INGENIERIA INDUSTRIAL
UNIVERSIDAD DE CHILE

CENTRO DE FINANZAS

Costo Social del Capital en Chile

Héctor Avilés
y
Eduardo Contreras

El Centro de Finanzas cuenta con el significativo apoyo del Banco de Crédito e Inversiones BCI

fcfm

Costo Social del Capital en Chile*

Héctor Avilés, Eduardo Contreras†

1999

Resumen

En el presente documento se realiza el cálculo del Costo de Capital Social en Chile (Tasa social de Descuento o TSD), con una metodología que incorpora el riesgo sistemático a que se ven expuestas las inversiones del sector público, mediante el uso del modelo CAPM basado en el consumo. En ella se consideran como fuentes de financiamiento el ahorro interno, la disminución de la inversón privada y el endeudamiento externo.

También se realiza un estudio de los determinantes de esta tasa y se obtiene una expresión para el premio por riesgo que debiera aplicarse a los distintos tipos de proyectos.

Con estos valores, se determina una TSD para distintos tipos de proyectos, dependiendo de cómo covaríen sus beneficios en relación al consumo nacional.

1.Introducción

El sector público, al igual que las empresas privadas, debe decidir la forma más eficiente de asignar sus recursos entre todos los sectores. Las instituciones públicas señalan la necesidad de aumentar el gasto o inversión social en su sector de interés; llámese educación, salud, seguridad u otro. En lo que si existe consenso es que los

*Tomado de un estudio realizado por el Departamento de Ingeniería Industrial de la Universidad de Chile para el Ministerio de Planificación y Cooperación, en el que además de los autores, participaron los profesores Alexander Galetovic, José Luis Mardones, Gabriel Fierro y la Tesista Sara Arancibia. Agradecemos también, de manera especial, el aporte en el modelamiento del profesor Galetovic.

†Profesores del Departamento de Ingeniería Industrial de la Universidad de Chile

recursos deben ser distribuidos eficientemente y de acuerdo a las necesidades del país.

En Chile, el Sistema Nacional de Inversión Pública (SNIP), cuenta con más de dos décadas de funcionamiento desde los primeros esfuerzos de ODEPLAN y luego MIDEPLAN. El objetivo de este Sistema ha sido la eficiencia en la asignación de recursos públicos, que se mide desde la perspectiva de la contribución de las inversiones públicas al incremento del bienestar social, es decir, la rentabilidad social de los proyectos.

En esta perspectiva, es fundamental conocer el costo de oportunidad del dinero para el país, que es la rentabilidad mínima que debemos exigir a un determinado proyecto de inversión para decidir su ejecución.

Esta rentabilidad mínima exigible es lo que se conoce como Tasa Social de Descuento (TSD).

2.Evaluación de proyectos y Teoría Financiera

Existen dos tradiciones en evaluación de proyectos: la literatura económica sobre evaluación social que se ocupa del efecto de las distorsiones en los mercados, y la financiera, que es más reciente y se ocupa de los efectos del riesgo, usualmente suponiendo que no hay distorsiones de mercado.

En 1990, J. L. Mardones [28] proponía el siguiente cuadro para sintetizar los enfoques teóricos relacionados con la elección de la TSD. La literatura financiera ha tratado los cuadrantes I y II, mientras que la literatura de evaluación social ha tratado los cuadrantes I y III. El objetivo de este trabajo es compatibilizar estos enfoques para señalar cómo tratar el cuadrante IV, en un mundo con distorsiones de mercado y con riesgo.

	Mundo sin riesgo	Mundo con riesgo
Mundo sin distorsiones	I	II
Mundo con distorsiones	III	IV

El enfoque económico se concentra en el origen de los fondos que financian inversiones y, en base a ello, la rentabilidad que debieran exhibir sin importar donde se invierta; en cambio el enfoque financiero se concentra en el destino de los fondos.

Para resolver el problema, la primera pregunta a responder es de dónde provienen los fondos que se utilizan en inversiones públicas. En el origen podemos distinguir tres componentes principales:

1. Preferencia de los consumidores de sacrificar consumo presente por futuro, que se puede asociar al ahorro doméstico, con una tasa marginal de sustitución que se designará por r.

2. Sustitución de inversiones privadas que poseen una rentabilidad marginal que se designará por p.

3. Fondos prestables que provienen del exterior, cuyo costo marginal denotaremos por $Cmgx$.

3.El enfoque de eficiencia (Harberger)

El enfoque más difundido de la teoría económica de evaluación social de proyectos (y que es el usado en la actualidad en nuestro país), es el de Eficiencia, desarrollado por el profesor Arnold Harberger [11], [13], [14], [16][1]. Este plantea que, en ausencia de distorsiones, el precio social de un insumo para la producción corresponde a un promedio ponderado de los precios de demanda y oferta competitivos, donde las ponderaciones corresponden a la fracción que se proveerá a través de un aumento en la cantidad ofrecida, y la fracción que se pone a disposición del proyecto debido a una disminución en la cantidad demandada por los actuales compradores.

En este caso, la tasa social de descuento debe reflejar la disminución del valor de estas dos variables en el tiempo de manera simultánea. Así, el cálculo de la TSD se determina a partir de la valoración alternativa que la sociedad le da a la utilización de los fondos de inversión.

Como se mencionó, en una economía abierta, se distinguen tres fuentes posibles de financiamiento: El ahorro privado (o doméstico), la sustitución de inversión privada y el ahorro externo. Por este motivo, la valoración de la TSD debe ser una ponderación de la valoración social de las tasas asociadas a cada uno de estos tres tipos de fuentes:

$$tsd = tp \cdot b + q \cdot \phi + a \cdot Cmgx \tag{3.1}$$

donde tp, q, y $Cmgx$ son los costos, que la sociedad percibe, asociadas al ahorro privado, al rendimiento de la inversión sustituida y al endeudamiento externo. Los valores b, ϕ y a son los ponderadores de estos valores, los cuales reflejan el impacto relativo que produce el uso de cada una de las fuentes de financiamiento.

[1] Un enfoque alternativo es el llamado distributivo [15], [23], [24] y [25]

De acuerdo al punto anterior, el cálculo de la TSD según el enfoque de Eficiencia, exige determinar los siguientes valores: Tasa de ahorro interno (tp), que se usa como proxy de r, Tasa de rendimiento de la inversión (q) que se usa como proxy de p y el costo marginal de endeudamiento externo ($Cmgx$).

Los ponderadores, de acuerdo a la metodología de Harberger [10], [13], [14] se pueden expresar en función de las elasticidades de las curvas de oferta y demanda de los mercados involucrados según las siguientes relaciones:

$$b = \frac{Es \cdot Sp}{Es \cdot Ip + Esx \cdot Sx - NI \cdot Ip}$$

$$\phi = \frac{-NI \cdot Ip}{Es \cdot Ip + Esx \cdot Sx - NI \cdot Ip}$$

$$a = \frac{Esx \cdot Sx}{Es \cdot Ip + Esx \cdot Sx - NI \cdot Ip}$$

donde:
Es= Elasticidad Ahorro Interno - Tasa de Interés Ahorro Interno
Sp= Ahorro Interno, como proporción del PIB
Ni= Elasticidad Inversión - Tasa de Rendimiento de la Inversión
Ip= Inversión Privada, como proporción del PIB
Esx= Elasticidad Ahorro Externo - Tasa de Interés Ahorro Externo
Sx= Ahorro externo como proporción del PIB

Definiendo entonces el valor de la tasa de interés, la cantidad y la elasticidad para el mercado del Ahorro Privado, de la Inversión Privada y del Ahorro Externo, queda determinada la TSD.

3.1.Economía perfectamente competitiva

En una economía de este tipo, la tasa de interés de mercado representa el costo de oportunidad del capital para las empresas. En consecuencia, las empresas descuentan sus inversiones usando esta tasa. La inversión marginal, es decir aquella que tiene un valor actualizado neto igual a cero, es aquella cuya tasa interna de retorno es justamente la tasa de interés de mercado. A esa tasa se le llama la tasa marginal de retorno de la inversión, y la designamos aquí con la letra p.

La igualdad de la tasa marginal de retorno de la inversión y de la tasa de interés en el consumo es un requisito de eficiencia en la asignación intertemporal

de recursos, pues, si la tasa de interés en el consumo es menor que la tasa marginal de retorno de la inversión, es conveniente aumentar el ahorro y la inversión.

En conclusión, en una economía competitiva, la tasa de interés mide tanto el costo de oportunidad de la inversión privada, como la tasa de preferencia intertemporal del consumo de los individuos de la sociedad. En tal economía, la tasa social de descuento corresponderá también a dicha tasa.

Este razonamiento se cumple sólo sí: tanto el ahorro como las inversiones son óptimas, la economía es dinámicamente eficiente, existe un mercado de capitales perfecto en el cual todos pueden prestar y pedir prestado a una tasa única i y no existen distorsiones ni riesgos.

3.2.Economía con distorsiones, sin riesgo.

Como sabemos, estos supuestos no se cumplen en la realidad. De hecho, la tasa de colocación no coincide con la de captación, las tasas internacionales no coinciden con las internas, y los inversionistas son gravados por impuestos a sus utilidades.

Por ejemplo, si los impuestos a las utilidades de las empresas más los impuestos personales de un inversionista llegan al 40%, y la tasa de interés relevante en el mercado de capitales es del 6%, los inversionistas requerirán ganar al menos esa tasa después de impuestos, y por tanto, las empresas deberán realizar inversiones que reditúen al menos 10%, ya que pagando un 40% de impuestos se llega a un rendimiento después de impuestos de 6%.

En estas condiciones la tasa marginal de retorno exigibles a una inversión será de 10%, mientras que los individuos ahorrarán hasta el punto en que la tasa de preferencia intertemporal en el consumo sea de 6% ($p = 0,1$ y $r = 0,06$).

Así, en principio, el rendimiento mínimo que exige un inversionista para realizar un proyecto será:

$$tp_{sr} = q * (1 - TMg)$$

Donde TMg es la tasa marginal de impuestos al sector privado y tp_{sr}es la tasa de retorno privada sin riesgo desde un punto de vista privado.

4.Enfoque tradicional

Los estudios anteriores para estimar la tasa social de descuento que usa MIDEPLANen la actualidad [8], [10], [32], se basan en la metodología de Harberger

como un promedio ponderado de las fuentes de financiamiento (ecuación 3.1), donde t_p es la tasa de interés doméstica libre de riesgo, q es la rentabilidad del capital invertido en proyectos privados y $Cmgx$ es la tasa de interés a la que el país se puede endeudar en el exterior.

En dichos estudios [8], [32] se supuso que no era posible endeudarse en el exterior para financiar un proyecto. Adicionalmente, se concluyó que el ponderador b era muy pequeño. Por lo tanto, la tasa social de descuento que se determinó en ese entonces es muy cercana a la estimación que se hizo de q.

Para estimar q se han propuesto dos métodos. El primero consiste en estimar el stock de capital agregado de la economía y suponer que lo que rinde ese capital en un año dado es igual a la remuneración de capital que se obtiene de las Cuentas Nacionales; y luego calcular el retorno del capital en un año dado, el que es igual a la razón de la remuneración sobre el stock. El segundo método consiste en promediar la rentabilidad sobre el capital de una muestra de empresas[2].

