usa como tendencia

$$\mu^* = \mu - \lambda \rho \sigma \quad (5)$$

El término $\lambda \rho \sigma$ se deriva de imponer que el retorno del proyecto satisface el CAPM, donde $\lambda = (R_m - r) / \sigma_M$ (valor esperado de la prima por riesgo del mercado dividida por la desviación típica del mercado) y ρ es el coeficiente de correlación instantáneo entre dW y el retorno de mercado. De esta forma se tiene que μ^* es una tendencia ajustada por riesgo.

Finalmente, los flujos de caja esperados para cualquier derivado de este mundo ficticio son descontados con la tasa libre de riesgo, obteniendo su valor presente.

Es importante enfatizar que la suposición de neutralidad al riesgo no implica que el derivado esté siendo avaluado sólo en un mundo neutral al riesgo. En verdad, su valor será el mismo en el mundo real, en el cual los inversores tienen distintos perfiles de riesgo.

Jacoby y Laughton (1987) propusieron un método de valoración de activos derivados que combina el enfoque de Boyle, Cox y Ross con la evaluación por componentes³ y con los supuestos del modelo de valoración de activos de capital (CAPM), al igual que Constantinides. En vez de estimar un rendimiento por conveniencia como un dividendo proporcional, como en la metodología de

³ Se descuenta cada ítem de flujo de caja con distintas tasas según su nivel de riesgo. Este enfoque fue propuesto por Brealey y Myers (1993). En el caso que nos ocupa, la evaluación por componentes ahorra tiempo de simulación ya que las componentes lineales del flujo se descuentan sin simular y se usa la simulación sólo para las componentes no lineales.

Brennan y Schwartz, ellos utilizan el concepto de un bono-materia prima, que involucra un sólo pago, el precio que la materia prima tenga en su fecha de maduración.

Por otro lado, el concepto de la evaluación por componentes permite que cada elemento del flujo de caja se descunte por su riesgo sistemático, y no mediante una tasa artificial que considere todos los riesgos presentes en el proyecto, como lo hace el VPN.

El bono materia prima que utiliza Jacoby y Laughton no entrega un rendimiento por conveniencia, y su precio en la fecha de maduración es igual al precio de la materia prima en la fecha de maduración. En consecuencia, se podría usar los procesos de los precios de mercado de los bonos en lugar de los procesos de precios de la materia prima (esto si se transan en el mercado los bonos-materia prima). Sin embargo, no se transan muchos bonos-materia prima en el mercado por lo que, para calcular su valor, se recurre al CAPM.

En este método, se genera una serie determinística de precios, la que se reduce a un mundo sin riesgo mediante el cálculo de equivalentes ciertos (con el cociente de tasas de descuento libre de riesgo y con riesgo según CAPM). Esta serie ajustada de la tendencia del precio es afectada por un factor aleatorio, es decir, a esta serie se le puede aplicar la técnica de simulación de Boyle/Cox-Ross.

En síntesis:

- Se identifican las fuentes básicas de incertidumbre del proyecto, los que deben ser precios de activos transados en el mercado; se estima la varianza del proceso de cada activo subyacente.
- Se especifican las fórmulas de "flujos de caja" que relacionan los flujos de caja con los precios de los activos subyacentes.
- Se reemplaza la tendencia en los procesos del precio del activo por la tasa libre de riesgo, como en un mundo neutral frente al riesgo⁴.
- Se implementa la simulación para obtener la distribución terminal de los precios de los activos (terminal se refiere al período en el cual los flujos de caja tienen lugar)
- Se obtiene la distribución terminal de cada flujo de caja.
- A partir de cada distribución terminal se obtiene la media o valor de cada flujo de caja.
- Se descuenta el flujo de caja por la tasa libre de riesgo para obtener su valor presente y luego se suman los valores presentes para obtener el valor del proyecto.

⁴ Directamente, según el método de Constantinides, o ajustando por un factor de equivalencia a la certidumbre según el método de Jacoby y Laughton.

