

---

# Reemplazo de Equipos en un Sistema Productivo Complejo

---

**Máximo Bosch y Samuel Varas**

Departamento de Ingeniería Industrial  
Universidad de Chile  
República 701 Casilla 2777  
{mbosch, svaras}@dii.uchile.cl

---

## Resumen

---

*El reemplazo de equipos es una decisión que involucra aspectos de carácter estratégico y táctico debido a que ella determina los niveles de operación, las necesidades de mantención y en definitiva la capacidad productiva. Este paper aborda el problema de reemplazo de equipos de alto valor (palas) en una mina chilena, frente a condiciones de operación complejas (alta interacción entre equipos debido a fallas, geometría de la mina, ley del material, entre otras), con un horizonte finito y requerimientos de extracción de material variables. Para ello, se desarrolló un modelo de programación dinámica que toma decisiones de parque (número de palas, tipo y edad) y reemplazo (compra, venta y/o baja). La interacción entre los equipos y las características operacionales fueron modeladas mediante una función de productividad de las palas asignadas a diversas operaciones. Para su estimación se utilizó un metamodelo de un modelo de simulación, con lo cual estos efectos fueron incluidos en una función analítica, y posteriormente, en el modelo de reemplazo. Finalmente, el modelo ha sido utilizado por la empresa en la evaluación del parque y política de reemplazo de palas en forma anual, logrando considerables ahorros de costo y tiempo de evaluación.*

---

## 1. Introducción

---

Este trabajo tiene por objetivo determinar el parque de palas y la política de reemplazo de estos equipos en la mina de cobre Chuquicamata. Esta es la mina de

cobre más grande propiedad de la empresa estatal chilena CODELCO. Es, a su vez, la mina de cobre a tajo abierto más grande del mundo. Para su explotación, una mina de este tipo se divide en frentes, que son áreas homogéneas tanto espacial como mineralógicamente. La explotación de un frente dura varios meses. El orden en que se trabajan los frentes es determinado mediante un Plan de Largo Plazo de explotación de la mina (PLP). Los frentes se pueden clasificar en dos grandes grupos: mineral y lastre. Los primeros corresponden a aquellos que tienen una ley de mineral que hace rentable su procesamiento, mientras que los últimos sólo deben ser extraídos para permitir la explotación de otros frentes. Las operaciones en una mina a tajo abierto de este tipo pueden ser clasificadas en:

1. Perforación-Tronadura: A una fracción de un frente en explotación se le hacen perforaciones en las cuales se introducen cargas explosivas con el objeto de quebrar la roca para permitir su extracción. La extensión tronada de un frente corresponde a un volumen que es extraído en un par de días.
2. Carguío: En cada frente activo existe una pala de grandes dimensiones (sus baldes pueden ir de 17 a 50 yardas cúbicas) que con el apoyo de algún equipo menor (cargador frontal u otro equipo similar) carga camiones, en los cuales se transportan el mineral o lastre a sitios de descarga.
3. Transporte: Tanto el mineral como el lastre son transportados por una flota de camiones de gran capacidad. El recorrido entre los frentes y los botaderos varía en el tiempo, ya que los botaderos están cada vez más lejos y, a su vez, la mina se hace cada vez más profunda, por lo que también aumenta la pendiente y el porcentaje del recorrido con pendiente que debe realizarse.
4. Descarga: El lastre es botado por los camiones en botaderos. El mineral en tanto es depositado por los camiones en una planta chancadora que se encuentra al interior de la mina y de la cual mediante correa transportadora el mineral molido es enviado a una planta concentradora. Existen también al interior de la mina "stocks filas", sitios de acopio temporales, en los cuales los camiones también vacían mineral. Su objetivo es realizar un manejo de la mezcla del mineral que proviene de distintos frentes, ya que ellos presentan distintas características mineralógicas.

Para realizar estas operaciones se cuenta con diversos equipos mecánicos de los cuales los más importantes son las palas y los camiones. Algunas características de estos equipos son las siguientes:

1. Palas: El valor de compra de una pala varía entre 4 y 7 millones de dólares (US\$) dependiendo del modelo y la capacidad. Existe actualmente un parque de 25 palas. La productividad de una pala se mide en las toneladas promedio cargadas por unidad de tiempo. La productividad depende de numerosos factores. Algunos de ellos son: i) edad de la pala, a mayor edad incurre en mayores fallas y por lo tanto su tiempo operativo se reduce; ii) el número y edad de las otras palas operativas en un instante de tiempo, ya que el volumen a extraer está predeterminado, la cantidad de trabajo a realizar por una pala depende, dentro de ciertos límites, del resto de las palas en operación; iii) el número total de camiones en la flota y sus característi-

cas técnicas y de gestión (ya que una pala para operar necesita tener un camión disponible), el número de camiones del parque, la capacidad de carga de ellos y la política de asignación de camiones a palas determinan en gran medida en el tiempo de ocio de las palas. En particular la relación entre número de palas y número de camiones es importante, pues existe una compensación entre tiempo de ocio en las palas y tiempo que esperan los camiones por ser atendidos en una pala. Efectivamente, si el número de palas es pequeño y el de camiones grande, el tiempo operativo efectivo de cada pala será alto pero el de los camiones será bajo ya que estos últimos pasarán mucho tiempo en cola, esperando ser cargados. En la situación inversa, el tiempo de ocio de las palas será alto pero los camiones tendrán pocas esperas.

2. Camiones: El transporte de mineral y lastre entre los frentes y los botaderos, la chancadora y los "stock filas" se realiza a través de una flota de camiones de gran capacidad. Actualmente esta flota está formada por 120 camiones con una capacidad de carga entre las 100 toneladas y las 250 toneladas. La productividad del parque de camiones influye en la de las palas cómo se mencionó en el párrafo anterior. Algunas de las variables que influyen en la productividad del sistema de camiones son: número de palas operativas, distancia y pendiente de los frentes operativos a los botaderos y planta chancadora (geometría de la mina), edad de los camiones, políticas de gestión de los camiones tales como asignación de camiones a tareas, mantención, etc.

Desde un punto de vista de ciclo de vida, la mina se encuentra en una etapa de envejecimiento y se estima que, al menos bajo el actual sistema de explotación, tiene una vida útil de 20 años. Este envejecimiento significa, entre otras cosas, que la ley del mineral tiene tendencia a bajar, por lo que para mantener un ritmo de producción constante es necesario extraer cada vez más lastre. Además significa que la geometría de la mina se vuelve más compleja al alejarse los botaderos de los frentes de explotación y al aumentar la profundidad del rajo, lo que aumenta las pendientes de los recorridos. Todo esto redundará en que para mantener el nivel productivo de la mina se requieran muchos más equipos.

La Administración de la Mina cuenta actualmente con dos herramientas que le permiten realizar su gestión. Uno es el Plan de Explotación de Largo Plazo (PLP) con el cual se determina las cantidades a producir cada año del horizonte de planificación. Este plan basado en criterios económicos, mineralógicos y geométricos determina los frentes a explotar y en forma general los requerimientos de palas y camiones para cada año. Para hacerlo asume productividades medias de los distintos equipos y sus costos anuales equivalentes. La otra herramienta es un modelo de Programación Lineal que permite determinar el parque de camiones y su política de reemplazo en el horizonte de explotación. Este modelo tiene como entradas el número de palas existentes para cada año, la productividad media de cada tipo de pala, así como los requerimientos de transporte (producción meta determinada por el PLP y las distancias entre lugares de carga y descarga). La política de reemplazo indica además cual es el costo anual equivalente de cada tipo de camión.

cas técnicas y de gestión (ya que una pala para operar necesita tener un camión disponible), el número de camiones del parque, la capacidad de carga de ellos y la política de asignación de camiones a palas determinan en gran medida en el tiempo de ocio de las palas. En particular la relación entre número de palas y número de camiones es importante, pues existe una compensación entre tiempo de ocio en las palas y tiempo que esperan los camiones por ser atendidos en una pala. Efectivamente, si el número de palas es pequeño y el de camiones grande, el tiempo operativo efectivo de cada pala será alto pero el de los camiones será bajo ya que estos últimos pasarán mucho tiempo en cola, esperando ser cargados. En la situación inversa, el tiempo de ocio de las palas será alto pero los camiones tendrán pocas esperas.