Ambos métodos ignoran que parte del retorno que obtiene el capital en un sector determinado no es incremento neto de riqueza, sino que sólo compensa el riesgo no-diversificable que asume el dueño del capital. Es decir, el premio por riesgo compensa un costo económico como cualquier otro costo. Por lo tanto es incorrecto afirmar que el costo (anual) de sacar un peso de capital de un sector determinado es igual al retorno del capital medido por las Cuentas Nacionales o por los balances de las empresas. De esta forma, las medidas de rentabilidad calculadas por los estudios citados incluyen ese premio por riesgo. Lo correcto es descontarle a ese retorno el premio por riesgo sectorial que cobra el dueño del capital.

Un punto adicional es que el premio por riesgo no-diversificable varía entre sectores. Esto implica que las diferencias de retorno medidos entre sectores se deben en parte a diferentes riesgos no-diversificables y no a que las distorsiones entre sectores sean distintas.

¿Qué sucede si se estima la tasa social de descuento de la forma descrita? Para facilitar la discusión supongamos que $\phi = 1$. En ese caso la tasa social de descuento estimada será un promedio ponderado del retorno del capital en cada sector más el premio por riesgo no diversificable. Ahora bien, cuando se descuentan los flujos de un proyecto público usando esa tasa se está suponiendo que el riesgo no-diversificable del proyecto es igual al promedio ponderado de los riesgos no-diversificables de la muestra utilizada para estimar q . Lo correcto, sin

[2]Por ejemplo Espinal (1994) promedió la rentabilidad de una muestra de sociedades anónimas que emitieron Fecus y lo mismo se hace también en Desormeaux, Díaz y Wagner (1987).

embargo, es ajustar por el riesgo no diversificable del proyecto.

5.El Riesgo en proyectos de inversión pública

5.1.La discusión histórica[3]

Sobre la incorporación del tratamiento del riesgo en proyectos de inversión pública, la literatura muestra varias posiciones ([1], [22], [30], [34], [35], [36]). Algunos autores son partidarios de incluir ajustes por riesgos, sea en la tasa de descuento o en la estimación de los flujos de caja, mientras otros justifican no hacer consideraciones sobre riesgo.

Los argumentos que se dan en la literatura para no considerar el riesgo propio de cada proyecto son de dos tipos:

1. un argumento [34] señala que el sector público realiza muchos proyectos, por lo cual los riesgos de cada uno de ellos quedan totalmente diversificados ("risk pooling");

2. el otro [1] indica que los riesgos de una inversión pública se distribuyen entre muchos individuos y por lo tanto el costo del riesgo es insignificante ("risk spreading"). En conclusión, el gobierno debería ignorar el riesgo.

El argumento de usar una tasa de descuento sin riesgo basada en la posibilidad de diversificación total, es válida sólo si los beneficios de los proyectos son independientes entre sí y con los retornos de cualquier otro activo que el Estado posea. Pero con seguridad hay elementos comunes que influyen en el resultado de todos los proyectos, como la situación económica del país por ejemplo. En consecuencia, no hay independencia entre un proyecto y los proyectos anteriores del Estado, por lo que no hay diversificación total, quedando como remanente un riesgo no diversificable, que no puede ser despreciado.

Por su parte, el argumento que señala que los proyectos estatales se benefician de una gran dispersión del riesgo, lo que permite despreciarlo, comete a nuestro juicio una falacia de agregación (o desagregación). La dispersión del riesgo entre los individuos no hace necesariamente que la fracción de riesgo que toque a cada uno sea para ese individuo despreciable, ya que debe medirse en relación a su riqueza, que puede ser pequeña; en otras palabras, también la riqueza se dispersa.

[3]Este punto está basado en Mardones, 1990.

Por otra parte, al llevarse a cabo muchos proyectos, el riesgo de tales proyectos se acumula (a menos que sus resultados sean mutuamente independientes), por lo que tampoco podría ser despreciable. De seguir la regla de no considerar el riesgo por motivos de dispersión, el Estado terminaría con un conjunto de proyectos de mayor riesgo.

5.2.El caso chileno

La controversia en la evaluación de inversiones públicas ha consistido en decidir si es apropiado usar en ellas la tasa de descuento que se supone se usa en el sector privado, o si se debe usar otra. La discusión del tema de la diferenciación de tasas de descuento entre distintos proyectos públicos según sus niveles de riesgo ha estado ausente [4]. Sin embargo, es razonable evaluar de distinta manera aquellos proyectos que alcanzan su mayor rentabilidad cuando la economía se encuentra deprimida, que aquellos que mejoran cuando los ciclos son expansivos.

Así, la tasa de costo promedio de los fondos obtenida del modelo de Harberger, por su forma de cálculo, incorpora un riesgo promedio de la economía y no distingue entre tipologías de proyectos. En efecto, se promedia la tasa marginal de retorno de la inversión privada p y la tasa de preferencia intertemporal del consumo r. Pero la tasa de retorno de la inversión privada p es calculada a partir de información histórica sobre la rentabilidad del capital físico, sea a partir de las Cuentas Nacionales, o a partir de información contable de empresas, promediando los resultados de toda la economía o de un subconjunto de ella, con el riesgo sistemático que trae consigo.

5.3.El CAPM basado en el consumo y la TSD

Para evaluar el riesgo de inversiones públicas se utilizó como base el Modelo de Valoración de Activos de Capital, más conocido como CAPM (Capital Asset Pricing Model).

En particular, se decidió utilizar el modelo CAPM basado en el consumo, puesto que en él no se aplican la mayoría de las críticas al modelo CAPM tradicional [27]. Usando este modelo se llega a que el retorno esperado de un activo riesgoso puede expresarse como la suma del retorno de un activo libre de riesgo y del premio por asumir ese riesgo.

[4] Es cierto que este tema también ha estado ausente de la práctica de la generalidad de las empresas privadas, primando el enfoque tradicional de costo de oportunidad del capital para la empresa, sin distinguir los riesgos propios de los proyectos que la empresa lleva a cabo.

Analíticamente el CAPM consumos se expresa en la siguiente expresión: ([2], [6], [12], [18] y [31])

$$r_i = R_f + \beta_i \cdot [r^c - R_f]$$

donde:
r_i: la tasa a que se debiera descontar el proyecto i;
Rf: tasa libre de riesgo;
β_i : coeficiente de riesgo sistemático del activo i; y
r^c : es la tasa a la que los beneficiarios descuentan los flujos de consumo.
El coeficiente de riesgo sistemático o factor beta se define por:

$$\beta_i = \frac{Cov(C, r_i)}{Var(C)}$$

donde $Cov(C, r_i)$ es la covarianza entre la rentabilidad del activo riesgoso i y el consumo C y $Var(C)$ representa la Varianza del consumo[5].

El coeficiente de riesgo sistemático representa el riesgo no diversificable, es decir, el riesgo de la economía como un todo. Este riesgo es el único relevante puesto que el riesgo no sistemático se puede eliminar mediante la diversificación de las inversiones de los individuos.

5.4.El premio por riesgo

En esta etapa se obtiene una expresión que permite calcular el premio para ajustar la tasa libre de riesgo. El principio subyacente es que el premio exigido a un proyecto debería depender de cuánto riesgo agrega al portfolio de proyectos públicos, considerando, además, que quienes soportan ese riesgo son, genéricamente, los beneficiarios del proyecto. Así, idealmente la tasa de descuento del proyecto j debiera ser:

$$r_j^s = r^s + \beta_j(r^c - r^s)$$

donde r^ces la tasa a la cual los beneficiarios descuentan los flujos de consumo, la que en un mercado de capitales perfecto se puede aproximar por la tasa de retorno

[5] De la definición, el valor de beta puede ser positivo o negativo, dependiendo de cómo covarien el activo riesgoso y el portafolio de mercado. Usualmente es mayor que cero, y se sitúa en el entorno de la unidad. El beta asociado al portafolio de mercado es igual a uno y si el beta del activo i es mayor que uno, entonces se dice que el activo es más volátil que el mercado.

de mercado (como en el CAPM tradicional), r^ses la tasa social de descuento libre de riesgo y $\beta_j \equiv \frac{cov(c,b_j)}{var(c)}$.

Para estimar r^c es necesario estimar el premio por riesgo debido a la variabilidad del flujo de consumo de los beneficiarios del proyecto. Este premio por riesgo se estimará por[6]:

$$r^c = \frac{2}{2 - \rho CV^2} r^s.$$

donde ρ es el coeficiente relativo de aversión al riesgo y CV es el coeficiente de variación de los consumos c_t.

6. Aplicación del modelo al cálculo de la TSD en Chile

El método utilizado en el presente trabajo, grosso modo, consiste en lo siguiente. Primero, se calcula la tasa social de descuento libre de riesgo según la fórmula de Harberger. Esto implica estimar tp y q sin los premios por riesgo sectoriales, y el Costo marginal del endeudamiento externo. Segundo, se estima el premio por riesgo que usarían los beneficiarios de un proyecto para descontar los flujos de un proyecto público que tiene retornos que reproducen el comportamiento estocástico del consumo (vale decir los de un proyecto con $\beta = 1$). Por último, se estimarán β_s para distintas clases de proyectos.

Para obtener la tsd sin riesgo se considerará el promedio ponderado de la tasa de captación de ahorro interna (como proxy de tp), la rentabilidad marginal de la inversión privada (q) sin riesgo y la tasa de costo del ahorro externo, esta última con riesgo dado que el premio al riesgo implícito en los préstamos externos es un costo real para el país, en tanto que retirar 1$ del sector privado tiene como costo de oportunidad solamente la rentabilidad marginal de la inversión, que no implica riesgo [7].

6.1. Ahorro Doméstico

La tasa de mercado doméstica libre de riesgo t_p se obtuvo de las tasas observadas en el mercado. Se utilizaron las tasas de largo plazo, por ejemplo PRC a 8, 12 o hasta 20 años ya que los proyectos que se evalúan son de largo aliento. Así, las tasas de largo plazo del mercado son la mejor estimación que se tiene en ese

[6] Cuya deducción se presenta en detalle en el Anexo N° 1.

[7] La deducción de esta expresión se presenta en el anexo 2.

momento de lo que serán las tasas en el futuro. En segundo lugar, esta tasa es observable y por lo tanto se puede ir cambiando año a año sin necesidad de repetir el estudio.

Para el caso de instrumentos de renta fija de instituciones del estado con plazos de vencimiento mayores a 10 años (que no tenían mayor presencia en la Bolsa de Comercio en le época en que se realizaron los estudios anteriores) se obtuvo como TIR real los resultados que se muestran en el siguiente cuadro:

	10/12 años	12/15 años	>15 años
1993	6,47	6,40	6,34
1994	5,93	5,93	5,94
1995	6,77	6,65	6,55
1996	6,17	6,08	5,97
1997	6,95	6,91	6,82
Promedio	6,46	6,39	6,32

Fuente: Bolsa de Comercio de Santiago.

Estos valores permiten estimar una proxy de tp, (costo asociado al ahorro privado).

6.2.Rentabilidad del capital

Para el cálculo de la rentabilidad marginal de la inversión privada, no se aplicaron las metodologías tradicionales (vía cuentas nacionales o vía informes FECUS). La manera de realizarlo es corregir la tasa de mercado doméstica por las distorsiones tributarias existentes. De esta forma, no es necesario corregir por riesgo las rentabilidades sectoriales.

La premisa que subyace este método de cálculo es que las distorsiones sectoriales son en su gran mayoría uniformes. Esto es razonable ya que en Chile las franquicias sectoriales no son abundantes. En ese caso, en equilibrio, las rentabilidades corregidas por riesgo serán iguales en todos los sectores, y debe cumplirse desde el punto de vista privado que:

$$TIR = q * (1 - TMg)$$

Donde TMg es la tasa marginal de impuestos al sector privado y q es la tasa de colocación bancaria.