- La estructura implícita de tasas de descuento (por riesgo y tiempo) que hubiese entregado el mismo valor del proyecto se puede lograr usando el enfoque VPN, resumido en los siguientes pasos:
- Se realiza una simulación tipo VPN, en la cual las tendencias en los precios de los activos no son reemplazadas por la tasa libre de riesgo.
- Se estima la distribución terminal de los activos y de los flujos de caja, y se calculan las medias de los flujos de caja.
- Se calculan las razones entre los flujos de caja obtenidos por simulación y los flujos de caja por la simulación "Boyle / Cox - Ross". Estas razones son medidas del riesgo. En realidad corresponden a medidas de riesgos promedio en el tiempo, pero a partir de estos promedios resulta simple obtener tasas de premio por riesgo período a período.
- Este análisis de cálculo de tasas de descuento equivalentes, se presenta en uno de los 3 casos de este artículo (Kettlun, 1999).

3.3 Opciones en la evaluación de proyectos mineros mediante el uso de simulación

En este punto, se muestra el uso de opciones como un apoyo a la toma de decisiones en proyectos mineros reales, basándonos en los trabajos de Zenteno (1998), Kettlun (1999) y Espinoza (2002). Todos ellos consideran la flexibilidad relativa al uso de reservas marginales (cambiando la Ley de corte) durante algún período de explotación de la mina, cambiando el enfoque de evaluar el proyecto como si dichas reservas marginales (de más baja Ley) se explotaran al final de la vida útil.

Cabe señalar, que la anterior es sólo una de las flexibilidades propias de proyectos mineros⁵. Esta consiste en adelantar la explotación de las reservas marginales mientras el precio del cobre se mantenga bajo un límite, a partir del cual se hace más rentable procesar el mineral marginal previamente acopiado (extraído en conjunto con el mineral de Leyes superiores), con costos de operación menores, dado que a este tipo de mineral sólo le resta el procesamiento. La decisión de ejercer esta opción toma en cuenta el costo de oportunidad de no explotar el mineral de mayor ley, el que se hace menor cuando los precios son más bajos. Los casos que se presentan a continuación, consideran también la opción de paralizar temporalmente, para niveles de precios en los que ni siquiera resulta conveniente procesar el mineral marginal.

Para el cálculo del VPN-OP se requiere conocer: el plan de producción anual del proyecto, con su correspondiente estructura de costos (fijos y variables) para el caso de mineral base y marginal. Además, se requiere la tendencia central del

⁵ Otras son las de aumentar el nivel productivo, cambiar tecnologías o abandonar antes del horizonte planificado.

precio del cobre para toda la vida del proyecto y parámetros económicos como las tasas de descuento, libre de riesgo y de mercado para la evaluación; el nivel de riesgo del precio del cobre respecto al mercado, la volatilidad anual del precio del cobre y el número de iteraciones para la aplicación.

3.3.1 Caso I: Tratamiento de minerales de baja ley

En este caso, para llegar al valor de la flexibilidad (y por extensión de la opción incluida en ella), se optó por utilizar el método de Jacoby y Laughton (1987): un modelo de simulación de precio del cobre basado en un proceso de difusión de tipo browniano geométrico en torno a los valores esperados del precio previamente ajustados por riesgo (Espinoza, 2002).

De los resultados obtenidos en el proceso de simulación condicional, sobre la base del caso más probable de las simulaciones, se diseñó un plan minero base y una estructura de costos afin a la aplicación computacional diseñada por Zenteno (1998), obteniendo luego, valores para el VPN tradicional y el VPN-OP (con opciones reales).

El plan de producción del proyecto fue extractado de los resultados de simulación condicional. Se consideró un nivel de certeza de 90% del recurso, con un nivel de precios de cobre de 92 centavos de dólar por libra y 22 dólares por tonelada de ácido, con una proyección de 14,7 años de operación. El precio del cobre es la principal fuente de incertidumbre, con bruscas y continuas fluctuaciones que se aprecian en la serie histórica de precios (Gráfico 3).