2. Camiones: El transporte de mineral y lastre entre los frentes y los botaderos, la chancadora y los "stock filas" se realiza a través de una flota de camiones de gran capacidad. Actualmente esta flota está formada por 120 camiones con una capacidad de carga entre las 100 toneladas y las 250 toneladas. La productividad del parque de camiones influye en la de las palas cómo se mencionó en el párrafo anterior. Algunas de las variables que influyen en la productividad del sistema de camiones son: número de palas operativas, distancia y pendiente de los frentes operativos a los botaderos y planta chancadora (geometría de la mina), edad de los camiones, políticas de gestión de los camiones tales como asignación de camiones a tareas, mantención, etc.

Desde un punto de vista de ciclo de vida, la mina se encuentra en una etapa de envejecimiento y se estima que, al menos bajo el actual sistema de explotación, tiene una vida útil de 20 años. Este envejecimiento significa, entre otras cosas, que la ley del mineral tiene tendencia a bajar, por lo que para mantener un ritmo de producción constante es necesario extraer cada vez más lastre. Además significa que la geometría de la mina se vuelve más compleja al alejarse los botaderos de los frentes de explotación y al aumentar la profundidad del rajo, lo que aumenta las pendientes de los recorridos. Todo esto redundando en que para mantener el nivel productivo de la mina se requieran muchos más equipos.

La Administración de la Mina cuenta actualmente con dos herramientas que le permiten realizar su gestión. Uno es el Plan de Explotación de Largo Plazo (PLP) con el cual se determina las cantidades a producir cada año del horizonte de planificación. Este plan basado en criterios económicos, mineralógicos y geométricos determina los frentes a explotar y en forma general los requerimientos de palas y camiones para cada año. Para hacerlo asume productividades medias de los distintos equipos y sus costos anuales equivalentes. La otra herramienta es un modelo de Programación Lineal que permite determinar el parque de camiones y su política de reemplazo en el horizonte de explotación. Este modelo tiene como entradas el número de palas existentes para cada año, la productividad media de cada tipo de pala, así como los requerimientos de transporte (producción meta determinada por el PLP y las distancias entre lugares de carga y descarga). La política de reemplazo indica además cual es el costo anual equivalente de cada tipo de camión.

El objetivo de este trabajo fue el desarrollo de una tercera herramienta que permitiera determinar el parque de palas óptimo para cumplir el plan de explotación de largo plazo de la mina, la política de compra y dada de baja de esas palas, y la política de reemplazo de ellas, de modo de minimizar el costo total de explotación. Además, esta nueva herramienta debiera actuar como una interface entre los otros dos modelos de modo de compatibilizar las relaciones existentes entre ellos. Sus resultados debieran incluir además el costo anual equivalente del parque de palas óptimo dado el plan de explotación.

La relación entre los tres modelos, el PLP, camiones y el de Palas desarrollado por los autores se describe en la Figura 1.

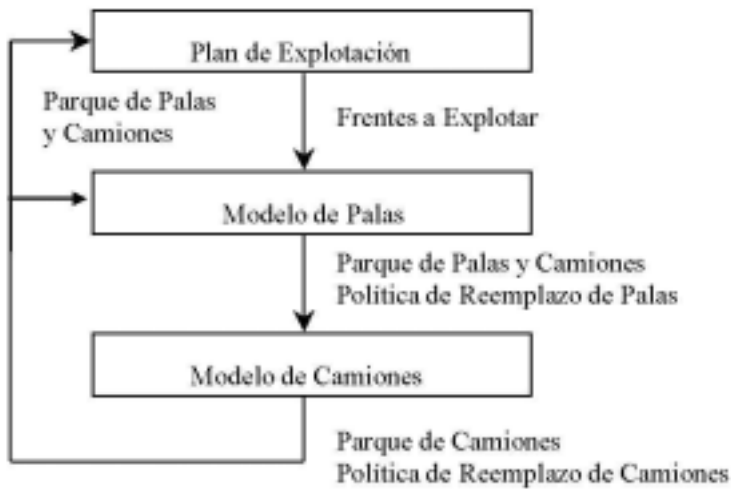


Figura 1: Modelos de Apoyo a la Planificación

Finalmente, los elementos más relevantes a tener en cuenta en el análisis son:

1. Los costos directos de las palas incluyen los de inversión, mantención y operación. Estos costos están asociados a cada pala en forma individual. En general estos costos dependen del tipo de pala (capacidad), del tipo de material a extraer, y de la edad de ella.
2. Los costos indirectos sobre otras palas o sobre el parque de camiones. La tasa de falla, en general, aumenta con la edad de la pala. Una pala al fallar genera una mayor carga de trabajo en las otras palas que en ese momento están operando y, además tiempo de inactividad en los camiones asignados a dicha pala.
3. Los costos indirectos en el sistema productivo. La producción total depende no sólo del número y características de las palas en operación, sino también del número de camiones y otros equipos de apoyo. En particular la relación entre número de palas y camiones es importante pues la productividad de una pala depende del número de camiones que tiene asignada, así como la

productividad de una flota de camiones depende del número de palas operativas. Sin embargo esta relación no es directa, ya que existen fenómenos de congestión en el carguío y descarga de material. Además, existen otras variables como: la distancia que deben recorrer los camiones y la pendiente al interior de la mina, que agregan complejidad al análisis.

Este paper aborda el problema de reemplazo y determinación del parque de palas mediante un modelo de programación dinámica. Una característica particular de este modelo es que considera la productividad como dependiente de las variables de estado y decisión. La sección 2 discute el concepto de productividad utilizado en el paper. La sección 3 presenta el modelo de programación dinámica. La sección 4 presenta un modelo de la productividad de las palas, en función de varias variables operativas y su calibración mediante un modelo de simulación. La sección 5 presenta la estrategia de solución del modelo de programación dinámica. Finalmente, la sección 6 presenta los principales resultados del estudio, y la sección 7 las principales conclusiones.

---

## 2. Productividad de los Equipos

---

La productividad se puede definir como la proporción del tiempo total del equipo en la cual éste se encuentra efectivamente “produciendo”; a este tiempo lo llamamos Tiempo Efectivo. El tiempo total potencial del equipo recibe usualmente el nombre de Tiempo Nominal, y corresponde básicamente al número de días laborales por la capacidad del equipo. La equivalencia entre Productividad y Tiempo Efectivo requiere asumir que cuando el equipo está produciendo, lo hace a una tasa constante.

El Tiempo Nominal (TNOM) se puede descomponer en:

1. Tiempo Operativo (TO), que corresponde al tiempo durante el cual el equipo está asignado a operaciones.
2. Mantenimiento y Fallas Mayores (FMAY). Es el tiempo que el equipo se encuentra detenido y no puede ser asignado a operaciones debido a Fallas o tareas de mantenimiento. Se llaman Mayores para diferenciarlas de las detenciones menores que ocurren durante la operación, y que no significan “sacar” de la operación al equipo. Tanto las fallas mayores como las mantenciones dependen fundamentalmente de la duración del Tiempo Operativo, y no de la productividad. En particular las mantenciones están pre-determinadas por los fabricantes en términos de horas operativas.
3. Reserva (R). Es el tiempo en que el equipo se encuentra disponible para operación, pero no ha sido asignado a ella. Se llama Reserva porque se considera como un inventario de equipo de emergencia, o una holgura. En general, se fija un cierto porcentaje del parque como una política de operación.

Efectivamente, se puede plantear la siguiente relación,

$$TNOM = TO + FMAY + R \quad (1)$$

A su vez el Tiempo Operativo se puede descomponer en:

1. Tiempo Efectivo (TE), El tiempo durante el cual el equipo está efectivamente produciendo. En el caso particular de las palas, asumimos además que es el tiempo durante el cual el equipo está produciendo a su capacidad nominal. Por ejemplo, una pala con un “tiempo efectivo” de producción de 1 hora, y con una tasa nominal de producción por unidad de tiempo de 3 yd<sup>3</sup>/minuto, producirá 180 yd<sup>3</sup>.
2. Pérdidas Operacionales (PO): Corresponde a: i) tiempo de ocio, es decir el tiempo que el equipo se encuentra en operación, disponible, pero no es requerido por el resto de los equipos, ii) tiempo por esperas causadas por otros equipos, y iii) tiempo requerido para hacer operaciones complementarias, no directamente asociadas al carguío. Para que la producción durante el tiempo efectivo se pueda asumir constante e igual a su tasa nominal, es muy importante que se incluyan como Pérdidas Operacionales todo tipo de demoras, esperas y tiempos muertos que se producen durante la operación.
3. Mantenición y Fallas Menores (FMEN). Es el tiempo que el equipo se encuentra detenido por fallas o mantenciones de corta duración, y que no implican una reasignación de las tareas que ese equipo estaba realizando.