Además, suponiendo que la inversión marginal es financiado por medio de deuda y considerando el apalancamiento financiero que produce el escudo tributario,

una inversión conviene financiarla si la TIR del proyecto es mayor o igual[8] al interés del préstamo libre del impuesto de primera categoría(t). O sea si:

$$TIR = i(1-t)$$

Así calculada, la rentabilidad del capital libre de riesgo, q, será directamente

$$q = \frac{i(1-t)}{(1-TMg)}$$

En el caso de Chile, la tasa de impuesto de primera categoría es muy similar a la tasa marginal que pagan las personas (a través de Sociedades de inversiones), por lo que una buena aproximación de q es la tasa de colocación bancaria.

Los promedios de tasas de interés efectivas cobradas por Bancos en operaciones de más de 3 años se presentan en la siguiente tabla

Año	85	86	87	88	89	92	91	92	93	94	95	96	97
Tasa(%)	11,8	10,2	9,5	5,5	7,8	8,9	9,0	7,6	7,9	8,1	8,9	9,3	9,4

Promedio	8,71%

Fuente: Boletines mensuales del Banco Central

Con estos valores se tiene una estimación de la rentabilidad marginal de la inversión privada sin riesgo.

7.Estimación del costo marginal del endeudamiento externo

7.1.Tasa de interés efectiva en una economía abierta

La tasa de interés de paridad (ip) es la equivalente en moneda nacional a la tasa de interés internacional (i^*).

Las condiciones de equilibrio en una economía abierta requieren que el rendimiento de un depósito en moneda extranjera, dentro o fuera del país, sea equivalente al rendimiento de un depósito en moneda nacional, pues de existir una diferencia entre un rendimiento y otro, se producirían entradas (o salidas) de capital que permanecerían hasta que se eliminen las oportunidades de arbitraje, alterando el valor de los tipos de cambio [9], [10].

[8] En el margen igual

Por lo tanto, en equilibrio, la tasa de interés doméstica (i) debe ser igual a la tasa de paridad (ip) :

$$i = ip$$

El imponer esta relación genera la siguiente expresión para el costo medio del endeudamiento externo:

$$CMex = \frac{(1 + i^* + s) \cdot (1 + e)}{1 + p} - 1$$

en que
i^* representa la tasa de interés internacional
s es el spread sobre i^* que representa el riesgo de no pago del país
e es la variación en el tipo de cambio nominal
p es la variación de precios en el período en estudio.

7.2.Costo marginal del endeudamiento externo

Si llamamos CTSx al costo total de endeudarse en el extranjero, Cmex al costo medio, CMgx al costo marginal y Sx al ahorro externo, tenemos que :

$$CTSx = Cmex * Sx$$

y por tanto

$$CMgx = \frac{\partial(CTSx)}{\partial Sx} = Cmex + Cmex(\frac{1}{\frac{\partial Sx}{\partial Cmex} \times \frac{Cmex}{Sx}})$$

con lo que

$$CMgx = Cmex(1 + \frac{1}{Esx})$$

donde Esx representa la elasticidad costo medio del ahorro externo[9].

En estas condiciones es clave estimar la evolución futura de estos parámetros. En el caso del costo medio se estima en función de la evolución esperada de sus determinantes, y para el caso de elasticidad se plantea un modelo que relaciona el ahorro externo con el Costo medio del endeudamiento externo y otras variables.

[9]Esta fórmula no considera que un inversionista nacional, al evaluar un crédito externo puede castigar la tasa por un factor asociado al riesgo cambiario.

7.3.Costo medio del endeudamiento externo y elasticidad

Como se aprecia en la fórmula, el costo medio del endeudamiento externo es una función de la tasa de interés internacional (i^*), del spread sobre dicha tasa (s) asociado al riego país, la variación del tipo de cambio nominal (e) y de la inflación interna (p). Representa la proporción que se incrementan los compromisos (las deudas) del país en términos de recursos reales del propio país de un período a otro.

Para el caso del sector público chileno, las deudas se contraen en dólares americanos a una tasa de interés internacional variable, que es la libor (London Interbank offer rate), y pagando un spread sobre esa tasa. Por tanto, los parámetros que se necesitan estimar son: La tasa libor, el spread sobre la libor pagado, la variación del tipo de cambio nominal del dólar americano y la inflación interna.

Las proyecciones se realizan a continuación consideran dos criterios: hay parámetros cuyos valores esperados siguen una tendencia de acuerdo a la información histórica, y en tal sentido, se considera dicha información histórica para las proyecciones, en otros casos se cuenta con valores de mercados a futuro (forwards) los que se pueden considerar mejores predicciones que la estimación en base a un promedio histórico.

7.3.1.Tasa libor

Si consideramos las tasas efectivas desde 1993-97 obtenemos que el promedio de la tasa libor es 5,2% . Dado que la varianza de esta muestra es relativamente pequeña consideramos como base de estimación 5,2% de acuerdo al criterio de la información histórica.

Si consideramos el criterio de la información de mercado, tenemos una serie de tasas spot y forward para tasas libor desde un año hasta 10 años, las que se presentan a continuación:

Plazo (años)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
libor (%)	5.78	5.81	5.83	5.86	5.88	5.90	5.93	5.94	5.96	5.97

Promedio	5.8865

Fuente: Elaboración propia a partir de información de Bancos.

7.3.2. Variación del tipo de cambio nominal

La variación del tipo de cambio (e) en el periodo 1991-96 es 5,36 %, en el periodo 1991-97 es 4,83% y en el periodo 1993-97 es 3,096%. Se consideró como base de estimación, la información histórica promedio en el período 1991-97, es decir e= 4,8%.

Considerando información de mercado, tenemos futuros a un año sobre el tipo de cambio, estos han estado oscilando fuertemente durante el segundo semestre de 1998, lo que implica expectativas de variación del tipo de cambio nominal en un rango entre 6% y 9% (en lugar del 4,8 % considerado con información histórica).

Esta proyección, si bien será considerada, nos merece los siguientes comentarios: es muy corta (un año), y está muy influenciada por la incertidumbre respecto a los efectos de la crisis asiática y las distintas medidas tomadas por el Gobierno y el Banco Central respectivamente.

7.3.3. Spread sobre la libor

Para el valor de spread, en función de los resultados históricos, se decidió considerar el escenario de 1% de spread, dado que el promedio desde 1990 a 1997 es 1,3% con una clara tendencia a la baja. Si se considera el promedio de 1976 a 1997 tenemos 1,6%.

Al considerar información de mercado (spreads del orden de 0,5% en el primer trimestre), más la opinión de expertos consultados, las proyecciones bajan a 0,8% de spread.

7.3.4. Inflación

Al observar la realidad chilena de los últimos años y la tabla correspondiente a la variación porcentual del IPC, vemos que la curva es decreciente desde 1996. En este sentido, y considerando las expectativas del gobierno, tomaremos como base de estimación una inflación conservadora entre el 4,5 y el 6% anual.

7.4. Elasticidades

Para obtener los ponderadores de la ecuación (1) se calcularon las elasticidades que a continuación se muestran:

7.4.1. Elasticidad de la oferta de créditos externos financieros de mediano y largo plazo respecto a la tasa de interés.

La fuente de financiamiento relevante para calcular la TSD corresponde a los créditos otorgados por instituciones extranjeras. Estos créditos cobran distintas tasas de interés, las que corresponden a tasa fija, tasa variable (Libor+spread y Prime+spread). Dado los montos de los créditos financieros otorgados, la tasa relevante para el Estado corresponde a Libor+spread.

Para determinar la elasticidad se efectuaron una serie de regresiones que relacionaban el porcentaje de crédito financiero de mediano y largo plazo respecto al PGB como variable dependiente y una serie de variables independientes, entre ellas la tasa de interés que paga el país por dichos créditos.

Los valores de la elasticidades de las dos regresiones que entregaron estadísticos más confiables [10] fueron 3,29 y 4,65. Con ello se obtiene un rango para el costo marginal del endeudamiento externo .

El resultado anterior coincide con la opinión de expertos en el sentido que la oferta de ahorro externo debería ser muy elástica. Por ejemplo, las proyecciones realizadas por un panel de expertos convocados por MIDEPLAN [32] tenemos una elasticidad implícita de 16,67. Según la opinión de ejecutivos del sector bancario, un incremento de un 15% en los flujos de créditos demandados en ningún caso subiría el spread en más de 0,2 puntos porcentuales, lo que implica un alza de 2,9% en el costo del crédito, y por tanto una elasticidad del orden de 5, consistente con los resultados de nuestras regresiones.

7.4.2. Elasticidad de la inversión respecto de la tasa de interés

Para el cálculo de esta elasticidad, se desarrollaron una serie de regresiones que relacionaban la inversión como variable dependiente, con las tasas de colocación.

Para la inversión se consideró la inversión total en millones de pesos y como porcentaje del PGB. Adicionalmente, se consideró la información sobre inversión pública obtenida de "Estadísticas de Finanzas Públicas 1988-1997" del Ministerio de Hacienda, la que permitió calcular la inversión privada en millones de $ y como porcentaje del PGB.

De acuerdo a la teoría, así como la tasa de retorno relevante para el cálculo de la tsd es la tasa de retorno de las inversiones privadas, la elasticidad debería ser también calculada respecto a la inversión privada[11].

[10] Ver Anexo N° 3.

[11] Ver Anexo N° 3.

Como se puede ver en el anexo, consistentemente se obtuvieron elasticidades en el rango de -0,2 a -0,3, que es el que se utilizará en el cálculo de la tsd.

7.4.3.Elasticidad del Ahorro Doméstico con respecto a la tasa de interés

En este punto, la variable clave a determinar es la elasticidad del ahorro doméstico con respecto a la tasa de interés.

La mayoría de los estudios previos [4], [5], [7], [19], [20], [21], [33], [37] han concluído que dicha elasticidad no es significativa debido a 3 efectos que se producen:

1. Efecto sustitución : cuando se estima que el consumo futuro será relativamente más barato, existe un impacto positivo sobre el ahorro .
2. Efecto ingreso : Si hay menores necesidades de ahorrar para disfrutar un determinado nivel de consumo futuro, existe un impacto negativo sobre el ahorro.
3. Efecto sobre el bienestar : Si el valor presente de los ingresos futuro cae, existe un impacto positivo en el ahorro

El resultado teórico de la suma de estos 3 efectos es ambiguo y se estima que es pequeño. Empíricamente, se ha llegado a elasticidades muy bajas. Para efectos del estudio se consideró el rango 0,005 a 0,01.

8.Cálculo de la Tasa Social de Descuento

Ante las dificultades de estimar una TSD única, se generaron escenarios coherentes para las distintas variables involucradas. De este modo es posible obtener un valor medio asociado a la TSD. El procedimiento es el que se muestra a continuación:

8.1.Definición de escenarios y Cálculo de ponderadores

En base a las estimaciones de elasticidades presentadas anteriormente, se puede proceder al cálculo de los ponderadores una vez determinados los escenarios para la inversión privada (Ip), el ahorro externo (Sx) y el ahorro doméstico (Sp). Para esto se analizó la información histórica, y se consideraron las tendencias tanto de la Inversión como del ahorro interno (ambas crecientes). Se proyectaron escenarios que ponderan más los valores de estas partidas en los últimos años. De esta forma obtuvimos los siguiente valores: Ip= 25%, Sx = 4% y Sp= 21% (todos como porcentales con respecto al PIB).