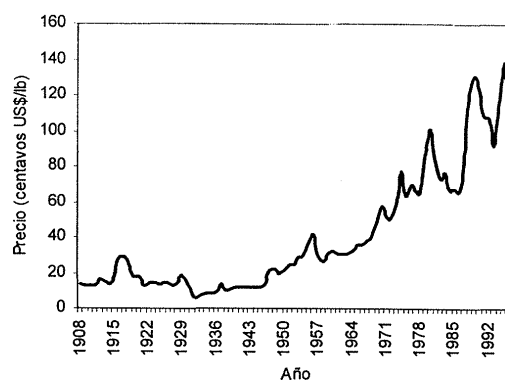


Gráfico 3: Serie histórica precios del Cobre 1908-1997
Fuente: Tulcanaza (2000)

Del análisis de los estadígrafos básicos y de la función distribución de esta serie, se concluyó que el modelo lognormal⁶ era un supuesto razonable.

Media	41,8
Mediana	29,1
Moda	11,2
Máximo	133,2
Mínimo	5,7
Varianza	1164,53
Desv. estándar	34,13

Cuadro 7:

Estadísticas básicas Serie histórica precios de cobre

Para las proyecciones se considera un valor inicial de 0,98 (US\$/lb)⁷ con una tendencia anual del 2,5% creciente y una volatilidad anual del 20%.

De la información presentada en la sensibilidad del modelo, se obtuvieron los siguientes valores para los costos fijos y variables del proyecto:

- Costo fijo del plan base: 11,13 (centavos de dólar/libra Cu.)
- Costo variable del plan base: 28,21 (centavos de dólar/libra Cu)
- Costo variable stock mineral marginal: 18,5 (centavos de dólar/libra Cu)

Los parámetros económicos relevantes en este proceso son:

- Tasa de descuento: incluye el riesgo sistemático. Se consideró una tasa de 9%
- Tasa libre de riesgo: se utilizó una tasa igual a 6%
- Riesgo precio del cobre: se considera un factor $\beta = 0,5$
- Retorno del mercado: se usó un valor igual a 10%

Cabe notar que de acuerdo a los tres últimos datos, la tasa de descuento según CAPM debiera ser 8%. El punto porcentual adicional se puede interpretar como un premio al riesgo adicional por iliquidez (dado que la empresa no transa en Bolsa).

- Nivel de Inversión

⁶ Es lo que se hace en este trabajo de Espinoza y también en los de Kettlun y Zenteno.

⁷ Posteriormente se sensibiliza para precios menores

De acuerdo a los antecedentes sobre el proyecto y a las estimaciones realizadas sobre el recurso mineral, se considera un nivel de inversión de US\$220,2 millones. Los resultados obtenidos se resumen a continuación:

VPN	276.323.300	(US\$)
VPN OP	282.909.100	(US\$)
Valor flexibilidades	6.585.760	(US\$)
Producción base	40.000	ton
Producción alternativa	14.000	ton
% reservas económicas utilizadas		96%
% reservas marginales utilizadas		4%

Cuadro 8: Resultados

El precio del cobre es el factor de mayor impacto en el proyecto. Por dicha razón, se consideró un análisis para cuatro niveles del precio inicial y a partir de ello, una difusión de precios en los años siguientes. Los casos estudiados son los siguientes:

Caso	Precio cobre (US\$)
1	0,70
2	0,90
3	1,00
4	1,20

Cuadro 9:

Casos de estudio de sensibilidad del precio del cobre

Obteniéndose:

Caso	VPN	VPN OP	Valor flexibilidad
1	100.333.900	112.431.600	12.097.700
2	221.339.500	229.342.000	8.002.500
3	276.323.300	282.909.100	6.585.800
4	402.542.000	406.916.200	4.374.200

Cuadro 10:

Resultados sensibilidad precio del cobre

Los resultados confirman la fuerte dependencia del proyecto al nivel de precios del cobre en la evaluación final del depósito mineral. Se confirma también el resultado teórico esperado de que mientras mayor sea el precio esperado del activo subyacente, menor será el precio de la opción (el valor de la flexibilidad).

Finalmente se presenta un análisis de sensibilidad respecto a la volatilidad del precio. Las sensibilidades realizadas fueron las siguientes.

Caso	Volatilidad
1	1
2	10
3	20
4	30

Cuadro 11:

Casos de estudio sensibilidad volatilidad en el precio del cobre.