Se puede establecer entonces la siguiente relación:

$$TO = TE + PO + FMEN \quad (2)$$

Y a partir de ella, las siguientes definiciones:

- Productividad Total = TE/TNOM
- Productividad Operativa = TO/TNOM
- Productividad Efectiva = TE/TO.

Se tiene entonces que

$$Prod. Total = Prod. Efectiva \times Prod. Operativa \quad (3)$$

Esta descomposición de la productividad en Efectiva y Operativa es muy conveniente, ya que, para modelar la Productividad Total bastará modelar la Productividad Efectiva, asumir un cierto tiempo de Reserva como política y estimar un tiempo de Fallas Mayores y de Mantención. Este último tiempo se puede estimar de datos histórico o de información provista por el fabricante en el caso de equipos nuevos.



Es decir, podemos escribir

$$\text{Productividad : Total} = \text{Productividad : Efectiva} \times a \times b \quad (4)$$

en que  $a$  y  $b$  son independientes de las características de operación en las que interesa modelar la Productividad Total, (distancia, número de camiones operativos, tamaño del parque de palas)

Existen diversos factores que afectan la composición del Tiempo Operativo de una pala, entre ellos destacan las características de la pala misma, las del trabajo asignado, la de los camiones, y las del parque de palas total. Estos factores son discutidos a continuación.

1. Características de la pala (edad y capacidad). Una pala de mayor edad tendrá en promedio una mayor tasa de falla, por lo que su tiempo efectivo será menor. Además, una pala de mayor capacidad tenderá a tener menores demoras operacionales y por lo tanto su tiempo efectivo debiera ser mayor (por ejemplo una pala de mayor capacidad requerirá menos operaciones para cargar un camión que una de menor capacidad).
2. Características del trabajo asignado a la pala. Las distintas características mineralógicas del lugar así como la distancia a botadero y la pendiente en que la pala debe desarrollar las tareas que le han sido programadas, determinan que una pala sea más o menos productiva, ya que estas características pueden afectar tanto a las fallas cortas como a las pérdidas operacionales.
3. Características del parque de camiones. El número de camiones asignado, total o parcialmente, a trabajar con una pala así como la capacidad de ellos afectan el tiempo efectivo, ya que ellos determinan en forma importante el tiempo operativo.
4. Características del resto del parque de palas. Las características de las otras palas del parque influyen en la productividad de una pala indirectamente, pues su número, su capacidad y su edad afectan a la asignación de camiones y por lo tanto al tiempo efectivo de la pala.

Todos estos factores tienen una compleja interdependencia, lo que hace necesario analizar el problema de productividad a través de un análisis que los incorpore conjuntamente, o al menos a los más importantes. Este análisis es realizado en la sección 4, pero primero es formulado el modelo matemático de reemplazo de equipos.

---

### 3. Modelo de Reemplazo

---

El modelo de reemplazo tiene por objetivo el determinar el parque (cantidad de palas, y para cada una, su flota y edad) y la política de reemplazo óptima (período de adquisición, venta o baja de cada pala en el parque) para un período de planifi-



cación con requerimientos de extracción de material decreciente. En este modelo se debe determinar el tamaño y composición del parque, mediante la decisión de adquisición de diferentes flotas, venta y/o baja de las palas existentes en el parque para cada período. Un mayor número de palas en el parque producirá mayor flexibilidad de operación, es decir, pueden reaccionar de mejor manera a problemas en otras palas u otros elementos de la mina, pero esto genera un mayor costo de capital asociado. Por otro lado, parques más jóvenes producirán menores costos de operación y mantención, pero requerirá de mayor costo de capital, debido a que se deberá adquirir con mayor frecuencia palas nuevas y dar de baja o vender palas jóvenes. Por último, los requerimientos de extracción decrecientes implican que la capacidad extractiva total del parque se debe ir ajustando a dichos requerimientos, y en forma adicional, es necesario considerar que al final del período de planificación se debe liquidar (vender) el parque.

El problema de reemplazo con requerimientos de producción variables sobre los equipos, y para un número de equipos grandes, con horizonte fijo y una variedad tecnológica de ellos, ha sido formulado en la literatura como modelos de programación lineal continua ([5]). Sin embargo, cuando el número de equipos es reducido, el problema ha sido formulado en términos de programación lineal entera ([1]), donde la técnica de relajación Lagrangeana es utilizada para resolverlo. En forma adicional, en este tipo de casos se ha utilizado programación dinámica ([6]), en particular para el caso de un sólo equipo.

Sin embargo, ninguno de los enfoques anteriores incorpora la productividad de los equipos como función (no lineal, ver Sección 4) del conjunto de variables de estado y decisión. Es por ello que se optó por un modelo que de una gran flexibilidad de modelamiento como es la programación dinámica. A continuación se presenta el modelo utilizado en este trabajo.

### 3.1 Parámetros del Modelo

El modelo considera la siguiente definición de variables, parámetros y funciones de costos. Es importante hacer notar que las combinaciones del tipo de material que es extraído y la mina de donde procede el material ha sido modelado bajo el concepto posición, es decir, una posición es una combinación mina - tipo de material.

#### Parámetros

1.  $\beta_t$ : Tasa de descuento en el año  $t$ .
2.  $H$ : Horizonte de planificación, expresado en años.
3.  $NF_t$ : Número de tipos de flotas disponibles el año  $t$ . Cada tipo de flota tiene patrones de productividad particulares (ver Sección 4).
4.  $MC_t$ : Número máximo de compras posibles a ser realizadas en el año  $t$ .

5.  $E_{min}, E_{max}$ : Edad mínima y máxima para la venta de un equipo, definido por una política de reemplazo existente.
6. TM: Número de posiciones a ser extraídas durante el horizonte de planificación.
7.  $R_{kt}$ : Requerimiento de extracción de la posición  $k$  en el año  $t$ . Expresado en toneladas/año.
8.  $d_{kt}$ : Distancia media a botaderos desde la posición  $k$  en el año  $t$ . Expresado en km.
9.  $\alpha_{ki}$ : Cantidad de material en la posición  $k$  que una pala de la flota  $i$  puede extraer durante un año nominal. Expresado en toneladas/año.
10.  $\delta_{it}$ : Tiempo nominal de trabajo de una pala de la flota  $i$  en el año  $t$ .
11.  $\theta_{ijk}$ : Tiempo en fallas largas de una pala de la flota  $i$ , edad  $j$ .
12.  $\rho_{ij}$ : Tiempo mínimo de reserva de una pala de la flota  $i$  y edad  $j$ .
13.  $\sigma_{ijt}$ : productividad operativa para una pala de la flota  $i$  y edad  $j$ . Note que esta productividad es medida por el tiempo operativo mediante la siguiente relación:

$$\sigma_{ijt} = 1 - \left( \frac{\rho_{ij} + \theta_{ijk}}{\delta_{it}} \right) \tag{5}$$

**Variables del Modelo**

1.  $Y_t$  es el vector de variables enteras de estado ( $Y_{11t}, Y_{12t}, \dots, Y_{ijt}, \dots, Y_{NF_t, E_{max}t}$ ), donde  $Y_{ijt}$  es el número de palas pertenecientes a la flota  $i$ , de edad  $j$ , en el año  $t$ .
2.  $W_t$  es el vector de variables de decisión ( $W_{111t}, W_{121t}, \dots, W_{ijkt}, \dots, W_{NF_t, E_{max}, TM, t}$ ), donde  $W_{ijkt}$  es el tiempo operativo total de las palas de la flota  $i$ , de edad  $j$ , asignadas a la posición  $k$ , en el año  $t$ . Note que

$$\sum_{k=1}^{TM} W_{ijkt} \leq \sigma_{ijt} \times Y_{ijt}, \quad \forall i, j, t \tag{6}$$

3.  $X_t$  es el vector de variables de decisión enteras ( $X_{1t}, \dots, X_{it}, \dots, X_{NF_t, t}$ ), donde  $X_{it}$  es el número de palas de la flota  $i$  adquiridas al comienzo del año  $t$ .
4.  $Z_t$  es el vector de variables de decisión enteras ( $Z_{11t}, Z_{12t}, \dots, Z_{ijt}, \dots, Z_{NF_t, E_{max}t}$ ), donde  $Z_{ijt}$  es el número de palas vendidas o dadas de baja de la flota  $i$ , de edad  $j$ , al comienzo del año  $t$ .
5.  $N_t$  es un vector de variables de decisión enteras ( $N_{11kt}, \dots, N_{ijkt}, \dots, N_{NF_t, E_{max}, TM, t}$ ), donde  $N_{ijkt}$  es el número de camiones asignados a las palas de la flota  $i$ , de edad  $j$ , en la posición  $k$ , el año  $t$ .