Estas proyecciones, combinadas con los rangos de elasticidades antes presentados, generan las siguientes rangos para los ponderadores[12]:

Ponderador	Cota inferior	Cota superior
b	0,00398	0,01410
ϕ	0,20825	0,36049
a	0,63128	0,78645

Cabe señalar, que dada la alta elasticidad de la oferta de ahorro externo, el ponderador de dicha componente resulta alto (superior al 60%), en todos los escenarios considerados.

8.2.Información base para el cálculo de acuerdo a la metodología propuesta.

Recordemos que la tasa libre de riesgo se estimaba como:

$$tsdsr = tp_{sr} * b + q_{sr} * \phi \ + a * CMgx$$

donde la tsd sin riesgo se calcula como el promedio ponderado de la tasa de captación de ahorro interna (tp_{sr}), la rentabilidad marginal de la inversión privada (q_{sr}) sin riesgo y la tasa de costo del ahorro externo, esta última con riesgo dado que el premio al riesgo implícito en los prestamos externos es un costo real para el país. De forma que para la estimación de tp_{sr} se utiliza como variables proxy la TIR de papeles de renta fija (de largo plazo) del Estado, q_{sr} se determina a partir de las tasas de colocación libre de riesgo corrigiendo desde un punto de vista social, y $CMgx$. se calcula a partir del costo medio, el cual depende de la tasa libor (i*), el spread (s), la variación del tipo de cambio nominal (e) y la inflación (p) y la elasticidad.

A partir de las variables proxi se obtuvo para tp_{sr} una estimación de 6,32 %, para q_{sr} una estimación de 8,71 %. Para estimar el costo medio del endeudamiento externo se pueden utilizar los datos históricos o las proyecciones del mercado (forwards). De acuerdo a esto tenemos:

	Libor	Spread	Var TCN	Inflación	CMe	Elast.	CMg
Histórico	5,2	1,0	4,8	4,5	0,065	3,3	0,08476
	5,2	1,0	4,8	4,5	0,065	4,7	0,07889
Proyecciones	5,88	0,8	9	6	0,097	3,3	0,12638
	5,88	0,8	9	6	0,097	4,7	0,11763

[12] Ver Anexo N° 4, Cuadro 1.

8.3.Cálculo de la tsd de acuerdo a la metodología propuesta

Con los ponderadores, las tasas tp y q, y los distintos escenarios para el cálculo del costo marginal del endeudamiento externo, se obtuvo un rango de resultados para la TSD libre de riesgo[13]:

Los cuatro grandes escenarios resumidos en el Cuadro 2 del Anexo N° 4 tienen en común los mismos rangos para la elasticidad de la demanda de capital por inversión y la elasticidad del ahorro doméstico (en torno a cero), y se diferencian por la elasticidad del ahorro externo (3,3 o 4,7) y las proyecciones de costo medio (según datos históricos o datos de mercado).

El resultado obtenido, es una tsd libre de riesgo promedio de 9,73%. Esta tasa no se altera significativamente si si se genera un mayor número de escenarios intermedios para la estimación de elasticidad y costo medio..

8.4.Cálculo del premio por riesgo

De acuerdo a la fórmula obtenida para el cálculo del premio por riesgo en el modelo de valoración basado en el consumo, es posible mediante una simulación, obtener un rango para el premio al riesgo que debiera considerarse en las inversiones públicas.

Los resultados obtenidos se muestran en el Cuadro 3 del Anexo N° 4 donde, utilizando la serie de consumos en $ de 1997, se obtiene un coeficiente de variabilidad (CV=0,2597), y considerando el rango para el grado de aversión al riesgo típicos (entre 0,5 y 3 [14]), y la tasa de descuento libre de riesgo obtenida de 9,73%, se obtiene valores para r^c entre 9,90 y 10,83.

El primer valor (9,9%, que implica un premio al riesgo de 0,16%) se obtiene con el mínimo grado de aversión al riesgo (0,5), en tanto que el segundo (10,83%, que implica un premio al riesgo de 1,1%), se obtiene con el máximo grado de aversión al riesgo (3). En adelante, consideraremos el máximo grado de aversión al riesgo de los beneficiarios.

8.5.Cálculo de la TSD de acuerdo a la metodología tradicional.

El resultado obtenido (incluido el riesgo promedio), es una tsd de 10,1%. Nuevamente, la tasa no se altera significativamente si en lugar del promedio consideramos la moda del conjunto de tasas obtenidas.

[13]Ver Anexo N°4, Cuadro 2.

[14]Ver Anexo N° 1.

Debemos destacar el siguiente resultado: no hay una gran diferencia entre la tsd sin riesgo (9,73 %) y la tsd con riesgo promedio (10,07%). Esto obedece a que en ambas metodologías, la tasa asociada a la componente de ahorro externo (Cmgx), debe ser considerada con riesgo, según se ha señalado anteriormente.

De acuerdo a los resultados obtenidos para los ponderadores más relevantes para el Cmgx, se obtienen tasas relativamente similares con las dos metodologías ya que la componente con mayor ponderación no difiere de una metodología a otra.

Lo anterior se suma al hecho de que la tasa de retorno de las inversiones privadas, si bien es distinta con riesgo versus sin riesgo (10,1% vs. 8,7%), muestra una diferencia superior sólo de un punto porcentual.

8.6.Clasificación de proyectos

Existe consciencia que en la práctica no es posible determinar el β_j de cada proyecto. Por lo tanto, se sugiere definir un número pequeño de categorías de proyectos. En principio sugerimos la siguiente clasificación: (a) proyectos cuyo beneficio marginal es alto en aquellos años en que el consumo es alto. Por ejemplo, una carretera tiende a usarse menos en años recesivos que en años de expansión. Este tipo de proyecto tiene un β alrededor de 1. (b) Proyectos cuyos beneficios no están correlacionados con el consumo corriente. Por ejemplo, la construcción de un colegio, o el desarrollo de un *software* educacional. Este tipo de proyecto tiene un β de alrededor de 0. (c) Proyectos cuyos beneficios marginales son altos cuando el consumo es bajo. Por ejemplo, un programa de desayunos infantiles.

De acuerdo a este resultado, y según la metodología propuesta, si se clasifican los proyectos en las categorías de procíclicos (se asume beta igual a 1), neutros (beta igual a 0) y contracíclicos (beta igual a -1), se tendrían las siguientes tsd:

Proyectos procíclicos:

$$TSDp = 9,73\% + 1,1\% = 10,83\%$$

Proyectos neutros:

$$TSD = 9,73\%$$

Proyectos contracíclicos:

$$TSDc = 9,73\% - 1,1\% = 8,63\%.$$

9. Conclusiones y posibles impactos

Una primera conclusión general que se extrae de este estudio es que la TSD es menor al 12% (aun replicando la metodología tradicional sin consideraciones de riesgo). A modo de ejemplo, un cálculo simple nos permite observar que al descontar un flujo de caja que sucederá en 40 años más, la reducción de la TSD de un 12% a un 10% hace que dicho flujo duplique su valor en el cálculo del VAN social.

Por tanto, este cambio en la TSD debiera traer consigo un cambio en el ranking de proyectos públicos, generando incentivos al desarrollo de proyectos de más largo plazo que los actuales, por ejemplo en el área de infraestructura, ecología, entre otras.

Al incorporar el tratamiento del riesgo, se produce un incentivo a desarrollar proyectos neutros o contracíclicos con efectos de largo plazo, como por ejemplo, Programas de Salud, Atención de menores en riesgo social, Programas de Educación, algunas empresas públicas [17], [26], [29].

Referencias

[1] Arrow, K.J., y R. Lind (1970), "Uncertainty and the Evaluation of Public Investment Decisions", American Economic Review 60, págs.

[2] Breeden, D.T. (1979), "An Intertemporal Asset Pricing Model with Stochastic Consumption and Investment Opportunities", Journal of Financial Economics 7, págs. 265-296.

[3] Breeden, D.T. (1980), "Consumption Risk in Futures Markets", The Journal of Finance Vol. XXV, No. 2, Mayo, págs. 503-520.

[4] Callen T., Thimann C., (1997), "Empirical determinants of Household Saving : Evidence from OECD Countries", WP/97/181, IMF Working Paper.

[5] Corbo V., Schmidt-Hebbel K., (1991), "Public policies and saving in developing countries, Journal Of Development Economics 36, pag 89-115. North Holland.

[6] Cornell, B. (1981), "The Consumption Based Asset Pricing Model: A Note on Potential Tests and Applications", Journal of Financial Economics 9, págs. 103-108.

[7] Dayal-Gulati A., Thimann C., (1997), "Saving in Southeast Asia and Latin America Compared : Searching for Policy lessons", WP/97/110, IMF Working Paper.

[8] Desormeaux, J.; P. Díaz; y G. Wagner (1988), "La Tasa Social de Descuento", Cuadernos de Economía 74, Abril, págs. 125-191.

[9] Edwards, S. (1985), "Country Risk, Foreign Borrowing and the Social Discount Rate in an Open Developing Economy", NBER Working Paper N° 1651.

[10] Espinal, M. (1994), Análisis teórico de la tasa social de descuento y el precio social de la inversión. Universidad Católica de Chile. Tesis de Magister.

[11] Fontaine, E. (1991), Evaluación Social de Proyectos. Ediciones Universidad Católica. Séptima Edición.

[12] Grossman, S.J.; A. Melino; y R.J. Shiller (1985), "Estimating the Continuous Time Consumption Based Asset Pricing Model", NBER Working Paper N°. 1643, Junio.

[13] Harberger, A.C. (1969), "On Measuring the Social Opportunity Cost of Public Funds", Western Agricultural Economic Research Council, Report N°17, Denver Colorado.

[14] Harberger, A. (1971), On measuring the social opportunity cost of labor. International Labor Review, Vol 103, N° 6.

[15] Harberger, A. (1984), Basic needs versus distributional weights in social cost-benefit analysis. Ec. develop. and Cult. Change, Vol 32, N°3, The University of Chicago Press.

[16] Harberger, A. (1985), Reflections on social projects evaluation.

[17] Janer, V. (1998), "Rediseño de la gestión financiera municipal: aplicación a las I. Municipalidades de Quilicura y Santiago". Tesis de Magister en Ingenería Industrial, Departamento de Ingeniería Industrial, Universidad de Chile.

[18] Kazemi, H.B. (1980), "An Alternative Testable Form of the Consumption CAPM", The Journal of Finance Vol. XLIII, N° 1, Marzo, págs. 61-70.

[19] Loayza N., López H., Schmidt-Hebbel K., Servén L., (1998), "The world saving data base", The World Bank.

[20] Loayza N., Schmidt-Hebbel K., Servén L., (1998), What drives saving across the world", Manuscript (The World Bank, Banco Central de Chile).

[21] Loayza N., López H., Schmidt-Hebbel K., Servén L., (1998), " Saving in the world, Trends and Correlations", Manuscript (The World Bank, Banco Central de Chile).

[22] Lind, Robert C., y otros (1982), Discounting for time and Risk in Energy Policy, Resources for the Future & The Johns Hopkins University Press.

[23] Little, I.M.D. y Mirrlees, J.A. (1974) Project appraisal and Planning twenty years on. Worl Bank, Conferences on development economics, BID, Washington D.C.

[24] Londero, E. (1987), Beneficios y Beneficiarios : Una introducción a la estimación de los efectos distributivos en el análisis costo-beneficio, BID, Washington D.C.

[25] Londero, E. (1992), Precios de cuenta, principios, metodología y estudio de casos, BID, Washington D.C.