A priori, resulta esperable obtener una tendencia creciente en el valor de la flexibilidad, conforme sube la volatilidad en el precio. Los resultados obtenidos (que confirman la hipótesis) son los siguientes:

Caso	VPN	VPN OP	Valor flexibilidad
1	283.581.000	283.739.300	158.300
2	281.463.600	282.784.400	1.320.800
3	282.247.400	288.653.800	6.406.400
4	282.387.900	296.802.200	14.414.300

Cuadro 12:

Resultados sensibilidad volatilidad en el precio del cobre

3.2.2 Caso 2: Determinación del tamaño óptimo de un proyecto minero⁸

Al igual que en el caso anterior, la flexibilidad operativa que se analiza es el tratamiento de minerales de baja ley por efecto de cambios en el parámetro precio del cobre, así como la posibilidad de suspender temporalmente las operaciones. También en este caso el método utilizado es el de Jacoby y Laughton (1987).

En este trabajo se utiliza la teoría de opciones para analizar el tamaño óptimo para un proyecto de Codelco. Se analizan cinco alternativas de tamaños de producción: 150, 200, 250, 300, y 350 KTCu/año.

⁸ Zenteno (1998).

El tamaño óptimo se obtiene mediante la evaluación de las cinco alternativas utilizando teoría de opciones (VPN-OP), considerando que el único elemento que incorpora incertidumbre es el precio del cobre.

En este trabajo, además del VPN tradicional y el VPN-OP, se analizan los resultados de una simulación que proyecta precios según un proceso de difusión, pero sin considerar ajustes operacionales ante las variaciones de los precios. Al VPN obtenido de acuerdo a este último procedimiento se le denomina VPN-SF.

El desarrollo del plan minero involucró la definición de un horizonte de 25 años de producción partiendo (como ya se ha dicho) por un tamaño de 150 KTCu/año y llegando a un horizonte de 11 años cuando el tamaño es de 350 KTCu/año. Se definió una secuencia de explotación económicamente conveniente y una estrategia de leyes de corte de alimentación a proceso basadas en el algoritmo de F.K. Lane (1988).

Al igual que en el caso anterior, se adopta un modelo lognormal. Para las proyecciones⁹ se considera un valor inicial de 1.00 (cu\$/lb) con una tendencia anual del 2,5% creciente y una volatilidad anual del 20%.

La estructura de costos es la siguiente:¹⁰

- Costo fijo: 40.807.146 US\$.
- Costo variable: 25.3 (centavos de dólar/libra Cu)
- Costo variable mineral marginal: 19,5 (centavos de dólar/libra Cu)

Los parámetros económicos relevantes en este proceso son:

- Tasa de descuento: incluye el riesgo sistemático o no diversificable de todos los proyectos mineros. Para esta aplicación se considera 10%
- Tasa libre de riesgo: se utilizó una tasa igual a 6%
- Riesgo asociado al precio del cobre: se considera un factor $\beta = 0.4$ (aunque se sensibiliza para betas mayores).
- Retorno del mercado: se usó un valor igual a 10%
- Nuevamente se tiene que de acuerdo a los tres últimos datos, la tasa de descuento según CAPM debiese ser aproximadamente 8%, los dos puntos adicionales se pueden interpretar como un premio al riesgo adicional por iliquidez (dado que la empresa no transa en Bolsa).
- Nivel de inversión: De acuerdo a los antecedentes sobre el proyecto, se considera un nivel de inversión de 695 millones de dólares para el tamaño de 150 KTCu/año, 917 millones para el tamaño de 200 KTCu/año, 1138 millones para los 250 KTCu/año, 1359 millones para 300 KTCu/año y 1581 millones de US\$ para el tamaño de 350 KTCu/año.

⁹ Debe considerarse que este trabajo se concluyó en el año 1998 y fue iniciado en un período anterior (con niveles de precios del Cu superiores a los actuales).

¹⁰ Para la alternativa de tamaño de 150 KTCu/año. Estos costos van disminuyendo para los tamaños mayores.