## Función de Productividad

1.  $T_{ij}(N_{ijkt}, d_{kt})$ : productividad efectiva de una pala de la flota  $i$  y edad  $j$ , dado un número de camiones  $N_{ijkt}$  asignados a ella, dedicada a extraer material desde una posición  $k$ , ubicado a una distancia media a botaderos  $d_{kt}$ , en el año  $t$ . La estimación de esta función es realizada en la Sección 4.

## Funciones de Costos

1.  $I_{it}$ : Valor de un equipo nuevo de la flota  $i$  en el año  $t$ .
2.  $CC_t$ : Costo anual equivalente de un camión tipo en el año  $t$  por pala operativa en el parque de palas. Expresado en US\$/año-camión-pala operativa.
3.  $VR_{ijt}$ : Valor residual de una pala de la flota  $i$ , de edad  $j$ , en el año  $t$  (US\$).
4.  $Cen_i$ : Costo de energía anual de una pala de la flota  $i$ , operando a tiempo nominal. Expresado en US\$/año.
5.  $Cma_i$ : Costo de mantención anual de una pala de la flota  $i$ , operando a tiempo nominal. Expresado en US\$/año.
6.  $Cmo_i$ : Costo anual de mano de obra (directo e indirecto) de una pala de la flota  $i$ . Expresado en US\$/año.
7.  $Cot_i$ : Costo anual de otros equipos requeridos para el funcionamiento de una pala de la flota  $i$ . Expresado en US\$/año.

Con las definiciones anteriores, los costos totales anuales asociados al modelo pueden ser escritos mediante

$$C_{TOT} = \sum_{t=1}^H \{C_{1t}(Y_t, X_t, Z_t) + C_{2t}(W_t, N_t, d_t)\} \quad (7)$$

donde:

1.  $C_{1t}(Y_t, X_t, Z_t)$  es el costo asociado a las decisiones de parque de palas del año  $t$  (compra y venta de equipos), más los costos variables con respecto al parque de palas. Esta función esta dada por:

$$\sum_{i=1}^{NF_t} X_{it} I_{it} + \sum_{i=1}^{NF_t} \sum_{j=1}^{E_{max}} Z_{ijt} VR_{ijt} + \sum_{i=1}^{NF_t} \sum_{j=1}^{E_{max}} Y_{ijt} (Cmo_i + Cot_i) \quad (8)$$

2.  $C_{2t}(W_t, N_t, d_t)$  es el costo variable de operación y mantención, más aquellos asociados a la operación de los camiones en el año  $t$ . Esta función esta dada por:

$$\sum_{i=1}^{NF_t} \sum_{j=1}^{E_{max}} \sum_{k=1}^{TM} \{W_{ijkt} (Cen_i + Cma_i) T_{ij}(N_{ijkt}, d_{kt}) + CC_t W_{ijkt} N_{ijkt}\} \quad (9)$$

### 3.2 Modelo de Programación Dinámica

El modelo de reemplazo de equipos puede ser formulado en términos de un modelo de programación dinámica, donde cada año del período de planificación es necesario tomar una decisión con respecto al parque de equipos, tal que los requerimientos de material a ser extraído sean satisfechos.

Las decisiones corresponden a la composición del parque de equipos, es decir, si un equipo existente es eliminado o reemplazado por otro, o se incorpora un equipo nuevo al parque. Sea  $f_t$  el costo acumulado de la política óptima desde el período  $t$  hasta el final del horizonte de planificación, dado que existe un parque inicial  $Y_t$ . Por lo tanto, el modelo es el siguiente.

$$\begin{aligned}
 f_t(Y_t) = \min_{X_t, Z_t, N_t} & \left\{ (1 + \beta_t) f_{t-1}(Y_{t-1}) + C_{1t}(Y_t, X_t, Z_t) + C_{2t}(W_t, N_t, d_t) \right\} \\
 \text{s.t.} & \\
 & 1) \sum_{i=1}^{NF_i} \sum_{j=1}^{E_{\max}} W_{ijkt} T_{ij}(N_{ijkt}, d_{kt}) \alpha_{ki} \geq R_{kt}, \forall k, t \\
 & 2) \sum_{k=1}^{TM} W_{ijkt} \leq \sigma_{ijt} \times Y_{ijt}, \forall i, j, t \\
 & 3) \sum_{i=1}^{NF_i} X_{it} \leq MC_t, \forall t \\
 & 4) Y_{ijt} = \begin{cases} Y_{i,j-1,t-1} - Z_{ijt} & j \geq 2, \forall i, t, \\ X_{it} & j = 1, \forall i, t \end{cases} \\
 & 5) Z_{ijt} \begin{cases} \geq 0 & \text{si } E_{\min} \leq j \leq E_{\max} \text{ y entero,} \\ = 0 & \text{en caso contrario} \end{cases} \\
 & 6) X_{it} \geq 0, \forall i, t, \text{ y entero} \\
 & Y_{ijt} \geq 0, \forall i, j, t, \text{ y entero} \\
 & W_{ijkt} \geq 0, \forall i, j, k, t \\
 & N_{ijkt} \geq 0, \forall i, j, k, t, \text{ y entero} \\
 & f_0(Y_0) = 0, \text{ con } Y_0 \text{ conocido} \\
 & Y_{H-1} = 0
 \end{aligned} \tag{10}$$

El modelo (10) realiza el cálculo de la función objetivo desde adelante hacia atrás (es decir, desde el período inicial hasta el horizonte de planificación). Las restricciones asociadas corresponden a la siguiente.

1. La cantidad de palas asignadas a una posición  $k$ , en el año  $t$ , por su productividad, debe satisfacer los requerimientos de esa posición, para ese año.

2. La cantidad de palas de la flota  $i$  y edad  $j$  asignadas a las diferentes posiciones  $W_{ijkt}, K=1, \dots, TM$ , no debe exceder al parque disponible de dicho tipo de palas ( $Y_{ijt}$ ), debida consideración del tiempo de reserva y fallas mayores ( $\sigma_{ijt}$ ).
3. Se acota el número de compras posibles cada año, estas no deben exceder al máximo permitido ( $MC_t$ ).
4. Función de transformación de los estados en el modelo de programación dinámica.
5. Una pala puede ser vendida sólo en un intervalo de tiempo de su vida. Cuando su edad es mayor o igual a  $E_{min}$  (edad mínima de venta), y hasta una edad máxima ( $E_{max}$ ). Notar que no pueden existir palas mayores de  $E_{max}$ .
6. No negatividad de las variables, y las variables son enteras.

Finalmente, dos condiciones de borde son consideradas en el modelo: (a) en el año 0 se conoce el parque de palas, y el valor de la función objetivo es cero, y (b) en el año final se deben vender todas las palas.

El modelo (10) incluye variables del tipo parque de palas, y las del tipo de asignación de camiones a palas ( $N_t$ ). Si se considera que existen cuatro tipo de flotas, que las palas pueden operar por 15 años, un horizonte de 20 años, y cuatro posiciones existentes, las variables enteras asociadas al parque de palas (es decir,  $Y_t, X_t$  y  $Z_t$ ) son del orden de 2500 variables enteras, y 4800 asociadas a la asignación de palas a posiciones ( $W_t$ ). En relación a las variables de asignación de camión a palas ( $N_t$ ) estas corresponden a unas 4800 para los parámetros dados. Además, el modelo (10) presenta un conjunto de restricciones de alta complejidad como son las restricciones tipo 1), es decir, restricciones no lineales. Por estas razones es que se buscó un mecanismo de resolución basado en la descomposición de (10) en un par de modelos jerárquicos como se presenta en la Sección 5.

---

## 4. Estimación de la Productividad de las Palas

---

Los modelos de las Sección 3 requieren conocer la productividad de una pala bajo distintas condiciones de operación. Los factores que explican la productividad de una pala tienen una compleja interdependencia, lo que hace necesario analizar el problema mediante la incorporación conjunta de todos los factores. Una alternativa para estudiar dichas interacciones corresponde a los modelos de simulación, en que se simule el Tiempo Operativo de los equipos. Sin embargo, esto requeriría utilizar el modelo cada vez que las condiciones de operación se vean alteradas. Para solucionar este problema se recurrió al uso de la metodología “Metamodelos de un Modelo de Simulación” ([2], [3]).

Básicamente un metamodelo es un modelo analítico del modelo de Simulación que relaciona las variables de salida de interés de este último con las principales variables de entrada. Entonces, la variable de salida es expresada como :

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (11)$$

en que  $x_1, x_2, \dots, x_n$  son parámetros de entrada e  $y$  la variable de salida del modelo de Simulación. Específicamente en el caso de las palas la variable  $y$  representa el tiempo efectivo, y las variables  $x_i$  pueden ser: tiempo operativo, edad de la pala, número y características de las otras palas, distancia a botadero, pendiente, número y capacidad de los camiones con que trabaja la pala, etc.

#### 4.1 Aplicación para Medir la Productividad del Parque de Palas

En lugar de definir un solo metamodelo para todos los tipos de palas (capacidades de 17, 28, 34 y 50 yd<sup>3</sup>), se prefirió estimar uno por cada tipo de pala. Esto es conveniente pues, para una misma cantidad de información, se obtienen estimaciones más robustas y de menor variabilidad ([3])

##### Variables Independientes de los Metamodelos

Después de analizar varias variables se decidió seleccionar las siguientes: edad de la pala, distancia media a botaderos, número de camiones por pala, y capacidad nominal del parque de palas.

Dos consideraciones son importantes: se utilizó un camión promedio en el análisis, y se consideró la política de overhaul a las palas a la edad de 5 y 10 años. Un overhaul es una reparación total, donde las mayores partes de cada pala son reemplazadas, esto significa en la práctica contar con un equipo nuevo después de su realización.

##### Construcción de un Modelo de Simulación

Se construyó un modelo de simulación de eventos discretos ([4]) con el objetivo de estudiar el tiempo efectivo de las palas frente a diferentes esquemas de operación: distribución del parque de palas en la mina, composición del parque, número de camiones, distancias a botaderos.

El modelo sólo simula palas operativas y no incluye tiempos de reserva, reparaciones mayores, mantención, y movimiento de palas entre frentes. Finalmente, el modelo consideró el efecto de las fallas cortas de las palas y la cantidad de camiones asignados como principal mecanismo de interacción en la operación. El modelo fue validado utilizando diferentes turnos donde los parámetros de operación diferían. El resultado fue satisfactorio para los fines requeridos.

## Forma Estructural de los Metamodelos

Con el propósito de limitar al máximo la imposición de una forma estructural específica al metamodelo, se optó por tratar las variables como variables discretas, y con un número reducido de niveles. Sólo la variable capacidad nominal del parque de palas fue considerada como continua. El metamodelo tomó la siguiente forma:

$$T_{e,j} = b_0 + b_1 E_1 + b_2 E_2 + b_3 E_3 + b_4 E_4 + b_5 E_5 + b_6 D_1 + b_7 D_2 + b_8 C_1 + b_9 C_2 + b_{10} C_3 + b_{11} C_4 \quad (12)$$

en que  $E_j$  representa los distintos niveles de la variable edad de la pala,  $D_j$  los de la variable Distancia, y  $C_j$  los de la variable número de camiones por pala. Los niveles para las distintas variables fueron:

1. Edad (años): 1, 3, 5, 6, 8, 10.
2. Distancia (kilómetros): 3, 6, y 9
3. Número de camiones por pala: 1,5 - 2; 3; 4 - 4,5; 6; y 9

Los valores de los primeros niveles ( $E_0$ ,  $D_0$  y  $C_0$ ) se omiten en la estimación del modelo, incorporándose implícitamente su valor en forma conjunta en  $b_0$ . Es decir,  $b_0$  representa la productividad de una pala de 1 año, ubicada a 3 km del botadero y con un promedio de camiones asignados entre 1,5 y 2.

## Diseño Experimental

El diseño consistió en un diseño ortogonal parcial. El número de puntos experimentales utilizados fue de 729, lo que corresponde a un 18%. Se estudió la correlación entre los distintas variables para el conjunto de puntos de diseño, resultando cercana a cero.

Debe hacerse notar que cada punto experimental corresponde a una simulación y como cada uno de ellas incluía varias palas, la cantidad total de datos para el metamodelo fue superior al número de puntos experimentales (al menos 1.000 datos por tipo de pala).

## Estimación del Metamodelo

El metamodelo para cada tipo de pala fue estimado usando ANOVA. Los cuatro metamodelos resultaron de un muy buen ajuste de acuerdo al valor de  $R^2$  ajustado, siendo todas las variables significativas al 95%. La Tabla 3.1 describe los 4 metamodelos estimados. Como ejemplo se puede decir que la productividad de una pala de 17 yd<sup>3</sup> de 6 años de edad que opera con seis camiones en un frente, a una distancia promedio a botaderos de 9 km, es igual a 47.4%.



		17 yd <sup>3</sup>	28 yd <sup>3</sup>	34 yd <sup>3</sup>	50 yd <sup>3</sup>
Constante*	b0	43.4	31.7	27.5	17.7
Niveles de edad	b1	-2.5	-1.6	-1.2	-1.7
	b2	-3.7	-3.0	-2.1	-2.2
	b3	-1.5	-1.2	-1.2	-1.2
	b4	-3.6	-2.8	-1.9	-2.1
	b5	-4.2	-4.9	-2.4	-2.8
Niveles de distancia	b6	-17.9	-17.5	-17.4	-12.4
	b7	-30.0	-26.9	-25.1	-16.7
Niveles de Camiones	b8	13.4	11.1	11.0	6.9
	b9	25.2	23.0	20.6	14.4
	b10	35.5	33.6	34.1	26.8
	b11	44.6	49.4	51.2	36.0
	R <sup>2</sup>	0.95	0.94	0.93	0.90
	N	1375	1175	1255	1055

Tabla 3.1 Parámetros del Metamodelo

A modo de ejemplo, la figura siguiente muestra el efecto de los camiones sobre la productividad estimada de una pala de 17 yd<sup>3</sup>, de 6 años de edad, operando a una distancia promedio a botaderos de 6 km.

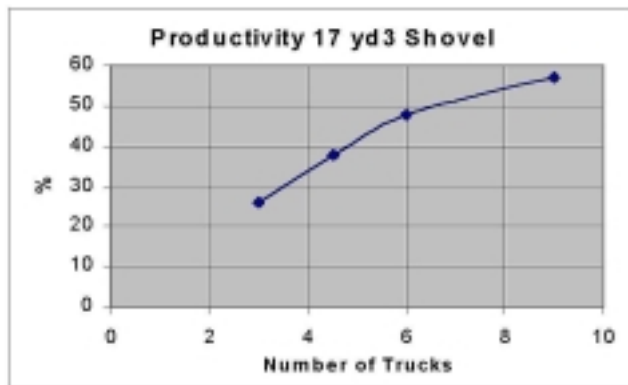


Figura 2: Productividad Pala 17 yd<sup>3</sup>, de 6 años a 9 km de botaderos.

\* La constante corresponde al tiempo efectivo de cada tipo de pala de edad 1 año, distancia de 3 km, y entre 1,5 y 2 camiones asignados por pala.

## Validación

Para validar el modelo se consideraron 18 corridas de simulación no incorporadas en la estimación de la regresión. De esta manera, los metamodelos fueron evaluados en los parámetros de las 18 corridas, y con ello se comparó el resultado de la evaluación de los metamodelos con los de las corridas de simulación. Los resultados obtenidos proporcionan una variación del orden del 2 a 6% (2 de 30 casos). La tabla 3.2 proporciona estos valores para cada metamodelo.

Pala [yd <sup>3</sup> ]	Variación Absoluta Media[%]	Número de Datos
17	2.5	32
58	3.8	26
34	3.4	28
50	5.7	22

Tabla 3.2 Resultados de validación por Metamodelo.

## Estimación de Funciones Continuas

Los resultados previos muestran un metamodelo en función de diversos niveles asociados a las variables independientes. Sin embargo, en el caso del número de camiones por pala es necesario disponer de medidas intermedias a dichos niveles. Para tal efecto, la relación entre el tiempo efectivo\* de una pala de flota  $i$  y edad  $j$  ( $T_{ij}$ ) con el número de camiones asignados a ella se ajustó la siguiente forma analítica.

$$T_{ij}^* = b_0 + b_1 e^{b_2 N} \quad (13)$$

en que  $b_0$ ,  $b_1$  y  $b_2$  son parámetros de ajuste y  $N$  es el número de camiones asignados. Este ajuste fue realizado mediante regresión lineal.

---

## 5. Estrategia de Solución

---

Dada la alta complejidad del modelo de reemplazo (10), es necesario buscar un mecanismo alternativo de resolución. A partir de una observación de la separabilidad de las funciones de costo, el modelo (10) puede ser escrito como un

---

\* El tiempo efectivo ( $T_{ij}$ ) considera sólo el efecto de los camiones y no el del resto de las variables.

par de modelos jerárquicos, donde en un primer nivel se resuelve el problema intertemporal de determinación del parque de palas (MPP), y en un segundo nivel, se resuelve el problema operacional de asignación de palas a posiciones y de camiones palas, tal que los requerimientos de extracción de material son satisfechos (MAC). Estos modelos interactúan de acuerdo a como se muestra en la Figura 3.

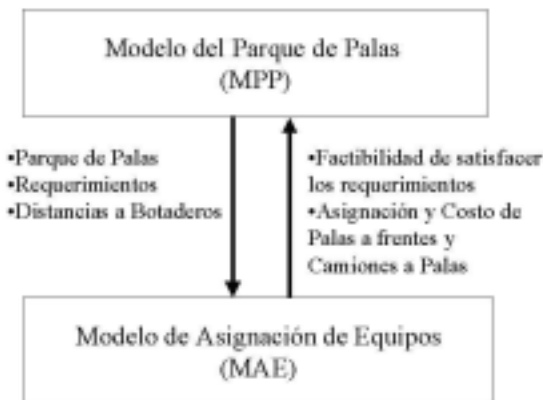


Figura 3: Modelos Jerárquicos

El modelo del parque de palas (MPP) determina un parque de palas  $Y_t$  para el año  $t$ , en base al parque existente en el período anterior ( $t-1$ ) y las restricciones de compra y venta de equipos. Esta información (parque de palas), en conjunto con los requerimientos de extracción de cada posición ( $R_{kt}$ ) y las distancias promedio a botaderos de ese año para cada posición ( $d_{kt}$ ), son proporcionadas al modelo de asignación de palas y camiones (MAC). El MAC determina la asignación óptima de palas a posiciones y camiones a palas, de manera de satisfacer los requerimientos de extracción. En caso de no existir asignación alguna de palas a posiciones y camiones a palas que satisfagan los requerimientos de extracción, el parque  $Y_t$  es considerado infactible en MPP. En caso de existir una asignación, el parque  $Y_t$  en MPP es considerado factible, incluyendo el costo (solución de MAC) en la alternativa de generación del parque de palas. Este proceso se repite para todos los parque posibles que puedan ser generados, durante todos los períodos del horizonte de planificación.

A continuación se presentan los modelos del parque de palas (MPP) y asignación de palas a posiciones y camiones a palas (MAE), y el mecanismo de resolución utilizado en cada caso.

### 5.1 Modelo del Parque de Palas (MPP)

El modelo del parque de palas (14) captura las características dinámicas del modelo de reemplazo, es decir, la generación del parque de palas a partir del parque del período anterior ( $Y_{t-1}$ ) y las decisiones de compra ( $X_t$ ) y venta ( $Z_t$ ), durante

todo el horizonte de planificación. En este modelo se determina el parque de palas ( $Y_1^*, \dots, Y_t^*, \dots, Y_H^*$ ), es decir, el número, flota y edad de las palas en el horizonte de planificación.

El costo final de cada alternativa de parque generada en el período  $t$ , corresponde al costo  $C_{1t}(Y_t, X_t, Z_t)$  asociado directamente a las decisiones del parque de palas (es decir, compra y venta de equipos), más el costo  $C_{2t}(W_t^0, N_t^0, d_t)$  asociado a la asignación del parque de palas a posiciones ( $W_t^0$ ) y de camiones a dicho parque de palas ( $N_t^0$ ), valores iniciales en cada período\*. A continuación se presenta el modelo del parque de palas.

$$\begin{aligned}
 f_t(Y_t) = \min_{X_t, Z_t} & \left\{ (1 + \beta_t) f_{t-1}(Y_{t-1}) + C_{1t}(Y_t, X_t, Z_t) + C_{2t}(W_t^0, N_t^0, d_t) \right\} \\
 \text{s.t.} & \\
 & \sum_{i=1}^{NF_t} X_{it} \leq MC_t, \forall t \\
 Y_{ijt} = & \begin{cases} Y_{i,j-1,t-1} - Z_{ijt} & j \geq 2, \forall i, t, \\ X_{it} & j = 1, \forall i, t \end{cases} \\
 Z_{ijt} & \begin{cases} \geq 0 & \text{si } E_{\min} \leq j \leq E_{\max} \text{ y entero,} \\ = 0 & \text{en caso contrario} \end{cases} \quad (14) \\
 X_{it} & \geq 0, \forall i, t, \text{ y entero} \\
 f_0(Y_0) & = 0, \text{ con } Y_0 \text{ conocido} \\
 Y_{H-1} & = 0
 \end{aligned}$$

Note que (14) no ha determinado la factibilidad del parque de palas, debido a que requiere del conocimiento de una asignación de palas a posiciones ( $W_t^0$ ) y de camiones a palas ( $N_t^0$ ). Esta asignación es determinada en el MAE.

Para la solución de (14) se utiliza la estrategia de programación dinámica hacia adelante, es decir, a partir de la situación inicial se van generando las alternativas de parques de palas en base a las restricciones impuestas. Cada alternativa de parque ( $Y_t$ ) corresponde a un estado en las etapa  $t$  dada, a partir de la cual, se generan nuevos estados o alternativas para la próxima etapa. La caracterización de los estados posibles a ser generados ( $Y_t$ ) se basa en las decisiones de compra y venta del período (es decir,  $X_t$  y  $Z_t$ ), los estados disponibles del período anterior ( $Y_{t-1}$ ), y la restricción del número máximo de compras del período. En la resolución se utiliza un esquema enumeración exhaustiva en la generación de alternativas, donde la solución final se construye revisando el último estado generado (condición de borde), recorriendo las alternativas generadas desde la etapa final hasta la inicial.

\* Los valores del período inicial son un dato disponible, y los valores de los períodos siguientes son determinados en el submodelo MAE.

## 5.2 Modelo de Asignación de Equipos (MAE)

El objetivo de este modelo (MAE) corresponde a determinar la asignación óptima de palas a posiciones ( $W_t$ ) y de camiones a palas ( $N_t$ ), dado un parque de palas  $Y_t^0$ , de manera que sea posible extraer los requerimientos de las diversas posiciones ( $R_{kt}$ ), en un año determinado. El MAE corresponde a un modelo de un período, donde se minimizan los costos operacionales mediante la asignación de palas a posiciones y camiones a palas. En forma adicional, si el MAE es infactible, significa que el parque de palas  $Y_t^0$  es un parque de palas infactible para satisfacer los requerimientos de extracción. El MAE es formulado como el siguiente problema.

$$\begin{aligned}
 & \min_{W_t, N_t} C_{2t}(W_t, N_t, d_t) \\
 & \text{s.t.} \\
 & (1) : \sum_{i=1}^{NF_i} \sum_{j=1}^{E_{max}} W_{ijkt} T_{ij}(N_{ijkt}, d_{kt}) \alpha_{ki} \geq R_{kt}, \forall k \\
 & (2) : \sum_{k=1}^{TM} W_{ijkt} \leq \sigma_{ijt} \times Y_{ijt}^0, \forall i, j \\
 & W_{ijkt} \geq 0, \forall i, j, k \\
 & N_{ijkt} \geq 0, \forall i, j, k, \text{ y entero}
 \end{aligned} \tag{15}$$

La solución al MAE esta basado en una de asignación *greedy* de camiones a palas, es decir, una asignación basada en el mínimo costo marginal. En forma adicional, existe un conjunto de políticas y prioridades en la operación de la mina que permiten asignar palas a posiciones, ellas son:

1. Las diferentes posiciones  $k$ , ( $k=1, \dots, TM$ ), poseen un orden definido de prioridades, con lo cual las palas son asignadas a las posiciones que tienen mayor prioridad primero, y
2. Las palas más pequeñas poseen una mayor flexibilidad, dado que permiten ajustarse mejor a características operativas no incluidas en el modelo, así como moverse al interior de la mina de manera más fácil que las de mayor tamaño. Esta característica permite utilizar una política de asignación de las palas más pequeñas a las más grandes.

Estas reglas permiten obtener soluciones de alta flexibilidad en la asignación de palas, de manera que en aquellas posiciones más críticas en la operación de la mina, las palas más flexibles son utilizadas. De esta manera, el MAE puede ser resuelto mediante una asignación de palas a frentes mediante prioridades de dichas palas, y la asignación de camiones a palas mediante una estrategia *greedy* (ver Anexo 1).

Finalmente, si el parque de palas  $Y_t^0$ , provisto por MPP, es factible (i.e., satisface los requerimientos de extracción), entonces dicho parque es considerado

como una alternativa factible en MPP. En caso de que no exista asignación posible de palas y camiones, entonces se considera el parque  $Y_t^o$  como infactible en MPP.

---

## 6. Resultados

---

El modelo de reemplazo descrito en la sección 3, fue utilizado para apoyar la planificación de adquisición y venta de palas en una mina chilena de gran importancia. Los parámetros utilizados en la situación base fueron los siguientes: cuatro posiciones (dos minas y dos tipos de material), un horizonte de planificación de 20 años, vida útil de las palas de 15 años, edad mínima de venta de 8 años, un máximo de palas a comprar por año de 2, un parque inicial de 25 palas, 4 tipos de flotas posibles de modelos de palas (17, 28, 34, y 50 yd<sup>3</sup>), y una tasa de descuento del 12%. El modelo fue programado utilizando lenguaje FORTRAN, y el tiempo requerido para encontrar la solución, utilizando un computador 486DX de 40 Mhz, fue del orden de los 40 minutos.

La sección 6.1 describe los resultados generales obtenidos con los parámetros establecidos para el modelo, en la sección 6.2 se realiza un análisis de sensibilidad para determinar los efectos de las restricciones más importantes del modelo.

### 6.1 Resultado de la Política de Reemplazo

---

El modelo compra un total de 9 palas y vende 21. Las palas que son adquiridas corresponden a las de mayor capacidad disponible (50 yd<sup>3</sup>) que presentan un costo total por tonelada menor que el resto de las flotas disponibles. Solo se adquiere una pala de la capacidad menor (17 yd<sup>3</sup>), debido a que una de mayor capacidad sobredimensionaría el parque. En relación a la venta de palas, el modelo primero se deshace de aquellas de mayor costo total por tonelada, que corresponden a las de 28 yd<sup>3</sup>. La Figura 4 muestra la distribución temporal del parque, es decir, el número de palas nominales por tipo de flota. Se observa que las palas de la flota de 28 yd<sup>3</sup> desaparecen primero de la operación en la mina, debido a su edad y a sus mayores costos totales. Progresivamente se van incorporando palas de 50 yd<sup>3</sup> de manera creciente, hasta llegar a una composición del parque al año 11 compuesta por palas de 17, 34, y 50 yd<sup>3</sup>. El año 15 se observa que existe un parque compuesto solo por palas de las flotas de 17 y 50 yd<sup>3</sup> exclusivamente. La razón fundamental corresponde a que la flota de 50 yd<sup>3</sup> presenta los costos de operación y mantención por tonelada inferiores al resto de las flotas.

Otro aspecto importante corresponde a la disminución del parque de palas, llegando a los últimos años a un parque de 6 palas de 50 yd<sup>3</sup>. Esto es explicado por la disminución de los requerimientos de extracción en las minas estudiadas.

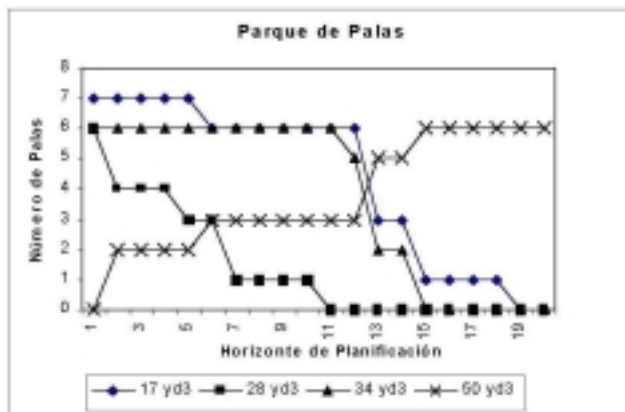


Figura 4: Perfil de Flota de Palas

### 6.2 Análisis de Sensibilidad

Esta sección analiza el efecto de las restricciones del tipo 2) y 5) del modelo de reemplazo, es decir, el número máximo de compras anuales permitidas, y las edades mínimas y máximas de venta de una pala. La metodología utilizada correspondió a resolver el problema reemplazo con los nuevos parámetros. Los resultados obtenidos se presenta en la Figura 5.

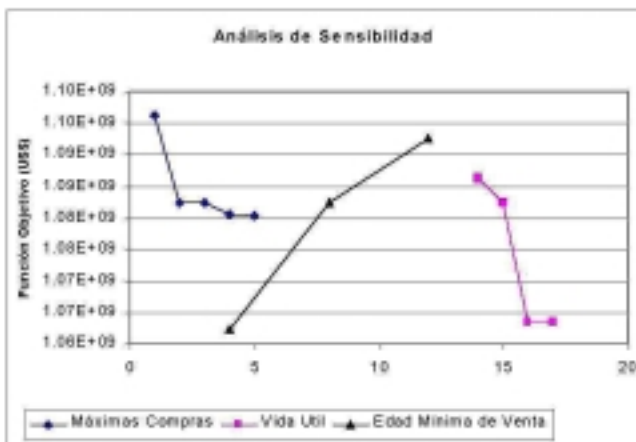


Figura 5: Análisis de Sensibilidad

El número máximo de palas posibles de ser adquiridas por año es una restricción importante en el modelo, ya que esta limita la capacidad de ajuste del parque de palas. El resultado corresponde al esperado, es decir, a medida que se relaja esta restricción, la función objetivo disminuye. La restricción deja de ser activa para un valor de 4 o más palas máximas a comprar al año. Esto reafirma la hipótesis inicial de que el parque se ajusta mejor al relajar esta restricción.



La restricción asociadas a la vida útil (edad máxima de vida  $E_{max}$ ) permite ajustar el parque mediante la postergación de compra de equipos nuevos, en favor de operar equipos existentes una mayor cantidad de tiempo. En este caso el modelo debe comparar la decisión de incurrir en costos de operación un año más versus la compra y operación de un equipo nuevo. A medida que la vida útil aumenta la función objetivo disminuye. Sin embargo, para vidas útiles mayores o iguales a 16 años, el efecto se pierde debido a los altos costos de operación de una pala de esas edades.

Finalmente, la última variable estudiada correspondió a la edad mínima de venta ( $E_{min}$ ), la cual permite ajustar el parque a través de evitar reparaciones mayores. Estas reparaciones u overhauls son realizados por política de la empresa a los 5 y 10 años de edad de un equipo. Se observa que a medida que la edad de mínima es menor, la función objetivo disminuye, debido a que se abre la posibilidad de no realizar los overhauls y acomodar mejor el parque de palas a los requerimientos.

Finalmente, la restricción de máximas compras anuales no presenta la importancia tan preponderante que inicialmente se le asignaba. Si bien es cierto, relajar esta restricción genera un mejor ajuste del parque y menor valor de la función objetivo, su efecto es inferior al provocado por las cotas de venta de los equipos.

---

## 7. Conclusiones

---

Se desarrolló un modelo de reemplazo de equipos de palas, es decir, determinar el parque y la política de reemplazo de palas. Este modelo fue utilizado por la empresa para apoyar la toma de decisiones relacionadas con las compras, ventas y bajas de estos equipos. La utilización de este modelo generó un mejoramiento en la evaluación del reemplazo de palas consideradas en un 20 a 30% de ahorro de costos totales, además de reducir el tiempo de evaluación en forma considerable.

El modelo se basó en uno de programación dinámica, donde se incluyeron los costos directos asociados a las palas, así como aquellos indirectos incurridos sobre camiones y otros equipos, por fallas en las palas, y por el efecto red del sistema productivo. El modelo original de reemplazo fue dividido en dos modelos jerárquicos para simplificar su solución. Uno de ellos considera las características dinámicas del problema, como son la compra y venta de palas. El segundo modelo, resuelve el problema de factibilidad para cada posible parque de palas generado. El algoritmo implementado para resolver el problema toma un tiempo aproximado de 40 minutos, para un horizonte de reemplazo de 20 años en un PC de 40 Mhz..

Los costos indirectos fueron medidos mediante la estimación de la productividad de palas. Esta medida incorpora la variables más importantes en la opera-

ción del parque de palas, como son: edad de la pala, distancia media a botadero, número de camiones que operan con ella y capacidad nominal media del parque de palas. Se utilizó un metamodelo de un modelo de simulación para obtener una forma analítica de esta relación. El modelo de simulación fue validado, ajustándose bien a las condiciones reales. Se diseñaron una serie de experimentos, con los cuales se obtuvo aproximadamente mil puntos para la estimación de los metamodelos. Estos metamodelos fueron validados con respecto a los valores observados en la realidad de ciertas características operacionales. El resultado fue satisfactorio.

Finalmente, este trabajo presenta una metodología donde modelos de largo plazo (modelo de reemplazo) son utilizados en forma conjunta con modelos de corto plazo (productividad de las palas). Esta metodología es bastante atractiva, debido a que permite incorporar un mayor realidad en los modelos de largo plazo, y así en definitiva, tomar mejores decisiones.

---

## Referencias bibliográficas

---

- [1] N. Karabakal, L. Lohmann, and J. Bean. Parallel replacement under capital rationing constraints. *Management Science*, 40, 1994.
- [2] J. Kleijnen. *Statistical Tools for Simulation Practitioners*. Marcel Dekker Inc., 1987.
- [3] J. Kleijnen. Analyzing simulation experiments with common random numbers. *Management Science*, 34:65-74, 1988.
- [4] A. Pristker. *SLAM II, Reference Manual*. Pristker and Asoc., 1982.
- [5] S. Seti and S. Chand. Planning horizon procedures for machine replacement models. *Management Science*, 25, 1979.
- [6] R. Waddell. A model for equipment replacement decisions and policies. *Interfaces*, 13:1-7, 1983.

## A Resolución del MAE

El MAE determina, para un año  $t^0$  y un parque de palas  $Y_{t^0}^0$  dado, la asignación óptima de palas a posiciones (es decir, el vector  $W_{t^0}$  y la de camiones a palas (es decir, el vector  $N_{t^0}$ ), de manera de extraer los requerimientos de las diversas posiciones ( $R_{kt^0}$ ). El MAE fue formulado en la Sección 5.2, y corresponde a un modelo de un período, donde se minimizan los costos operacionales mediante la asignación de palas a posiciones y camiones a palas. El MAE es formulado como el siguiente problema.

$$\begin{aligned}
 \min_{\bar{W}_t, \bar{N}_t} & \sum_{i=1}^{NF_t} \sum_{j=1}^{E_{max}} \sum_{k=1}^{TM} \{W_{ijkt}(Cen_t + Cma_t)T_{ij}(N_{ijkt}, d_{kt}) + CC_t W_{ijkt} N_{ijkt}\} \\
 \text{s.t.} & \\
 (1) : & \sum_{i=1}^{NF_t} \sum_{j=1}^{E_{max}} W_{ijkt} T_{ij}(N_{ijkt}, d_{kt}) \alpha_{ki} \geq R_{kt}, \forall k \\
 (2) : & \sum_{k=1}^{TM} W_{ijkt} \leq \sigma_{ijt} \times Y_{ijt}^0, \forall i, j \\
 & W_{ijkt} \geq 0, \forall i, j, k \\
 & N_{ijkt} \geq 0, \forall i, j, k, \text{ y entero}
 \end{aligned} \tag{16}$$

### A.1 Reglas de Asignación

La solución al MAE esta basado en un conjunto de políticas y prioridades en la operación de la mina que permiten asignar palas a posiciones, ellas son:

1. Las diferentes posiciones  $k$ , ( $k=1, \dots, TM$ ), poseen un orden definido de prioridades de extracción, con lo cual las palas son asignadas a las posiciones que tienen mayor prioridad primero, y
2. Las palas más pequeñas y nuevas del parque poseen una mayor flexibilidad operacional, dado que permiten una fácil adaptación a las condiciones de operación diarias. Con ello, las palas más pequeñas son asignadas primero.

Note que (16) es un problema separable por posiciones, excepto por las restricciones tipo (2). Sin embargo, utilizando la regla (1) anterior, es decir, existen posiciones de extracción con mayor prioridad que otras, es posible separar el problema por posiciones, considerando las restricciones (2) de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 D_{ijk_1t^0} &= \sigma_{ijt^0} \times Y_{ijk_1t^0}^0 \\
 W_{ijk_1t^0} &\leq D_{ijk_1t^0} \\
 D_{ijk_1t^0} &= D_{ijk_{i-1}t^0} - W_{ijk_{i-1}t^0}
 \end{aligned}
 \tag{17}$$

donde,  $k_1, \dots, k_{TM}$  es el orden de prioridades de posiciones, y  $D_{ijk_1t^0}$  es el tiempo remanente disponible de las palas de la flota  $i$ , edad  $j$ , para las posiciones  $k_1, \dots, k_{TM}$ .

El modelo resultante para cada posición  $k$  queda expresado en términos de las variables  $\{W_{11}, \dots, W_{NF_t E_{max}}, N_{11}, \dots, N_{NF_t E_{max}}\}$ , y su expresión es como sigue:

$$\begin{aligned}
 \min_{W_t, N_t} & \sum_{i=1}^{NF_t} \sum_{j=1}^{E_{max}} \{W_{ijk^0t} (Cem_i + Cma_i) T_{ij} (N_{ijk^0t}, d_{k^0t}) + CC_t W_{ijk^0t} N_{ijk^0t}\} \\
 \text{s.t.} & \\
 (1) : & \sum_{i=1}^{NF_t} \sum_{j=1}^{E_{max}} W_{ijk^0t} T_{ij} (N_{ijk^0t}, d_{k^0t}) \alpha_{k^0i} \geq R_{k^0t} \\
 (2) : & W_{ijk^0t} \leq D_{ijk^0t}, \forall i, j \\
 & W_{ijk^0t} \geq 0, \forall i, j \\
 & N_{ijk^0t} \geq 0, \forall i, j, \text{ y entero}
 \end{aligned}
 \tag{18}$$

Finalmente, se utiliza la regla (2), donde las palas de menor costo marginal por tonelada - hora de extracción son asignadas primero, hasta completar el requerimiento de extracción, evitando así los costos de movimientos de palas entre posiciones. Esta regla provee una solución de alta flexibilidad en la asignación de palas, de manera que en aquellas posiciones más críticas en la operación de la mina las palas más flexibles son utilizadas.

### A.2 Procedimiento de Resolución

El procedimiento de resolución del MAE, primero fija una posición, de acuerdo a la regla 1, luego, realiza la asignación de palas a dicha posición y de camiones a las palas (regla (2)). Esta asignación es repetida hasta que el requerimiento ( $R_{kt}$ ) es satisfecho. Si el requerimiento es satisfecho, entonces se asigna una nueva posición, y se repite la asignación de palas y camiones. En caso de no ser satisfecho el requerimiento, la solución es considerada infactible. El procedimiento es como sigue:

1. Sea  $k_1, \dots, k_{TM}$  las posiciones ordenadas por su prioridad, y  $p$  un subíndice que indica  $k_p$ , es decir, la posición  $p$ -ésima. Entonces,  $D_{ijk_{it}} = \sigma_{ijt} \times Y_{ijk_{it}}^0$ , para todo  $1 \leq i \leq NF_t$  y  $1 \leq j \leq E_{max}$ , y  $p=1$ .