[26] Lyon, J.E. (1995), "Tasa de descuento: teoría y aplicación a una empresa estatal", Tesis de Magister en Ingenería Industrial, Departamento de Ingeniería Industrial, Universidad de Chile.

[27] Mankiw, N.G., y M.D. Shapiro (1986), "Risk and Return: Consumption Beta Versus Market Beta", The Review of Economics and Statistics, Agosto, págs. 452-459.

[28] Mardones, J.L. (1990), Metodologías de Tasas de descuento : riesgo y distorsiones de mercado en proyectos públicos, Departamento de Ingeniería Industrial de la Universidad de Chile, Notas Docentes DI.7, 1990.

[29] Mardones, J.L. (1993), "Tasa de descuento para inversiones de ENAP".

[30] Marglin, S.A. (1963), "The Social Rate of Discount and the Optimal Rate of Investment", Quarterly Journal of Economics 77, Febrero, págs. 95-111.

[31] Merton, R.C. (1973), "An Intertemporal Capital Asset Pricing Model", Econometrica Vol. 41, N°. 5, Septiembre, págs. 867-887.

[32] MIDEPLAN (1995), Taller : Análisis y calificación de parámetros y variables que determinan la tasa social de descuento. Documentos de Inversiones.

[33] Ogaki M., Ostry J., Reinhart C., (1995), "Saving Behavior in Low - and Middle - Income Developing Countries : A Comparison", WP/95/3-EA, IMF Working Paper.

[34] Samuelson, P.A., y W. Vickrey (1964), "Discussion", Amercian Economic Review 59, Mayo, págs. 88-96.

[35] Sandmo, A., y J.H. Drèze (1971), "Discount Rates for Public Investment in Closed and Open Economies", Economica 38, Noviembre, págs. 395-412.

[36] Sjaastad, L. y D. Wisecarver (1977), "The Social Cost of Public Finance", Journal of Political Economy 85-3, Junio.

[37] The World Bank, Abstracts of Currents Studies, (1997),"Saving in Development Countries", Summary: "Income Inequality and Aggregate Saving: The Cross-Country Evidence." 1997. "Does Income Inequality Raise Aggregate Saving?" 1997. "Income Inequality and Aggregate Saving.

ANEXO 1

1. Deducción de la expresión para estimar el premio por riesgo[1]

Esta etapa consiste en calcular el premio para ajustar la tasa libre de riesgo. El principio subyacente es que el premio exigido a un proyecto debería idealmente depender de cuánto riesgo agrega al portfolio de proyectos públicos, considerando, además, que quienes soportan ese riesgo son, genéricamente, los beneficiarios del proyecto. Así, idealmente la tasa de descuento del proyecto j debiera ser

$$r_j^s = r^s + \beta_j(r^c - r^s)$$

donde r^c es la tasa a la que los beneficiarios del proyecto descuentan los flujos de consumo y $\beta_j \equiv \frac{cov(c,b_j)}{var(c)}$.

Para estimar r^c es necesario estimar el premio por riesgo debido a la variabilidad del flujo de consumo de los beneficiarios del proyecto. Este premio por riesgo se estimará de la siguiente forma:

Supóngase que el consumo del beneficiario representativo del proyecto es una varriable aleatoria iid c_t con media $\overline{c}$ y varianza σ_c. La utilidad que el beneficiario representativo obtiene de su consumo es

$$E\left[\sum_{t=1}^{\infty}\delta^{t-1}u(c_t)\right]$$

donde $\delta \in (0,1)$ es el factor subjetivo de descuento y u es una función estrictamente cóncava dos veces diferenciable (el beneficiario representativo le tiene aversión al riesgo). Es claro que existe un c^c tal que

$$E\left[\sum_{t=1}^{\infty}\delta^{t-1}u(c_t)\right] = \sum_{t=1}^{\infty}\delta^{t-1}u(c_c) \tag{1.1}$$

que es el nivel de consumo cierto por periodo por el que el beneficiario representativo estaría dispuesto a cambiar la secuencia (c_t).

Siendo que el beneficiario representativo le tiene aversión al riesgo, es claro que $\overline{c} > c_c$. La diferencia es el premio por riesgo que cobra el beneficiario representativo. Para encontrar una medida de la magnitud de esa diferencia hacemos una expansión de Taylor de (1.1) alrededor de $\overline{c}$ (la expansión es de segundo orden al lado izquierdo y primer orden al lado derecho) para obtener

$$\begin{aligned} & E\left[\sum_{t=1}^{\infty}\delta^{t-1}\left\{u(\overline{c}) + (c_t-\overline{c})u'(\overline{c}) + \frac{1}{2}(c_t-\overline{c})^2u''(\overline{c})\right\}\right] \\ \cong & \sum_{t=1}^{\infty}\delta^{t-1}\left\{u(\overline{c}) + (c_c-\overline{c})u'(\overline{c})\right\}. \end{aligned}$$

[1] Agradecemos la siguiente demostración al profesor Alexander Galetovic.

Tomando esperanzas y reordenando se obtiene que

$$\frac{1}{2}\sigma_c u''(\overline{c}) \cong (c_c - \overline{c})u'(\overline{c})$$

de donde se sigue que

$$\frac{\overline{c} - c_c}{\overline{c}} \cong \frac{1}{2}\rho CV^2,$$

donde $\rho \equiv \frac{u''(\overline{c})}{u'(\overline{c})}\overline{c}$ es el coeficiente relativo de aversión al riesgo y CV es el coeficiente de variación de c_t; o bien

$$\frac{c_c}{\overline{c}} \cong 1 - \frac{1}{2}\rho CV^2 \tag{1.2}$$

Nótese que CV_c se puede obtener de la varianza del consumo agregado de Cuentas Nacionales; ρ no lo conocemos, pero el consenso entre académicos es que varía entre $0,5$ y 3[2].

Para obtener r_c debemos contestar la siguiente pregunta: ¿Cuál es el valor presente del flujo de consumo (c_t)? Sabemos que para valorar un flujo de consumo parejo c_c se debe usar la tasa libre de riesgo, por lo tanto

$$V\left[(c_c)\right] = \frac{c_c}{r^d},$$

donde V denota el valor presente. Además,

$$\frac{c_c}{r^d} = \frac{\overline{c}}{r^c}.$$

Por lo tanto, usando (1.2) se desprende que

$$r^c = \frac{2}{2 - \rho CV^2} r^d.$$

donde r^ces la tasa a la cual los beneficiarios descuentan los flujos de consumo, la que en un mercado de capitales perfecto se puede aproximar por la tasa de retorno de mercado (como en el CAPM tradicional) y r^ses la tasa social de descuento libre de riesgo.

[2] Estos valores son representativos de las estimaciones realizadas disponibles en la literatura. Ver por ejemplo, Auerbach y Kotlikoff (1987), Newbery y Stiglitz(1981) y Mehra y Prescott (1985).

ANEXO 2

1. Modelo Teórico Sobre riesgo y la TSD[1]

Se considera un modelo de dos periodos: $t = 0$, el periodo presente, y $t = 1$, el periodo futuro. Hay un contínuo de individuos idénticos a los que llamaremos "individuo representativo", quienes maximizan el valor esperado del valor presente de la utilidad del consumo, viz.

$$EU(c_0, c_1) = E\left[u(c_0) + \beta u(c_1)\right], \tag{1.1}$$

con $0 < \beta < 1$. Suponemos que $u' > 0$, $u'' < 0$, es decir, el individuo representativo le tiene aversión al riesgo, y que sólo existe un bien de consumo.

Cada individuo recibe y_0 unidades del bien de consumo en el presente y y_1 unidades en el futuro. El ingreso en el periodo presente es cierto; el ingreso en el periodo futuro es una variable aleatoria distribuida normalmente, con media $\overline{y}_1$ y varianza σ_y^2. Con esta formulación pretendemos captar el hecho que el ingreso futuro del individuo, y por lo tanto su consumo futuro, son inciertos.

El individuo puede transformar ingreso presente en ingreso futuro según la función de inversión $h(I)$ con $h' > 0$, $h'' < 0$ y $h(0) > \beta$ y donde I es el monto invertido per cápita. Los retornos de la inversión *no son* aleatorios por lo que en este modelo la incertidumbre privada que enfrenta el individuo proviene únicamente de la aleatoriedad del ingreso. Esto se supone sólo para simplificar; los resultados serían cualitativamente los mismos si se supusiera que los retornos de la inversión son aleatorios y correlacionados perfectamente con el ingreso en $t = 1$, aunque el álgebra se complicaría un tanto.

En lo que sigue estudiaremos bajo qué condiciones se debe ejecutar un proyecto público con las siguientes características: si se invierte I_g per cápita en $t = 0$, entonces se obtienen $I_g R_g$ unidades del bien de consumo en $t = 1$ para cada individuo representativo. El retorno del proyecto se distribuye normalmente con media $\overline{R}_g$ y varianza σ_g^2. La covarianza entre el retorno del proyecto y el consumo del individuo en $t = 1$ se denota por σ_{cg}. Se supone que los retornos del proyecto público son aleatorios, de modo que se pueda investigar la relación entre el riesgo del proyecto y la tasa social de descuento.

[1] Agradecemos las demostraciones que se presentan a continuación al profesor Alexander Galetovic.

Cuando se estudie una economía cerrada el financiamiento del proyecto en $t = 0$ provendrá exclusivamente de la dotación de ingresos del individuo, y_0. En ese caso en cada periodo las restricciones presupuestales son, respectivamente,

$$\begin{aligned} c_0 &= y_0 - I - I_g, \\ c_1 &= y_1 + h(I) + I_g R_g. \end{aligned}$$

Cuando se estudie un modelo con distorsiones se supondrá que los retornos netos del proyecto de inversión privado se gravan con la tasa τ, vale decir el individuo representativo recibe solamente $h(I) - \tau[h(I) - I]$. Sin embargo, en $t = 1$ el individuo recibe de vuelta lo recaudado, $T = \tau[h(I) - I]$ lump sum. Las restricciones presupuestales serán, entonces,

$$\begin{aligned} c_0 &= y_0 - I - I_g, \\ c_1 &= y_1 + h(I) - \tau[h(I) - I] + I_g R_g + T \end{aligned}$$

Finalmente, cuando se estudie el endeudamiento externo, en cada periodo las restricciones presupuestales son, respectivamente,

$$\begin{aligned} c_0 &= y_0 + e_0 D - I - I_g, \\ c_1 &= y_1 + h(I) + I_g R_g - e_1 D R_e; \end{aligned}$$

donde D es el monto de la deuda medida en términos de bienes extranjeros, e es el precio relativo de una unidad del bien extranjero en términos del bien nacional (el tipo de cambio real) y R_e es el costo de un crédito externo. Nótese que este es un modelo de un solo bien. Para introducir el endeudamiento externo de manera simple se ha supuesto que una unidad del bien extranjero se puede transformar en e unidades del bien que se consume internamente.

Cuando se estudien las implicancias del endeudamiento externo se supondrá que la tasa de interés externa es la misma en ambos periodos, y que el país puede elegir libremente su nivel de deuda. Sin embargo, el tipo de cambio real en $t = 1$ se distribuye normalmente con media $\bar{e}_1$, varianza σ_e^2 y covarianza σ_{ce} con el consumo. La deuda externa se denomina en bienes extranjeros. Por lo tanto, el sacrificio en términos de consumo doméstico necesario para pagarla depende del tipo de cambio real que prevalecerá en $t = 1$. En la práctica, la tasa de interés a

la que se contratan créditos externos también es aleatoria, pero la supondremos constante para simplificar el álgebra.