Para las condiciones antes enunciadas, los resultados son los siguientes. Se resaltan en negrilla los resultados de tamaño óptimo en cada una de las evaluaciones:

Tamaño (KTCu/año)	VPN (MUS\$)	VPN-SF (MUS\$)	VPN-OP (MUS\$)
150	1390	1965	2008
200	1563	2122	2160
250	1635	2221	2251
300	1646	2187	2210
350	1609	2133	2155

Cuadro 13: Resultados tamaño óptimo

Se puede apreciar que el tamaño de producción óptimo es de 300 KTCu/año según el enfoque estático del VPN tradicional, sin embargo es de 250 KTCu/año según la simulación sin considerar flexibilidades y según la valoración con opciones reales. El resultado obtenido es consistente en el sentido de que la maximización del VPN se alcanza antes en la valoración con opciones, dado que los valores presentes son mayores debido al valor de las flexibilidades operacionales.

Se comprueba además, que el valor obtenido con opciones reales (VPN-OP), es siempre mayor que el valor de la simulación sin considerar flexibilidades (VPN-SF).

El análisis de sensibilidad respecto al precio, se realiza para los tres cálculos de VPN, para valores iniciales del precio del cobre variando entre 0,6 y 1,2 US\$/lb:

Tamaño KTCu/año	VPN - C $P_{Cu} = 0,6$ US\$/lb	VPN - C $P_{Cu} = 0,8$ US\$/lb	VPN - C $P_{Cu} = 1,0$ US\$/lb	VPN - C $P_{Cu} = 1,2$ US\$/lb
150	182	786	1390	1994
200	136	850	1563	2276
250	47	841	1635	2428
300	-63	792	1646	2500
350	-196	707	1609	2511

Cuadro 14: Sensibilidad a precio inicial del cobre. VPN-C en MUS\$.

Tamaño KTCu/año	VPN - SF $P_{Cu} = 0,6$ US\$/lb	VPN - SF $P_{Cu} = 0,8$ US\$/lb	VPN - SF $P_{Cu} = 1,0$ US\$/lb	VPN - SF $P_{Cu} = 1,2$ US\$/lb
150	335	1144	1965	2733
200	323	1235	2122	3050
250	220	1195	2221	3190
300	108	1144	2187	3220
350	-23	1092	2133	3259

Cuadro 15: Sensibilidad a precio inicial del Cu. VPN-SF en MUS\$.

Tamaño KTCu/año	VPN - OP $P_{Cu} = 0,6$ US\$/lb	VPN - OP $P_{Cu} = 0,8$ US\$/lb	VPN - OP $P_{Cu} = 1,0$ US\$/lb	VPN - OP $P_{Cu} = 1,2$ US\$/lb
150	436	1208	2008	2762
200	421	1294	2160	3074
250	315	1249	2251	3209
300	191	1188	2210	3233
350	59	1132	2155	3271

Cuadro 16: Sensibilidad a precio inicial del Cu. VPN-OP en MUS\$.

Como era esperable, para los tres enfoques se cumple que cuando el precio aumenta el tamaño óptimo también aumenta. Finalmente, el trabajo de Zenteno presenta un análisis de sensibilidad que muestra como para niveles de volatilidades menores al considerado en la proyección inicial, se obtienen tamaños óptimos mayores en los enfoques estocásticos.

3.3.3 Caso 3: Evaluación por simulación de un proyecto minero privado¹¹.

También en este caso la flexibilidad operativa que se analiza es la modificación de las leyes de corte. En este caso el método de simulación utilizado es el de Constantinides (1978).

¹¹ Kettlun (1999).

Se utiliza el modelo de planificación de Lane (1988), el cual es un proceso iterativo de optimización intertemporal, que determina la estrategia o secuencia óptima leyes de corte que maximiza el valor del proyecto¹².

Se calcula un VPN con simulación y ajustes a un mundo neutral al riesgo pero sin considerar las flexibilidades y un VPN por opciones incluyendo las flexibilidades.

El proyecto se define para un horizonte de 10 años de operación a rajo abierto. Se considera un ritmo de extracción de 1,6 millones de toneladas al año de minerales oxidados, con una ley promedio de 1,5% de cobre.

Nuevamente, se adopta un modelo lognormal. Para las proyecciones¹³ se considera un valor inicial de 1,00 (US\$/lb). La tendencia según el modelo de Constantines, queda determinada directamente por la tasa ajustada por riesgo según CAPM. La volatilidad anual se hace variar entre 20% y 30%.