Se supondrá que los retornos del proyecto los consume totalmente el individuo. Estos retornos serán simplemente unidades del bien de consumo que entran directamente su función de utilidad. Cuando sea necesario pagar un crédito externo, esto afectará directamente las posibilidades de consumo del individuo en $t = 1$.

2. Riesgo en economía cerrada

En esta sección se estudian los determinantes de la tasa social de descuento en una economía cerrada cuando el retorno del proyecto público es incierto. Se parte analizando la condición de primer orden del individuo cuando no hay inversión pública. Luego se estudia bajo qué condiciones es conveniente invertir I_g en $t = 0$. Se concluye analizando el caso cuando existen distorsiones.

2.1. El óptimo cuando no hay inversión pública

Cuando no hay inversión pública y la economía es cerrada la decisión del individuo consiste en

$$\max_I u(c_0) + \beta E u(c_1)$$

sujeto a $c_0 = y_0 - I$ y $c_1 = y_1 + h(I)$ (obviamente, c_1 es una variable aleatoria). De la condición de primer orden de este problema se obtiene que

$$u'(c_0^*) = \beta h'(I^*) E u'(c_1^*).$$

donde el asterisco '$*$' denota que el nivel de la variable es óptimo. La interpretación de esta condición es la siguiente: el costo de postergar una unidad de consumo presente es la utilidad marginal del consumo, u' evaluada en c_0. Esa unidad genera h' unidades de consumo adicionales en $t = 1$, cuya utilidad marginal esperada es Eu'. Para obtener el valor presente se descuenta $h'Eu'$ con el factor de descuento β. El óptimo se alcanza cuando el costo marginal de postergar consumo se iguala con su beneficio.

2.2. La tasa social de descuento

Evaluamos ahora el proyecto de inversión pública. ¿Cuándo debe hacerse? La siguiente proposición y corolario resumen el principal resultado de esta sección:

Proposición 1 *Un proyecto público cuyo retorno es R_g debe hacerse sólo si*

$$R_g \geq h'(I^*) + \frac{\sigma_{cg}}{\sigma_c^2}(\overline{R}_c - h'[I^*]) \tag{2.1}$$

donde $\overline{R}_c$ es el retorno pagado por un activo correlacionado perfectamente con el consumo.

Demostración Invertir un peso en un proyecto público que retorna R_g en $t = 1$ aumenta la utilidad esperada del individuo en $t = 1$ en $\beta E[u'(c_1^*)R_g]$. Por el lado del costo, ya sea que la inversión pública se financia en $t = 0$ con menor consumo o con menor inversión, en el óptimo el costo alternativo es $\beta E[u'(c_1^*)]h'(I^*)$. Por lo tanto, es conveniente hacer el proyecto sólo si

$$\beta E[u'(c_1^*)R_g] \geq \beta E[u'(c_1^*)]h'(I^*). \tag{2.2}$$

Notando que $Exy \equiv \sigma_{xy} - \overline{x}\overline{y}$, podemos escribir la desigualdad (2.2) como

$$\text{cov}(u'(c_1^*), R_g) + Eu'(c_1)\overline{R}_g \geq E[u'(c_1^*)]h'(I^*).$$

En vista que tanto el ingreso se distribuye normal, c_1^* también se distribuye así. Notando que en ese caso $\text{cov}(u'(c_1^*), R_g) = E[u''(c_1^*)]\sigma_{cg}$ (véase Rubinstein, 1976), se sigue que el proyecto debe hacerse sólo si

$$E[u''(c_1^*)]\sigma_{cg} + Eu'(c_1^*)\overline{R}_g \geq E[u'(c_1^*)]h'(I^*).$$

o bien

$$\overline{R}_g \geq h'(I^*) + \rho\sigma_{cg}, \tag{2.3}$$

donde $\rho \equiv \frac{-E[u''(c_1^*)]}{E[u'(c_1^*)]}$ es el coeficiente global de aversión al riesgo.

Ahora bien, repitiendo el razonamiento anterior, es posible demostrar que el retorno esperado de un activo perfectamente correlacionado con el consumo, $\overline{R}_c$, es igual a $h'(I^*) + \rho\sigma_c^2$, de donde se sigue que

$$\rho = \frac{\overline{R}_c - h'(I^*)}{\sigma_c^2}.$$

Reemplazando en (2.3) y reordenando se obtiene que el proyecto debe realizarse sólo si

$$R_g \geq h'(I^*) + \frac{\sigma_{cg}}{\sigma_c^2}(\overline{R}_c - h'[I^*])$$

que es lo que se quería demostrar. ■

Corolario *La tasa social de descuento es igual a*

$$h'(I^*) + \frac{\sigma_{cg}}{\sigma_c^2}(\overline{R}_c - h'[I^*]) - 1. \tag{2.4}$$

Para interpretar (2.1) y (2.4) comenzaremos por examinar el caso sin riesgo. En ese caso el proyecto público debe hacerse sólo si su retorno es al menos tan alto como el que obtienen las inversiones privadas, $h'(I^*)$. Este es el resultado tradicional: cuando no hay distorsiones ni riesgo, los proyectos públicos deben rendir al menos tanto como los proyectos privados.

Nótese que el resultado sería exactamente el mismo si tuviéramos un continuo de proyectos públicos. En el margen, cada proyecto público debiera ejecutarse sólo si su valor presente neto descontado a la tasa (2.4) es mayor que cero.

¿Qué aspectos adicionales se deben considerar cuando el proyecto es riesgoso? La expresión

$$\frac{\sigma_{cg}}{\sigma_c^2}(\overline{R}_c - h'[I^*]) \tag{2.5}$$

es el premio por riesgo que debiera "pagar" el proyecto. Este premio depende de las características de su retorno *según como afecte la utilidad de los individuos beneficiados por el proyecto.* El signo del premio por riesgo depende solamente del signo de la correlación entre el consumo en $t = 1$ y el retorno del proyecto público. Si la correlación es positiva, el premio por riesgo es mayor. La razón es que un proyecto con esas características aumenta el consumo cuando el ingreso es en $t = 1$ es alto y la utilidad marginal del consumo es baja. Por el contrario, un proyecto correlacionado negativamente con el ingreso tiene un premio por riesgo negativo.

2.3. Distorsiones

En esta subsección se analiza el caso en que hay distorsiones. Como se mencionó en la sección 2, se supondrá que los retornos netos del proyecto de inversión

privado se gravan con la tasa τ, vale decir el individuo representativo recibe solamente $h(I) - \tau[h(I) - I]$ por cada unidad del bien que invierte. Denotaremos por R^I al retorno marginal social de la inversión, $h'(I)$, y por R^s al retorno marginal privado, $h'(I) - \tau[h'(I) - 1]$. Se supondrá que si se invierte una unidad adicional, una fracción $1 - \alpha$ proviene de inversión desplazada y una fracción α de consumo presente desplazado. Por lo tanto, $\overline{R} \equiv (1 - \alpha)R^I + \alpha R^s$ es el costo marginal social de invertir una unidad. La siguiente proposición permite calcular la tasa social de descuento cuando hay distorsiones.

Proposición 2 *Si hay distorsiones, un proyecto público cuyo retorno es R_g debe hacerse sólo si*

$$R_g \geq \overline{R} + \frac{\sigma_{cg}}{\sigma_c^2}(\overline{R}_c - \overline{R})$$

donde $\overline{R}_c$ es el retorno pagado por un activo correlacionado perfectamente con el consumo.

Demostración La unidad adicional de inversión pública desplaza α unidades de consumo presente, valoradas en $u'(c_0^*)$. También desplaza $1 - \alpha$ unidades de inversión privada que, por unidad invertida, generan $h'(I^*)$ unidades de consumo en $t = 1$. Estas unidades se valoran en $\beta E[u'(c_1^*)]h'(I^*)$.[2] Por lo tanto, el costo social de invertir una unidad en el proyecto público es

$$\alpha u'(c_0^*) + (1 - \alpha)\beta E[u'(c_1^*)]h'(I^*). \tag{2.6}$$

Por otro lado, la condición de primer orden del individuo es ahora

$$u'(c_0^*) = \beta E[u'(c_1^*)]\left[h'(I^*) - \tau[h'(I^*) - 1]\right] \tag{2.7}$$

dado que postergar una unidad de consumo hoy para invertirla genera *privadamente* $h'(I^*) - \tau[h'(I^*) - 1]$ unidades para consumir en $t = 1$. Sustituyendo la condición de primer orden (2.7) en (2.6) y reordenandose obtiene que el costo social de invertir una unidad en el proyecto público es

$$\beta E[u'(c_1^*)]\left[(1 - \alpha)R^I + \alpha R^s\right] \equiv \beta E[u'(c_1^*)]\overline{R}.$$

[2]Este es el retorno social de la inversión. Nótese que los impuestos recaudados se devuelven lump-sum al consumidor. Luego, lo relevante para determinar el sacrificio de consumo que representa una unidad adicional de inversión pública es el retorno social de la inversión.

Por lo tanto, el proyecto público debe hacerse sólo si

$$\beta E[u'(c_1^*)R_g] \geq \beta E[u'(c_1^*)]\overline{R}.$$

El resto de la demostración es similar a la de la Proposición 1, sustituyendo $\overline{R}.$ por $h'(I^*)$. ■

Corolario *La tasa social de descuento es igual a*

$$\overline{R} + \frac{\sigma_{cg}}{\sigma_c^2}(\overline{R}_c - \overline{R}) - 1.$$

3. Endeudamiento externo

En esta sección se estudiará la determinación de la tasa social de descuento cuando la economía se puede endeudar con el exterior. Si la economía es pequeña, no hay distorsiones ni incertidumbre, y el tipo de cambio real permanece constante, la tasa social de descuento es igual a la tasa de interés externa. En esta sección estudiamos el caso en que no hay distorsiones, pero en que es incierto el sacrificio de consumo futuro que se deberá hacer para pagar la deuda.

3.1. El óptimo cuando no hay inversión pública

Cuando no hay inversión pública y la economía es abierta la decisión del individuo consiste en

$$\max_{I,\ D} u(c_0) + \beta E u(c_1) \tag{3.1}$$

sujeto a $c_0 = y_0 + D - I - I_g$ y $c_1 = y_1 + h(I) + I_g R_g - e_1 D R_e$, donde se han elegido las unidades de modo que $e_0 = 1$. De las condiciones de primer orden de este problema se obtiene que la inversión óptima queda determinada por

$$h'(I^*) = \left(\overline{e} + \frac{\mathrm{cov}\{u'(c_1^*), e\}}{E u'(c_1^*)}\right) R_e. \tag{3.2}$$

Nótese que al costo del endeudamiento externo en dólares R_e lo multiplica la suma de dos términos. El primero es el cambio esperado del tipo de cambio real (en vista que en $t = 0$ el tipo de cambio real es igual a 1, cambio porcentual en $t = 1$ es igual a $e - 1$). Por ejemplo, si el tipo de cambio real tiene una tendencia decreciente ($e < 1$), entonces el costo marginal de financiar un proyecto de inversión es menor

que R_e. El segundo término es consecuencia de la variabilidad del tipo de cambio real. Si bien este modelo el retorno de la inversión es cierto, aún en ese caso las inversiones deben pagar un premio por riesgo. La razón es que en el margen todo el financiamiento proviene del crédito externo. Por ello, si bien el retorno bruto de un proyecto de inversión no está sujeto a incertidumbre, sí lo está el monto que deberá pagarse para financiarlo. Si el consumo es bajo cuando el tipo de cambio real es alto (el caso de Chile) entonces $\text{cov}(u'(c_1^*), e) > 0$ y el retorno de los proyectos debe ser mayor que $R_e\overline{e}$.

La segunda condición de primer orden indica que

$$u'(c_0^*) = \beta E[u'(c_1^*)]h'(I^*). \tag{3.3}$$

Esta condición dice que en el margen sustituir consumo cuesta $h'(I^*)$.

3.2. La tasa social de descuento

Evaluamos ahora el proyecto de inversión pública. La siguiente proposición y corolario resumen el principal resultado de esta sección:

Proposición 3 *Si la fuente marginal de financiamiento de la inversión es el endeudamiento externo, entonces el proyecto debe hacerse sólo si*

$$R_g \geq \overline{e}R_e + \frac{\sigma_{cg} - \sigma_{ce}R_e}{\sigma_c^2}(\overline{R}_c - \overline{e}R_e).$$

Demostración En vista que

$$h'(I^*) = \left(\overline{e} + \frac{\text{cov}[u'(c_1^*), e]}{Eu'(c_1^*)}\right) R_e,$$

el proyecto debe realizarse sólo si

$$\beta E[u'(c_1^*)R_g] \geq \beta E[u'(c_1^*)] \left(\overline{e} + \frac{\text{cov}[u'(c_1^*), e]}{Eu'(c_1^*)}\right) R_e.$$

Notando que $Exy \equiv \sigma_{xy} - \overline{x}\overline{y}$ y utilizando el resultado que $\text{cov}(u'(c_1^*), R) = E[u''(c_1^*)]\sigma_{cR}$ cuando el consumo y R se distribuyen normal, se sigue que el proyecto debe hacerse sólo si

$$E[u''(c_1^*)]\sigma_{cg} + E[u'(c_1^*)]\overline{R}_g \geq E[u'(c_1^*)]\overline{e}R_e + E[u''(c_1^*)]\sigma_{ce}R_e$$

o bien

$$-\rho\sigma_{cg} + \overline{R}_g \geq \overline{e}R_e - \rho\sigma_{ce}R_e.$$

La tasa libre de riesgo en esta economía es igual a $\overline{e}R_e$. Recordando que $\rho = \frac{\overline{R}_c - \overline{e}R_e}{\sigma_c^2}$, y reordenando se sigue que el proyecto sólo debe hacerse si

$$R_g \geq \overline{e}R_e + \frac{\sigma_{cg} - \sigma_{ce}R_e}{\sigma_c^2}(\overline{R}_c - \overline{e}R_e)$$

que es lo que se quería demostrar. ■

Corolario *La tasa social de descuento es igual a*

$$\overline{e}R_e + \frac{\sigma_{cg} - \sigma_{ce}R_e}{\sigma_c^2}(\overline{R}_c - \overline{e}R_e) - 1. \tag{3.4}$$

En esta economía la tasa libre de riesgo viene dada por $\overline{e}R_e$. El premio por riesgo que paga el proyecto depende de dos factores: primero, la correlación de los retornos del proyecto con el consumo. Tal como en el caso de una economía cerrada, se castiga el retorno de un proyecto cuyos retornos sean buenos cuando el consumo esté alto, y se premia a aquellos proyectos que disminuyen las fluctuaciones del consumo. Segundo, el proyecto se financiará en el margen con recursos externos cuyo costo alternativo incluye el riesgo que agrega el endeudamiento externo. (Es irrelevante si el proyecto desplaza parcialmente consumo presente, por cuanto el costo alternativo de ese consumo viene dado por (3.2); véase la condición de primer orden [3.3]).

ANEXO 3

3.1. Elasticidad de la oferta de créditos externos financieros de mediano y largo plazo respecto a la tasa de interés.

Como se mencionó en el texto, la fuente de financiamiento relevante para calcular la TSD corresponde a los créditos otorgados por instituciones extranjeras, y en ellos la tasa relevante a que se endeuda el Estado es Libor+spread.

Para determinar la elasticidad de la oferta de créditos externos respecto a la tasa de interés, se efectuaron una serie de regresiones que relacionaban el porcentaje de crédito financiero de mediano y largo plazo respecto al PGB como variable dependiente y una serie de variables independientes, entre ellas la tasa de interés que paga el país por dichos créditos.

Para ello se formularon modelos que incluyen las siguientes variables independientes y combinaciones de ellas[1]:

INT : Tasa de interés, LIBOR+SPREAD
INT2 : Corresponde a la variable anterior rezagada en un año
RES : Indicador de solvencia. Corresponde al porcentaje de reservas sobre el PGB
RES2 : Variable anterior rezagada en un año
RESDX : Indicador de solvencia. Corresponde al porcentaje de reservas sobre el stock de deuda externa
RESDX2 : Variable anterior rezagada en un año
DX : Indicador de solvencia. Corresponde al porcentaje de deuda externa sobre el PGB
DX2 : Variable anterior rezagada en un año
SDXMLP : Indicador de capacidad de pago. Corresponde al servicio de deuda externa de mediano y largo plazo. Es decir al pago de amortizaciones, más intereses.
SDXMLP2 : Variable anterior rezagada en un año
SDXT : Indicador de capacidad de pago. Corresponde al servicio de deuda externa total.
SDXT2 : Variable anterior rezagada en un año
RESEXP : Indicador de solvencia. Porcentaje de reservas sobre las exportaciones de bienes y servicios.
RESEXP2 : Variable anterior rezagada en un año.

Dejando como variable dependiente del modelo la siguiente:

CREDFMLP: Porcentaje de crédito financiero de mediano y largo plazo respecto al PGB.

Se corrieron distintas regresiones para distintas combinaciones entre las variables independientes, relacionando los logaritmos naturales (LN) tanto de la variable dependiente como para la independiente, obteniendo así de manera directa la elasticidad buscada.

---

[1] Las variables rezagadas en un período (un año) se consideran bajo el supuesto que para otorgar un crédito, los acreedores externos observan los indicadores de pago y solvencia del año anterior (como también los del año en curso).

Se consideró además una variable Dummy, definida como:

DAMI= 0 si t = 1985-1991, DAMI=1 si t= 1992-1997

La razón por la que se usó esta variable es porque al observar los flujos de créditos, podemos ver que el promedio de créditos otorgados en el periodo 1985-1991 es 149,6 Millones de dólares (correspondiente al 0,70% del PGB), en tanto en el periodo 1992-1997 el promedio de créditos otorgados crece a 1298,15 millones de dólares (que corresponde al 2,05% del PGB). Asimismo, la tasa Libor promedio del periodo 1985-1991 es 7,80%, disminuyendo en el periodo 1992-1997 a 4,99% en promedio. Caso similar ocurre con el spread que en promedio baja en el periodo 1992-1997 un 28% respecto al periodo 1985-1991[2].

Los resultados más confiables se obtuvieron con los siguientes modelos:

$$LN(CREDFMLP) = C(1) + C(2)*LN(INT2) + C(3)*DAMI$$

$$LNCREDFMLP = C(1) + C(2)*LNINT2 + C(3)*RESEXP*DAMI + C(4)*LNINT2*DAMI$$

Los valores de la elasticidades *C(2)* de las dos regresiones fueron 3,29 y 4,65. Con ello se obtiene un rango para el costo marginal del endeudamiento externo[3].

El detalle de estas regresiones se presenta a continuación:

3.1.1 Regresión 1:

Modelo:

LN(CREDFMLP) = C(1) + C(2)*LN(INT2) + C(3)*DAMI

Número de observaciones: 13

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	-8.521958	3.291330	-2.589214	0.0270
C(2)	3.298010	1.416706	2.327942	0.0422
C(3)	3.055370	0.767830	3.979229	0.0026

R-squared	0.674779
Mean dependent var	-0.187490
Adjusted R-squared	0.609734
S.D. dependent var	1.109392
S.E. of regression	0.693051
Akaike info criterion	-0.534128

---

[2] Esto nos indicaría que el riesgo país disminuyó en el periodo 1992-1997.

[3] Además de las regresiones presentadas se hicieron una gran cantidad de regresiones alternativas, que no arrojaron buenos resultados de acuerdo a los estadísticos obtenidos, o bien los resultados se encontraban dentro del rango anterior.

Sum squared resid	4.803202
Schwarz criterion	-0.403755
Log likelihood	-11.97437
F-statistic	10.37414
Durbin-Watson stat	1.714225
Prob(F-statistic)	0.003638

Los coeficientes R^2 y R^2 ajustado a pesar de no ser muy altos se consideran aceptables para este modelo simple de dos variables explicativas. El estadístico de Durbin Watson nos muestra que no existe autocorrelación. Se observa que todos los coeficientes son significativos, en especial el coeficiente C(2), que representa la elasticidad de la oferta de créditos externos de mediano y largo plazo respecto a la tasa de interés.

ELASTICIDAD = 3,29

3.1.2. Regresión 2:

LNCREDFMLP = C(1) + C(2)*LNINT2 +C(3)*RESEXP*DAMI+C(4)*LNINT2*DAMI

Número de observaciones: 13

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	-17.02648	2.711413	-6.279559	0.0001
C(2)	6.972016	1.169903	5.959484	0.0002
C(3)	-2.326396	0.717580	-3.242001	0.0101
C(4)	11.33330	2.146401	5.280142	0.0005

R-squared	0.901461
Mean dependent var	-0.187490
Adjusted R-squared	0.868614
S.D. dependent var	1.109392
S.E. of regression	0.402123
Akaike info criterion	-1.574334
Sum squared resid	1.455327
Schwarz criterion	-1.400503
Log likelihood	-4.213030
F-statistic	27.44473
Durbin-Watson stat	2.384203
Prob(F-statistic)	0.000073

Este modelo explica significativamente dos periodos mediante la variable DAMI. Es importante señalar que el total de reservas sobre las exportaciones cambia notablemente en el periodo 1992-1997 (Este cuociente es un buen indicador de solvencia: a mayores reservas tengamos con respecto al total de exportaciones de bienes y servicios mayor probabilidad de hacer frente al pago de la deuda).

Los coeficientes R^2 y R^2 ajustado muestran un buen ajuste del modelo. El estadístico de Durbin Watson nos muestra que no existe autocorrelación a un nivel de significancia 1%. Se observa que todos los coeficientes son muy significativos.

Del resultado de la regresión se tiene:

Si DAMI=0 (Periodo 1985-1991)

entonces LNCREDFMLP=C(1)+C(2)*LNINT2
obteniendo una elasticidad C(2)= 6,972016

Si DAMI=1 (Periodo 1992-1997)

entonces LNCREDFMLP=C(1)+ [C(2)+C(3)]*LNINT2 +C(4)*RESEXP
obteniendo una elasticidad C(2)+C(3) = 4,64562

3.2. Elasticidad de la inversión respecto de la tasa de interés

Para el cálculo de esta elasticidad se corrieron distintas regresiones que relacionan la inversión privada[4] con la tasa de interés[5]. En el siguiente cuadro se resumen los resultados de las regresiones que arrojaron mejores resultados:

Resumen de resultados de regresiones:

Var. Dependiente	Var. Independientes	Elasticidad
Inversión Privada	Tasa de colocación rezagada y PGB	-0,21973
Inversión Privada como % del PGB	Tasa de colocación	-0,244241
Inversión Total como % del PGB	Tasa de colocación	-0,300284
Inversión Total	Tasa de colocación y PGB	-0,196093
Inversión Total	Tasa de colocación rezagada y PGB rezagado	-0,219476

Fuente: Elaboración Propia.

Como se puede ver, siempre se obtuvo elasticidades en el rango de -0,2 a -0,3.

DEFINICIONES DE VARIABLES

INVN : Inversión Nominal (En millones de pesos corrientes)

INVPGB : Porcentaje de Inversión con respecto al PGB

INVPN : Inversión Privada Nominal (En millones de pesos corrientes)

INVPPGB : Porcentaje de la Inversión privada con respecto al PGB

PGBN : Producto Geográfico Bruto Nominal

PGBN2 : Producto Geográfico Bruto Nominal rezagado en un período (En millones de pesos corrientes)

TC : Tasa de Colocación.

TC2 : Tasa de Colocación rezagada en un período.

DAMI, DAMI1, DAMI2, DAMI3: Son variables DUMMY que representan un cambio estructural.

---

[4] Como se verá, las diferencias de las elasticidades considerando la inversión total o la privada no son significativas.

[5] Todas las regresiones consideraban modelos log-log, por lo que se obtenía la elasticidad directamente como el estimador del parámetro de la variable independiente.

LS // Dependent Variable is LNINVPN
Date: 07/02/98 Time: 14:54
Sample(adjusted): 1988 1997
Included observations: 10 after adjusting endpoints
LNINVPN=C(1)+C(2)*LNTC2+C(3)*LNPGBN

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	-2.507540	0.529503	-4.735646	0.0021
C(2)	-0.219730	0.121604	-1.806934	0.1137
C(3)	1.085686	0.033425	32.48093	0.0000

R-squared	0.993887	Mean dependent var	14.98830
Adjusted R-squared	0.992141	S.D. dependent var	0.629631
S.E. of regression	0.055818	Akaike info criterion	-5.528007
Sum squared resid	0.021809	Schwarz criterion	-5.437231
Log likelihood	16.45065	F-statistic	569.0885
Durbin-Watson stat	2.567449	Prob(F-statistic)	0.000000

LS // Dependent Variable is LNINVPGB
Date: 07/02/98 Time: 15:04
Sample(adjusted): 1985 1997
Included observations: 13 after adjusting endpoints
LNINVPGB=C(1)+C(2)*LNTC+C(3)*DAMI3

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	3.536272	0.269879	13.10317	0.0000
C(2)	-0.244241	0.122228	-1.998232	0.0736
C(3)	0.210899	0.046315	4.553627	0.0011

R-squared	0.731312	Mean dependent var	3.155913
Adjusted R-squared	0.677574	S.D. dependent var	0.134808
S.E. of regression	0.076547	Akaike info criterion	-4.940517
Sum squared resid	0.058595	Schwarz criterion	-4.810144
Log likelihood	16.66716	F-statistic	13.60891
Durbin-Watson stat	1.390246	Prob(F-statistic)	0.001400

LS // Dependent Variable is LNINVPGB
Date: 07/02/98 Time: 16:06
Sample(adjusted): 1985 1997
Included observations: 13 after adjusting endpoints
LNINVPGB=C(1)+C(2)*LNTC+C(3)*DAMI2

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	3.695272	0.319777	11.55579	0.0000
C(2)	-0.300284	0.146859	-2.044713	0.0681
C(3)	0.175157	0.052792	3.317875	0.0078

R-squared	0.606904	Mean dependent var	3.155913
Adjusted R-squared	0.528285	S.D. dependent var	0.134808
S.E. of regression	0.092588	Akaike info criterion	-4.560016
Sum squared resid	0.085725	Schwarz criterion	-4.429643
Log likelihood	14.19390	F-statistic	7.719539
Durbin-Watson stat	1.728457	Prob(F-statistic)	0.009386

LS // Dependent Variable is LNINVN
Date: 07/02/98 Time: 16:07
Sample(adjusted): 1985 1997
Included observations: 13 after adjusting endpoints
LNINVN=C(1)+C(2)*LNTC+C(3)*LNPGBN

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	-3.125596	0.484515	-6.450984	0.0001
C(2)	-0.196093	0.108166	-1.812891	0.0999
C(3)	1.129589	0.023611	47.84085	0.0000

R-squared	0.995871	Mean dependent var	14.74790
Adjusted R-squared	0.995045	S.D. dependent var	0.951326
S.E. of regression	0.066968	Akaike info criterion	-5.207920
Sum squared resid	0.044847	Schwarz criterion	-5.077547
Log likelihood	18.40528	F-statistic	1205.825
Durbin-Watson stat	2.082532	Prob(F-statistic)	0.000000

LS // Dependent Variable is LNINVN
Date: 07/02/98 Time: 16:08
Sample(adjusted): 1986 1997
Included observations: 12 after adjusting endpoints
LNINVN=C(1)+C(2)*LNTC2+C(3)*LNPGBN2

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	-1.165741	0.418764	-2.783765	0.0213
C(2)	-0.219476	0.086661	-2.532573	0.0321
C(3)	1.026224	0.020403	50.29827	0.0000

R-squared	0.996798	Mean dependent var	14.89104
Adjusted R-squared	0.996086	S.D. dependent var	0.834688
S.E. of regression	0.052219	Akaike info criterion	-5.692288
Sum squared resid	0.024542	Schwarz criterion	-5.571061
Log likelihood	20.12647	F-statistic	1400.735
Durbin-Watson stat	2.362976	Prob(F-statistic)	0.000000

ANEXO 4

Cuadro 1: Escenarios cálculo de la tasa social de descuento

I/PIB	Sx/PIB	Sp/PIB	Es	Ni	Esx	Beta	Teta	Alfa
25	4	21	0,01	-0,3	3,3	0,01004	0,35868	0,63128
25	4	21	0,01	-0,2	3,3	0,01141	0,27159	0,71700
25	4	21	0,005	-0,3	3,3	0,00505	0,36049	0,63446
25	4	21	0,005	-0,2	3,3	0,00574	0,27315	0,72111
25	4	21	0,01	-0,3	3,3	0,01004	0,35868	0,63128
25	4	21	0,01	-0,2	3,3	0,01141	0,27159	0,71700
25	4	21	0,005	-0,3	3,3	0,00505	0,36049	0,63446
25	4	21	0,005	-0,2	3,3	0,00574	0,27315	0,72111
25	4	21	0,01	-0,3	4,7	0,00792	0,28291	0,70917
25	4	21	0,01	-0,2	4,7	0,00875	0,20825	0,78301
25	4	21	0,005	-0,3	4,7	0,00398	0,28404	0,71199
25	4	21	0,005	-0,2	4,7	0,00439	0,20916	0,78645
25	4	21	0,01	-0,3	4,7	0,00792	0,28291	0,70917
25	4	21	0,01	-0,2	4,7	0,00875	0,20825	0,78301
25	4	21	0,005	-0,3	4,7	0,00398	0,28404	0,71199
25	4	21	0,005	-0,2	4,7	0,00439	0,20916	0,78645
I/PIB	Sx/PIB	Sp/PIB	Es	Ni	Esx	Beta	Teta	Alfa

Cabe señalar, que dada la alta elasticidad de la oferta de ahorro externo, el ponderador de dicha componente resulta alto (superior al 60%), en todos los escenarios considerados.

Cuadro 2: Cálculo de la tsd de acuerdo a la metodología propuesta

Es	Ni	Esx	Beta	Teta	Alfa	tp	q	CMGex	TSD lr	TSDlr
0,01	-0,3	3,3	0,01004	0,35868	0,6313	6,32	8,71	8,4761	8,53682	promedio
0,01	-0,2	3,3	0,01141	0,27159	0,717	6,32	8,71	8,4761	8,51387	
0,005	-0,3	3,3	0,00505	0,36049	0,6345	6,32	8,71	8,4761	8,54801	
0,005	-0,2	3,3	0,00574	0,27315	0,7211	6,32	8,71	8,4761	8,52645	8,53129
0,01	-0,3	3,3	0,01004	0,35868	0,6313	6,32	8,71	12,638	11,1644	
0,01	-0,2	3,3	0,01141	0,27159	0,717	6,32	8,71	12,638	11,4983	
0,005	-0,3	3,3	0,00505	0,36049	0,6345	6,32	8,71	12,638	11,1889	
0,005	-0,2	3,3	0,00574	0,27315	0,7211	6,32	8,71	12,638	11,528	11,3449
0,01	-0,3	4,7	0,00792	0,28291	0,7092	6,32	8,71	7,8889	8,10759	
0,01	-0,2	4,7	0,00875	0,20825	0,783	6,32	8,71	7,8889	8,0453	
0,005	-0,3	4,7	0,00398	0,28404	0,712	6,32	8,71	7,8889	8,1147	
0,005	-0,2	4,7	0,00439	0,20916	0,7864	6,32	8,71	7,8889	8,05288	8,08012
0,01	-0,3	4,7	0,00792	0,28291	0,7092	6,32	8,71	11,763	10,8549	
0,01	-0,2	4,7	0,00875	0,20825	0,783	6,32	8,71	11,763	11,0787	
0,005	-0,3	4,7	0,00398	0,28404	0,712	6,32	8,71	11,763	10,8729	
0,005	-0,2	4,7	0,00439	0,20916	0,7864	6,32	8,71	11,763	11,0996	10,9765
Es	Ni	Esx	Beta	Teta	Alfa	Tp	q	CMGex	TSD lr	TSDlr
								Prom.	9,73321	9,73321

Centro de Gestión (CEGES)
Departamento de Ingeniería Industrial
Universidad de Chile

Serie Gestión

Nota : Copias individuales pueden pedirse a Ana María Valenzuela, Av. República 701, Santiago, Chile, Fono: +562/678 4045, Fax: +562/689 7895, email: anamaria@dii.uchile.cl

Note : Working papers are available to be request with Ana María Valenzuela, Av. República 701, Santiago, Chile, Phone: +562/678 4045, Fax: +562/689 7895, email: anamaria@dii.uchile.cl

1996

1. Managing Supply and Demand in the Service Industries.
   Gabriel R. Bitran y Susana V. Mondschein.

2. Zen en el Arte de Innovar : Hacia un nuevo Paradigma de la Innovación Empresarial.
   Carlos Vignolo F.

1997

3. Characterizing and edge-colouring split-comparability graphs.
   Carmen Ortiz Z. y Mónica Villanueva I.

4. Split-permutation graphs have threshold dimension at most two.
   Carmen Ortiz Z. y Mónica Villanueva I.

1998

5. Modelamiento Unificado de Negocios y Tecnologías de la Información: Ingeniería de Negocios.
   Oscar Barros.

6. Pricing Policies for a Family of Perishable Products with Demand Correlation.
   Hernán Awad, Gabriel Bitran y Susana Mondschein.

7. Nuevos paradigmas en Management: Una aproximación desde la experiencia de modernización de los sistemas públicos de salud en Chile
   Carlos Vignolo F.

8. Globalización y Cambios de Paradigmas en Educación y Desarrollo de Carrera.
   Carlos Vignolo F.

1999

9. Patrones de Procesos de Gestión: Compartiendo Conocimiento para aumentar la Productividad.
   Oscar Barros

10. On Optimal Constraint Management in Distributed Databases.
    Alexander Brodsky, Larry Kerschberg y Samuel Varas

11. Costo Social del Capital en Chile.
    Héctor Avilés y Eduardo Contreras

DEPARTAMENTO DE INGENIERIA INDUSTRIAL
REPUBLICA 701. TE. (56 2) 678 4026 FAX (56 2) 689 78 95
SANTIAGO CHILE