Se consideró la siguiente estructura de costos:

- Costo fijo: 2.418.117 US\$/año
- Costo variable: 0,242 US\$/tonelada en la mina, más costos de tratamiento (2,793 US\$/tonelada), refinación (294 US\$/tonelada) y transporte (variable según distancias y años de operación).

Los parámetros económicos relevantes en este proceso son:

- Tasa de descuento: para esta aplicación se considera 8%
- Tasa libre de riesgo: se utilizó una tasa igual a 5%
- Riesgo precio del cobre: se considera un factor $\beta = 0,75$
- Premio por riesgo del mercado: 4%
- Nivel de Inversión: se considera un nivel de inversión de 48 millones de dólares.

Para las condiciones antes enunciadas, los resultados son los siguientes. Se presenta el escenario de precio inicial de 1 US\$/lb (para el cual se diseña la planta) y otro de 0,7 US\$/lb, con volatilidades de 20% y 30%

Se comprueba que el VPN tradicional subestima en todos los casos el valor del proyecto. El sesgo resulta menor cuando el precio inicial está en torno al considerado para el diseño de la planta (1,0US\$/lb) y cuando la volatilidad es baja (20%).

¹² Kettlun plantea un problema de consistencia (común a los dos casos ya presentados) entre el algoritmo de Lane y la aplicación de opciones reales. La solución de este problema implica una simplificación que determina planes subóptimos de producción (según el enfoque de opciones), pero que no obstante se ajusta a la toma de decisiones reales de la minería (que no incluye la valoración de las opciones).

¹³ Este trabajo se concluyó en el año 1999 y fue iniciado en un período el que los niveles de precios del cobre eran superiores a los actuales.

Precio (US\$/lb)	Método de Evaluación	Volatilidad 20%	Volatilidad 30%
0,7	VPN.sin flex.	31.384.092	-----
0,7	VPN op. con flex.	33.372.785	-----
1,0	VPN sin flex.	117.886.843	120.350.022
1,0	VPN op. con flex.	120.663.750	124.265.375

Cuadro 17: Resultados opciones.

4 Conclusiones

La metodología de las opciones reales proporciona un marco analítico para evaluar correctamente los proyectos de inversión que involucran algún grado de flexibilidad en su fecha de iniciación, proceso productivo y eventual cierre. Esta ha cobrado particular popularidad en el área de los recursos naturales. Su aplicación en Chile es aún incipiente, y focalizada en algunos sectores (como el minero). Sin embargo, un uso más extendido permitiría mejorar la toma de decisiones en temas tales como el desarrollo de patentes de invención, la decisión de transar acciones en bolsa, la introducción de nuevos productos o procesos productivos, entre otras muchas aplicaciones.

Referencias

1. Amram, M. y N. Kulatilaka, 1999, *Opciones Reales: Evaluación de inversiones en un mundo incierto*. Harvard Business School Press.
2. Black, F. y M. Scholes, 1973, "The Pricing of Options and Corporate Liabilities," *Journal of Political Economy* 81(3), 627-654
3. Boyle, P., 1977, "Options: A Monte Carlo approach," *Journal of Financial Economics* 4 (3), 323-338.
4. Brealey R. y Myers, S., 1993, *Fundamentos de Financiación Empresarial*, Cuarta Edición, España, McGraw - Hill.
5. Brennan M. y E. Schwartz, 1985, "Evaluating Natural Resource Investments" en *Journal of Business*, vol. 58, No. 2, 135-157.
6. Constantinides, G. 1978. "Market risk adjustment in project evaluation." *Journal of Finance* 33(2), 603-616.
7. Cox, J., y S. Ross, 1976, "The valuation of option for alternative stochastic processes," *Journal of Financial Economics* 3, no. 1/2: 145-166.

8. Espinoza, C., 2002, "Valor de la información y teoría de opciones en la evaluación de proyectos mineros", Memoria de Ingeniero Civil de Minas y Tesis de Magíster en Gestión y Dirección de Empresas del Departamento de Ingeniería Industrial de la Universidad de Chile (aún no publicada).
9. Jacoby, H. y D. Laughton, 1987, "Project analysis using methods of derivative asset valuation" MIT Energy Laboratory Working Paper, 87-001WP, marzo.
10. Kettlun A., 1999, *Evaluación por simulación de un proyecto en la minería del cobre usando la teoría de opciones*. Tesis para optar simultáneamente al grado de Magíster en Ciencias de la Ingeniería, mención Industrial, y al título de Ingeniero Civil Industrial. Departamento de Ingeniería Industrial, Universidad de Chile.
11. Lane, K., 1988, *The Economic Definition of Ore*. Mining Journal Books Ltd., London, U.K.
12. McDonald, R. y D. Siegel, 1986, "The Value of Waiting to Invest" en *Quarterly Journal of Economics* 101, 707-728
13. Millán A., 1996, *Evaluación y Factibilidad de Proyectos Mineros*, Editorial Universitaria.
14. Moel A., y P. Tufano, 2000, "When are Real Options Exercised?: An Empirical Study of Mine Closings". Harvard Business School Working Paper 99-117.
15. Paddock, J., D. Siegel y J. Smith (1988), "Option Valuation of Claims on Real Assets: The Case of Offshore Petroleum Leases" en *Quarterly Journal of Economics* 103, 479-508.
16. Quigg, L., 1993, "Empirical testing of real option-pricing models" en *Journal of Finance* 48(2), 621-640.
17. Schwartz E. y M. Moon, 2001, "Rational Pricing of Internet Companies Revisited." Documento de trabajo, Anderson School of Business, University of California in Los Angeles.
18. Trigeorgis L., 1996, *Real Options*. The MIT Press.
19. Tufano, P., 1998, "The determinants of stock price exposures: Financial engineering and the gold mining industry" en *Journal of Finance* 53, 1015-1052.no
20. Tulcanza, E., 2000, *Evaluación de recursos y negocios mineros. Incertidumbres, riesgos y modelos numéricos*, Instituto de Ingenieros de Minas de Chile.
21. Centeno, L., 1998. "Definición del tamaño de producción para un proyecto minero utilizando teoría de opciones-aplicación y análisis a un caso real". Tesis para optar simultáneamente al Grado de Magíster en Ciencias de la Ingeniería, Mención Industrial y al título profesional de Ingeniero Civil de Minas, Universidad de Chile.

EVALUACIÓN DE PRÁCTICAS DE GESTIÓN EN LA CADENA DE VALOR DE EMPRESAS CHILENAS

OSCAR BARROS V.*
SAMUEL VARAS G.*
RICHARD WEBER**

Resumen

El propósito del estudio fue establecer, de una manera fundada, la calidad de la gestión en la cadena de valor de las empresas chilenas. Esto fue motivado por la existencia de múltiples antecedentes, principalmente indicadores de varios organismos internacionales, que sugieren la hipótesis de que las empresas chilenas no son muy competitivas en tal gestión, pero sin indicar los aspectos específicos que serían deficitarios. Para medir calidad se empleó un enfoque de "benchmarking" a partir de las mejores prácticas de gestión utilizadas por las empresas líderes a nivel mundial, las cuales se compararon con las que utilizan las empresas chilenas. Se analizaron en detalle las prácticas de 35 empresas, muestreadas entre las 170 más grandes del país, y pertenecientes a los sectores que explican más del 60% del PGB.

La conclusión más importante de este estudio es que se comprueba la hipótesis de que las prácticas de gestión de las empresas nacionales están lejos de ser de nivel mundial. Concretamente, en una escala de 1 a 10, las prácticas de las empresas chilenas tienen una calidad promedio de alrededor de 3,0, siendo el mejor sector el productivo, con promedio 3,5, y el peor, el financiero, con promedio cercano a 2,5. Hay, sin embargo, empresas que se acercan a ser de clase mundial, con índices de alrededor de 8,0. Esto presenta una gran oportunidad de generación de valor económico y un reto para que las empresas chilenas enfrenten el desafío de volverse más competitivas, para ser viables en la Economía Digital.

* Centro Gestión (CEGES), Departamento Ingeniería Industrial, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile

** Centro de Gestión de Operaciones (CGO), Departamento Ingeniería Industrial, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile