

---

# Configuración de Flota Sujeta a Demanda Aleatoria<sup>1</sup>

---

**Patricio Donoso<sup>2</sup>,  
Marcos Singer<sup>2</sup>,  
Sebastián Jara<sup>2</sup>,  
Pedro Traverso<sup>2</sup>**

Escuela de Administración  
Pontificia Universidad Católica de Chile

---

## Resumen

---

*Este trabajo estudia el problema de configuración de flota cuyos vehículos reciben pedidos en línea mientras están en ruta. En cada distrito se debe decidir el número de vehículos y su tamaño, definidos por parámetros comerciales, atributos del vehículo y características geográficas del área de reparto. El objetivo es minimizar los costos de operación dadas las restricciones de capacidad mínima de reparto, tamaño máximo del vehículo y tiempo promedio de espera de los clientes. Esta última restricción es modelada como un sistema de cola del que se deducen tiempos de espera y pedidos perdidos. El modelo es cotejado y corregido de acuerdo a un programa que simula el proceso de reparto de una compañía distribuidora. Dado que todos los componentes del modelo están en forma analítica, éste puede ser resuelto usando un paquete estándar de programación no-lineal. Una de las conclusiones del modelo es que se pueden aumentar las ventas en un 3% y reducir los tiempos de espera de sus clientes si cada distrito es atendido por un grupo de vehículos, en vez de que cada uno de ellos atienda exclusivamente un sector pequeño de tal distrito.*

---

1 Esta investigación ha sido parcialmente financiada por el proyecto FONDECYT 1990476.

2 Escuela de Administración, Vicuña Mackenna 4860, Macul, Santiago Chile. Tel.: (562) 686-6214, Fax: (562) 553-1672

## 1. Introducción

Este trabajo estudia el problema de la configuración de flota cuyos camiones reciben las órdenes en línea mientras están en ruta, lo que significa que éstos son cargados en la planta sin conocer los pedidos que deberán entregar. Este modalidad de operación se observa en compañías que distribuyen gas licuado en cilindros, así como aquellas que comercializan agua y mercaderías en algunas áreas rurales. Se asume que los clientes de un distrito comercial están localizados en determinados sectores geográficos, cada uno atendido por un camión específico tal como lo sugiere la Ilustración 1, que es el esquema usual de trabajo de este tipo de empresas. Los clientes llaman a una oficina de telemarketing (a) que ingresa la información a un sistema que decide cuál camión debiera atender ese pedido de acuerdo a la dirección del cliente (b). El mensaje generado por el sistema (c) es transmitido por radio al camión (d), que finalmente entrega el producto al cliente (e).

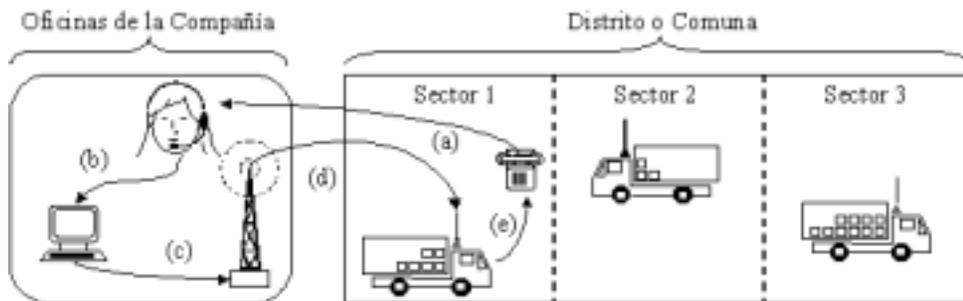


Ilustración 1: Esquema de Atención de Pedidos

Una variación cercana de este esquema es el que muestra el servicio de correo privado descrito por Novaes & Graciolli (1999), o servicios de taxis que son contactados telefónicamente. En estos últimos casos los vehículos con una capacidad de carga limitada deben atender clientes cuyos requerimientos aparecen de manera aleatoria. Finalmente, Weintraub *et al.* (1999) presenta el ejemplo de una distribuidora eléctrica cuyos vehículos de emergencia enfrentan requerimientos en línea para reparar fallas.

En este trabajo se aborda el problema de encontrar el número óptimo de sectores que debieran ser definidos para cada distrito, lo que equivale a determinar cuántos camiones debieran atenderlo. En forma simultánea se debe calcular el tamaño óptimo de cada camión en términos de capacidad de carga, considerando que camiones más pequeños y económicos pueden atender rápidamente los pedidos, pero deben retornar más seguido a la planta para ser recargados. Asumiendo que cada distrito es homogéneo, se considera que sus sectores tienen el mismo tamaño y los camiones la misma capacidad. En la Sección 2 se presentan investigaciones recientes sobre configuración de flota, las cuales son clasificadas en dos categorías: modelos analíticos y métodos de ruteo. En la Sección 3 se pre-

senta un modelo analítico cuyos parámetros pueden ser relacionados a aspectos comerciales, atributos del camión y al área geográfica de reparto. También se calcula el tiempo y el costo de entrega, que son válidos tanto para la operación de una flota sujeta a demanda determinística, como para el caso estudiado de demanda aleatoria. Estos índices son usados en la Sección 4 en un modelo de cola para obtener indicadores relacionados con el servicio, tales como tiempo medio de espera, número de pedidos atendidos y número de pedidos perdidos. En la Sección 5 se describe la simulación de un sistema de reparto considerando una variedad de condiciones que el modelo analítico debe simplificar o ignorar. Sus resultados permiten realizar ajustes al modelo de cola formulado, con el objeto de obtener resultados más realistas. Con estos antecedentes se presenta en la Sección 6 la formulación de un programa matemático que encuentra la configuración de flota óptima. También se propone una línea alternativa de mejoramiento que consiste en permitir que un distrito sea atendido por un número dado de camiones sin una sectorización definida, donde el sistema de telemarketing asigna pedidos a los camiones que están a punto de quedar desocupados. Esta nueva situación es evaluada con un modelo de cola modificado, que estima una disminución de hasta un 85% en los pedidos perdidos, lo cual representa un aumento de 3% en las ventas, y una disminución de hasta un 10% en el tiempo promedio de espera de los clientes. Finalmente en la Sección 7 se presentan las principales conclusiones sobre el modelo y las aplicaciones específicas en la distribución de productos.

---

## 2. Literatura Sobre Configuración de Flota

---

El problema de configuración de flota, en términos de definir el número de camiones y su capacidad, ha sido abordado usando metodologías que, en forma muy general, pueden ser clasificadas en dos categorías: modelos analíticos y métodos de ruteo. Los modelos analíticos consisten en expresiones matemáticas que permiten tomar decisiones tales como tamaño y características de los vehículos en forma directa. Un ejemplo de este tipo de trabajo es el modelo de demanda determinística de Oldfield & Bly (1988) para obtener el tamaño óptimo de autobús considerando el costo, la elasticidad de demanda, la calidad del servicio, la congestión y otros factores. Higginson (1993) presenta un modelo determinístico de costeo y cálculo del tamaño de la flota para distribución de carga basado en parámetros tales como distancia, número y permanencia en las paradas, costos operacionales, etc. El modelo determinístico de Hall & Racer (1995) aborda el problema de estimar el tamaño óptimo de una flota de uso exclusivo de una empresa, cuando parte de la función de reparto puede ser subcontratada. Para ello se define una función de costo que incluye aspectos como densidad de clientes, distancias recorridas, costos variables, etc. Se concluye que la flota privada debe crecer a medida que la distancia promedio entre paradas disminuye, y que cuando se asignan más paradas a un vehículo privado el costo promedio de agregar una parada adicional disminuye. Pocas investigaciones se han realizado utilizando métodos analíticos en presencia de demanda aleatoria. Novaes & Gracioli (1999)

asumen una demanda aleatoria con distribución independiente, a partir de la cual derivan expresiones para el tiempo de ciclo de los vehículos. Considerando una zona con densidad heterogénea de puntos de pedidos y cantidad de carga, el problema consiste en definir un número de sectores que presenten similares esfuerzos para la distribución. El resultado es la determinación de manera simultánea de la configuración de flota, en términos de número y tipo de vehículo, y de la sectorización de la ciudad que minimizan los costos diarios de transporte, técnica que es aplicada a una empresa de correo privado de Sao Paulo.

Una segunda metodología para calcular la configuración de flota está basada en resolver el problema de ruteo de vehículos que enfrentan una demanda determinística o estocástica. Webb & Larson (1995) estudian el problema de ruteo e inventario determinístico, donde se consideran períodos específicos de abastecimiento para cada cliente. Luego estiman el tamaño de la flota según las soluciones generadas por el problema de ruteo. Diaby & Ramesh (1995) resuelven un problema determinístico de ruteo mediante programación entera, a partir del cual obtienen la configuración óptima de flota. Liu & Shen (1999) proponen una heurística para resolver problemas de tamaño de flota y ruteo de vehículos con ventanas de tiempo. Esta técnica considera un número de composiciones candidatas de flota, y mejora la calidad de la solución aplicando un esquema de mejoramiento compuesto. Eisenstein & Iyer (1997) estudian el problema de la recolección de basura, donde el peso y tiempo requerido para recolectar basura de una cuadra es modelado como una variable aleatoria. Ellos proponen un algoritmo de programación que selecciona rutas flexibles usando un proceso de decisión Markoviano. Para el caso específico de la ciudad de Chicago, IL. concluyen que la capacidad de los camiones usados actualmente podría ser reducida entre un 12% y un 16%, generando importantes ahorros. Otros artículos que estudian problemas estocásticos de ruteo no siempre abordan directamente el problema de configuración de flota, no obstante éste podría ser derivado como un subproducto. Por ejemplo, Gendreau & Laporte (1996) presentan una heurística de *tabu search* donde tanto la ubicación como la demanda de la flota son variables aleatorias. Una extensa revisión del problema de ruteo estocástico de vehículos y temas relacionados es presentado por Gendreau *et al.* (1996) y por Bertsimas & Simchi-Levi (1996).

Una de las principales ventajas de los métodos de ruteo para la configuración de flotas sujetas a demanda aleatoria es que éstos entregan información acerca de la operación de los vehículos. Su limitación es que si el número de vehículos y clientes es elevado entonces se requiere de un trabajo computacional intensivo para encontrar soluciones aceptables, lo cual puede ser impracticable cuando sólo son requeridas decisiones estratégicas. La ventaja de los modelos analíticos es que permiten entender rápidamente los problemas de decisión, y eventualmente pueden ser operados en planillas de cálculo. A pesar de que esta característica puede ser de gran beneficio para la industria, existe un número muy limitado de trabajos que utilizan este tipo de técnicas, por lo que esta investigación tiene por objeto suplir esa carencia. El modelo presentado tiene la novedad de incorporar el componente estocástico usando un modelo de cola que puede ser formulado como una restricción en un programa matemático que encuentra la configuración ópti-

ma de una flota. Esto permite calcular medidas de desempeño tales como tiempos de espera y clientes perdidos, que el enfoque de Novaes & Gracioli (1999) no considera. Con ello se pueden integrar variables de calidad de servicio al problema de decisión, sin necesidad de recurrir a técnicas de simulación sofisticadas, sino mediante modelos que se pueden implementar en una planilla de cálculo.

### 3. Variables, Parámetros y Medidas de Desempeño

A continuación se presenta un conjunto de variables y parámetros de los que se pueden deducir tiempos de servicio y costos de operación, así como variables de desempeño debido a la demanda aleatoria según se muestra en la siguiente sección. Estos antecedentes son posteriormente utilizados en el problema de optimización de la Sección 6 que calcula la configuración óptima de flota.

El sistema de distribución analizado se muestra en la Ilustración 2, en el cual los productos deben ser llevados desde una planta o centro de distribución hasta un número de clientes. Dependiendo de la relación entre el tamaño de los pedidos y la capacidad de cada camión, un recorrido puede visitar uno o varios clientes. Cada recorrido puede ser descompuesto en cuatro partes: la visita a la planta, el viaje desde la planta al primer cliente del recorrido, el circuito visitando todos los clientes, y el viaje desde el último cliente hasta la planta. Un recorrido puede tener un único cliente, en cuyo caso hay sólo un viaje de ida y vuelta hasta el primer cliente.

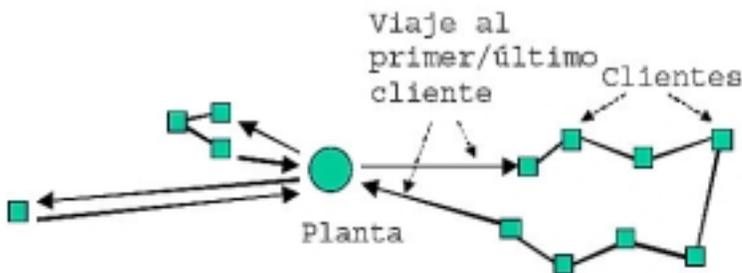


Ilustración 2: Sistema de Distribución con Tres Rutas

Se definen las siguientes variables de decisión:

- $n$  Número de camiones atendiendo un distrito dado, lo cual también define el número de sectores en los cuales está dividido, cada uno asignado a un camión.
- $c$  Capacidad del vehículo, igual al número de unidades que el camión puede transportar en cada recorrido, la cual se asume igual para todos los vehículos asignados a un determinado distrito.

Las siguientes variables relacionadas al vehículo dependen de la capacidad  $c$ .

- $a$  Valor de adquisición de cada vehículo que depende de sus características técnicas como tamaño, año, condiciones de seguridad, etc. Definiendo  $\alpha$  y  $\beta$  como parámetros constantes,  $a = \alpha*c + \beta$ .
- $l$  Valor de liquidación de cada vehículo después de su vida útil, el cual se puede asumir igual a  $\gamma*a$  con  $0 \leq \gamma \leq 1$ .

Los parámetros que describen las condiciones de operación pueden ser clasificados en tres categorías: comerciales, relacionados al vehículo y geográficos. Los parámetros comerciales, representados por una letra mayúscula, son los siguientes:

- D Demanda que debe ser atendida en un distrito dado, medida en unidades por mes.
- L Días laborales por mes que la flota puede trabajar. El número promedio de unidades que deben ser distribuidas en el distrito diariamente es  $D/L$ .
- S Tamaño del pedido, igual al número de unidades que son entregadas en una visita promedio.
- V Tiempo de visita requerido para atender a un cliente expresado en horas. Corresponde a una constante  $C$  por visita, más un factor variable de tiempo que multiplica el tamaño del pedido, lo cual mide el esfuerzo de descarga del producto. Luego,  $V = C + F*S$ .
- W Ventana de tiempo de operación igual al número de horas al día en que los vehículos trabajan.

Los parámetros relacionados al vehículo, representados por dos letras mayúsculas, son los siguientes:

- CF Costo fijo de operación del vehículo por mes, que incluye el salario del conductor, seguros e impuestos.
- VU Vida útil del vehículo expresada en número de meses que el vehículo opera hasta ser liquidado.
- CV Costo variable debido a la distancia recorrida que incluye combustible, aceite, neumáticos, etc. Este parámetro podría depender de  $c$ , pero por simplicidad permanece constante en este modelo.
- CI Costo indirecto por mes debido a la operación de la flota.
- CU Capacidad utilizada, igual al porcentaje de la capacidad total de carga del camión que es efectivamente utilizada en cada recorrido. Puede ser menos del 100% si la carga es frágil, si no hay suficientes pedidos para llenar un camión, si parte de la carga es devuelta a la planta, etc.
- TP Tiempo en la planta requerido por el vehículo para cargar y descargar en cada recorrido.

Los parámetros geográficos, representados por tres letras mayúsculas, son los siguientes:

DPU Distancia desde la planta al primer cliente más la distancia desde el último cliente a la planta. Se asume que todos los sectores de un distrito dado tienen una distancia similar a la planta.

DCC Distancia promedio entre dos clientes consecutivos de una determinada ruta. Las áreas más densamente pobladas con clientes tendrán un menor valor para este parámetro.

VPD Velocidad promedio de desplazamiento del vehículo. Este parámetro también podría ser una función de  $c$ , pero por simplicidad se asume constante.

A partir de las variables y parámetros introducidos arriba, pueden ser derivadas las siguientes medidas de desempeño de tiempo y costos, las cuales son válidas tanto para la operación de una flota regular de reparto como para el caso de demanda aleatoria en estudio.

*Atenciones por vuelta* =  $(CU/S)*c$ , mide el número de visitas que realiza el vehículo en cada vuelta.

*Tiempo total de visita* =  $V*Atenciones por vuelta$ , corresponde al tiempo requerido para visitar a todos los clientes de una vuelta.

*Tiempo total entre clientes* =  $(DCC/VPD)*(Atenciones por vuelta - 1)$ , corresponde al total del tiempo requerido para viajar entre clientes de cada vuelta.

*Tiempo por vuelta* =  $TP + DPU/VPD + Tiempo total de visita + Tiempo total entre clientes$ .

*Vueltas por camión al día* =  $W / Tiempo por vuelta$ . (1)

*Atenciones por camión al día* = *Atenciones por vuelta* \* *Vueltas por camión al día*.

*Distancia por vuelta* =  $DPU + DCC*(Atenciones por vuelta - 1)$ .

*Distancia por camión al mes* =  $L*Distancia por vuelta*Vueltas por camión al día$ .

*Costo variable por camión al mes* =  $CV*Distancia por camión al mes$ , corresponde al costo debido a la distancia recorrida por cada camión al mes

*Valor de la inversión por camión* =  $(a - 1/(1+r)^{VU}) / (1/r - 1/(r(1+r)^{VU}))$

corresponde al valor del camión perdido cada mes debido al costo financiero y a la depreciación del camión, asumiendo una tasa de interés mensual  $r$ .

*Costo directo por camión al mes* = (2)

$CF + Costo variable por camión al mes + Valor de la inversión por camión$ .

#### 4. Medidas de Desempeño para Demanda Aleatoria

Además de las medidas de desempeño de tiempo y costo previamente derivadas, existen índices que son calculados en el contexto de demanda aleatoria. Para ello se modela la llegada y atención de pedidos en cada sector como una cola M/M/1, pudiéndose conceptualizar el esquema descrito en la Ilustración 1 como lo muestra la Ilustración 3. Este modelo asume que el tiempo entre llegadas de pedidos

tiene una distribución exponencial, lo cual puede ser razonable ya que describe un proceso de llamadas telefónicas independientes. Sin embargo, se asume que las atenciones de pedidos por cada vehículo se realiza en orden de llegada (FIFO), donde el tiempo de servicio también presenta una distribución exponencial. Este esquema de atención puede no ser realista, por lo cual en la Sección 5 se realiza una simulación para validar esta simplificación, y derivar ajustes para el modelo M/M/1 que permitan alcanzar niveles aceptables de precisión.

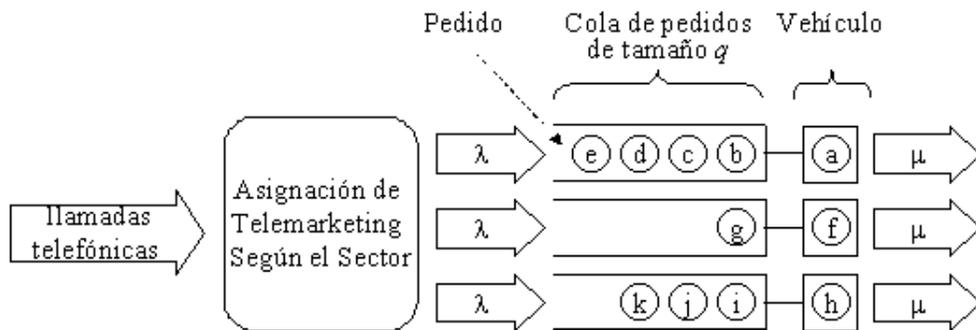


Ilustración 3: Atención de Demanda Aleatoria Modelada como una Cola M/M/1

Se definen las siguientes variables y parámetros relacionados con un distrito específico:

- $\lambda$  Tasa de llegada de pedidos por hora para cada vehículo, igual a  $(D/L)/(S \cdot W \cdot n)$ .
- $\mu$  Tasa de atención de pedidos por hora de cada vehículo, igual a

$$\frac{\text{Atenciones por vuelta}}{\text{Tiempo por vuelta}}$$

- T Tiempo máximo de espera que cada cliente es capaz de tolerar entre la realización del pedido y el arribo del camión con el producto. Este parámetro es específico de cada tipo de industria y de las alternativas disponibles por los clientes.
- q Tamaño máximo que puede alcanzar la cola, asumiendo que ningún cliente está dispuesto a esperar más que T. Los pedidos que llegan cuando la cola tiene q clientes no pueden unirse a la cola. Esta variable es igual al piso de  $T \cdot \mu$ .

Para estudiar el comportamiento de un sistema de cola se trabaja con una cadena de Markov de proceso de nacimiento y muerte con  $q + 1$  estados que se muestra en la Ilustración 4 para  $q = 3$ .



Ilustración 4: Cadena de Markov Proceso de Nacimiento y Muerte con  $q + 1$  Estados

Se define  $P_i$ , con  $0 \leq i \leq q+1$ , como la probabilidad estacionaria que el sistema tenga  $i$  pedidos. Para ello se está asumiendo que gran parte del tiempo el sistema está en régimen regular, lo cual sólo es realista mientras el vehículo se encuentra en su circuito de reparto. De acuerdo a las ecuaciones de Kolmogorov, se puede sostener lo siguiente, definiendo  $\rho = \lambda/\mu$ :

$$P_{i+1} = \rho \cdot P_i \quad y \quad P_0 = \frac{1}{1 + \sum_{i=1}^{q+1} \rho^i} = \frac{1 - \rho}{1 - \rho^{2+q}}$$

A partir del modelo de cola se calcula el valor esperado de las siguientes medidas de desempeño relacionadas a la demanda aleatoria.

*Tiempo total de espera:* suma de los tiempos de espera de todos los pedidos en un día determinado, antes de ser atendidos. Su valor esperado es:

$$n \cdot \sum_{i=1}^{q+1} ((i - 1) \cdot P_i \cdot W) = n \cdot W \cdot \frac{((q + 1) \cdot \rho^{3+q} - (q + 1) \cdot \rho^{2+q} - \rho^{3+q} + \rho^2)}{(1 - \rho^{2+q}) \cdot (1 - \rho)}$$

*Pedidos atendidos:* número de pedidos que son atendidos por la flota en un día, esperando a lo más T antes de que el vehículo llegue donde el cliente. Su valor esperado es:

$$n \cdot W \cdot \mu \cdot \sum_{i=1}^q P_i = n \cdot W \cdot \mu \cdot (1 - P_0). \tag{3}$$

*Tiempo promedio de espera:* tiempo transcurrido entre que el pedido promedio es recibido, hasta que el vehículo llega hasta el cliente para atenderlo. Su valor esperado es:

$$\frac{\text{Tiempo total de espera}}{\text{Pedidos atendidos}} = \frac{((q + 1) \cdot \rho^{3+q} - (q + 1) \cdot \rho^{2+q} - \rho^{3+q} + \rho^2)}{(1 - \rho^{2+q}) \cdot (1 - \rho) \cdot \mu \cdot (1 - P_0)} \tag{4}$$

*Pedidos perdidos:* Número de pedidos que son perdidos porque su tiempo de espera ha sido superior a T. Su valor esperado es:

$$\frac{D}{S \cdot L} - \text{Pedidos atendidos.}$$

## 5. Simulación del Reparto de Productos

Para validar el modelo presentado se utiliza la simulación computacional, que permite incluir una amplia variedad de condiciones que el modelo analítico debe simplificar o ignorar. Se identifican dos entidades principales: los pedidos y los camiones. Los pedidos son definidos en términos de su instante de llegada, tama-

ño, composición, ubicación geográfica y tiempo de espera antes de ser atendidos. Los camiones son definidos por el sector al que son asignados, el inventario de productos que transportan y su posición geográfica, definida por la última orden que fue atendida. Entre los principales eventos del sistema simulado está la llegada de pedidos de un distrito determinado, la cual se asume que presenta una distribución exponencial. El tamaño de los pedidos tiene una distribución probabilística uniforme entre 1 y 3 unidades. Se asume que la ubicación geográfica de una orden tiene una distribución uniforme en un cuadrado de área igual al sector en estudio. Si bien en la realidad los distritos comerciales coinciden con comunas que tienen formas complejas definidas por calles principales como fronteras, generalmente sus áreas son convexas y su largo y ancho no varía mucho entre uno y otro. Los pedidos son atendidos de acuerdo un índice de prioridad que combina FIFO y un criterio de proximidad del lugar del pedido al camión, que se calcula de la siguiente manera:

$$\frac{1}{4 + \text{Tiempo de espera del pedido}} + \text{Distancia del pedido al camión.} \quad (5)$$

Cuando el tiempo de espera antes de ser atendido alcanza un valor máximo de  $T = 3$  los pedidos abandonan la cola aumentando en uno el número de órdenes perdidas. El tiempo de atención de cada pedido no distribuye en forma exponencial como se asume en la Sección 4, sino que es la suma del tiempo de viaje al próximo cliente más su tiempo de visita. El tiempo de viaje es calculado como la distancia entre el último cliente que es atendido por el camión y el próximo cliente seleccionado según el índice (5), dividido por la velocidad promedio VPD. El tiempo de visita incluye un intervalo constante y uno variable, como se explica en la Sección 3. Cuando el inventario de producto en un camión se agota, éste debe regresar a la planta para recargar, demorando un intervalo de tiempo con distribución triangular con un mínimo de 1 hora, un promedio de 2 horas y un máximo de 3 horas.

El procedimiento de simulación es implementado en Extend, un paquete de software que ha sido usado en otros estudios tales como el de Hays & Bebbington (2000). Su rutina principal es especificada a través de una interfaz gráfica mostrada en la Ilustración 5, la cual puede ser interpretada usando el manual de Diamond *et al.* (1995). En términos generales, el módulo “Llegada Pedidos” alimenta al módulo “Cronómetro” que mide el tiempo de espera de los pedidos, los que se acumulan en el módulo “Cola clientes”. Los camiones se almacenan en el módulo “Servidores”, y atienden los pedidos en el módulo “Sector” que genera la información requerida por los módulos de salida.

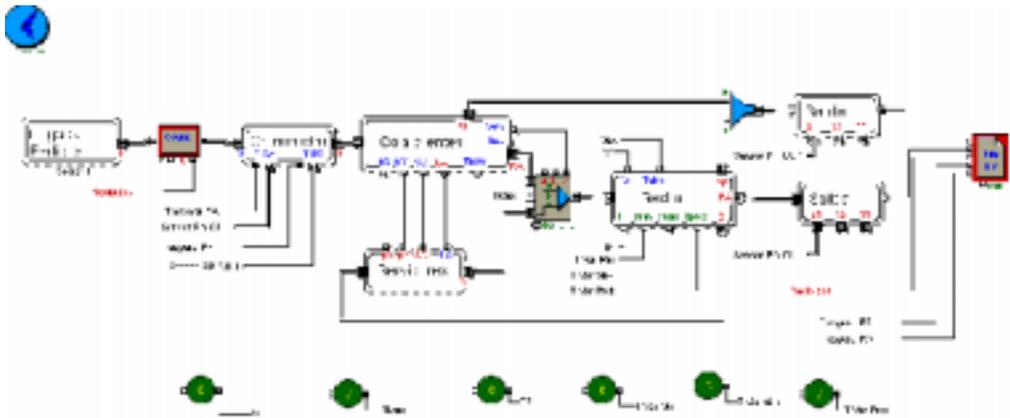


Ilustración 5: Interfaz Gráfica de la Rutina Principal de Simulación

La Ilustración 6 compara el índice *Pedidos atendidos* en un distrito particular de acuerdo a la simulación y al modelo, en un período de un mes. Una de las razones principales por la cual el modelo analítico no calza perfectamente con la simulación es porque éste prorratea el tiempo de regreso a la planta. Por ello el tiempo de servicio tiene una varianza mayor en la simulación que en el modelo, con lo cual cuando hay una mayor demanda el modelo subestima el tiempo de espera y los pedidos perdidos.

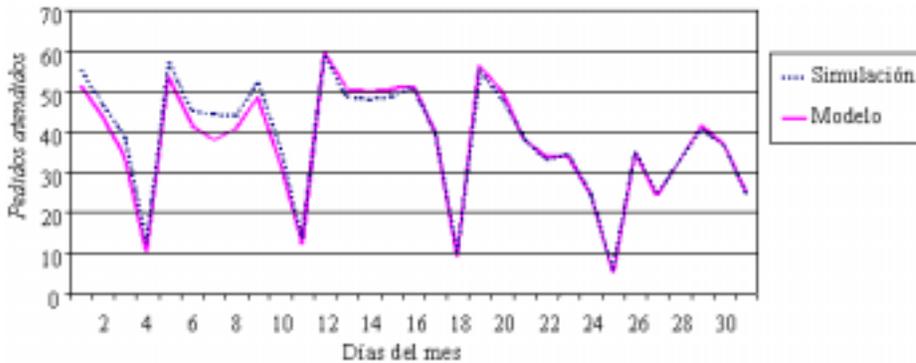


Ilustración 6: Pedidos Atendidos Durante Un Mes Según la Simulación y el Modelo

Para mejorar la exactitud del modelo, se corrió una regresión como la mostrada en la Ilustración 7 para el *Tiempo promedio de espera* donde  $x$  representa el resultado según el modelo, mientras que  $y$  representa el resultado correspondiente según la simulación.

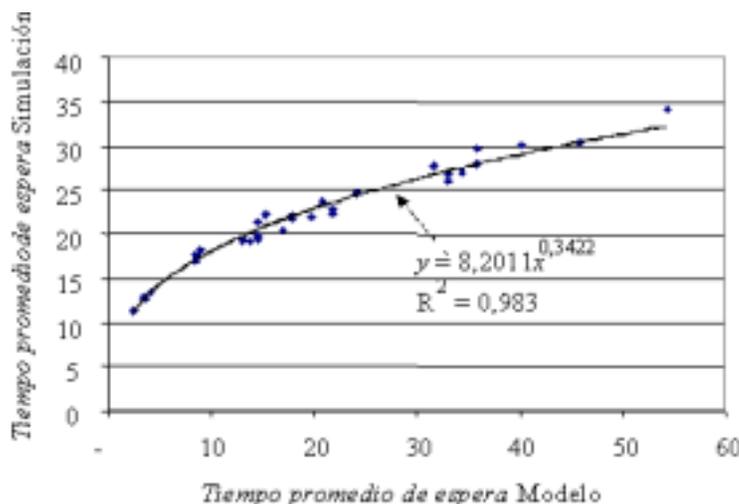


Ilustración 7: Tiempo de Espera de la Simulación Como Una Función del Modelo

La estimación del modelo para el *Tiempo promedio de espera* definido en (4) se ajusta a  $8,2011 * (\text{Tiempo promedio de espera})^{0,3422}$ , alcanzando un índice  $R^2$  de 0,983. También se ajusta la estimación para los *Pedidos perdidos* a  $2,757 * (\text{Pedidos perdidos})^{0,2186}$ , con lo cual se alcanzó un  $R^2$  de 0,9725. El índice *Pedidos atendidos* es igual a  $D/(S*L) - 2,757 * (\text{Pedidos perdidos})^{0,2186}$ .

## 6. Configuración Óptima de Flota y Otras Mejoras Operacionales

Con las medidas de desempeño relacionadas a la naturaleza aleatoria de la demanda es posible formular el programa matemático que encuentra la configuración óptima de flota en términos de las variables  $n$  y  $c$ . Se define la función de costo en términos de la expresión (2) y del costo indirecto CI:

$$\text{Costo total mensual} = \text{Costo directo por camión al mes} * n + \text{CI.} \tag{6}$$

Una extensión de esta función de costo es incluir la variable *Pedidos perdidos* multiplicada por un parámetro de penalización igual al valor presente neto del cliente promedio, multiplicado por la probabilidad de perderlo para siempre por culpa de no haber atendido su pedido.

Se consideraron tres restricciones para el área factible de decisión: capacidad mínima de reparto, tamaño máximo del camión y tiempo promedio de espera. La primera restricción implica que la demanda atendible debe ser mayor o igual a  $1 + \sigma$ , donde  $\sigma \geq 0$  es un parámetro de seguridad. De este modo, esta restricción puede expresarse en términos de la expresión (1) como:



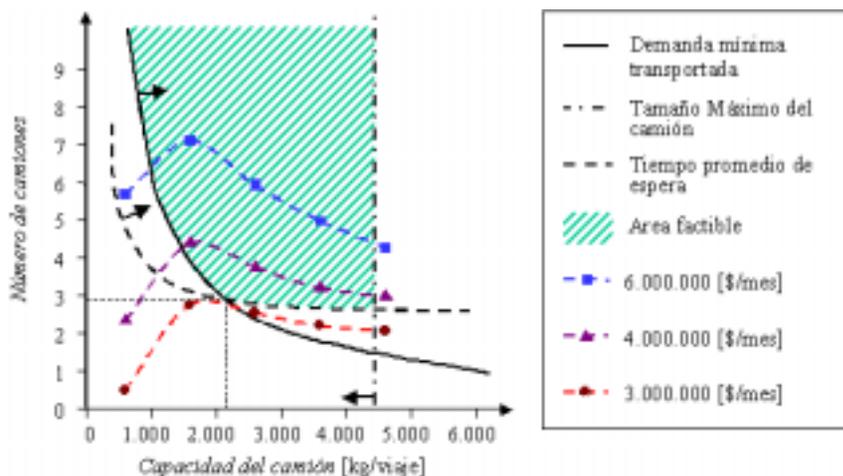


Ilustración 8: Optimización Gráfica de la Configuración de Flota

Una línea diferente de mejoramiento es modificar el esquema de operación explicado en la Sección 1 que divide cada distrito en un número de sectores que son atendidos exclusivamente por un camión. Una alternativa es tener un número de camiones que compartan un distrito, donde el sistema de telemarketing asigna los pedidos a los camiones que están próximos a quedar desocupados, tal como se sugiere en la Ilustración 9. De este modo, cada camión no tiene una cola privada de pedidos, sino que hay una cola global para todo el distrito. Los pedidos se asignan de acuerdo a la carga de trabajo del camión y a otros criterios que eviten que todos los camiones se concentren en un área, dejando sin atender el resto del distrito.

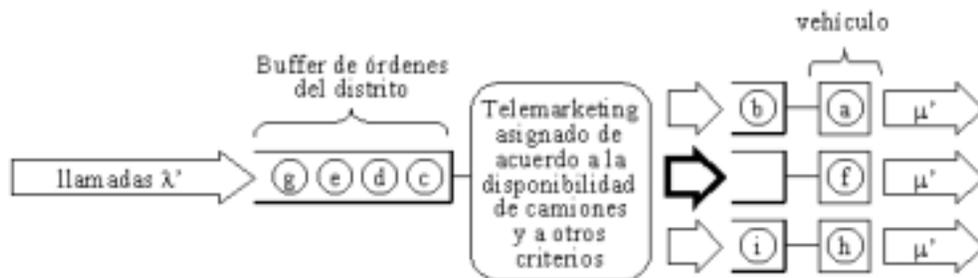


Ilustración 9: Esquema de Operación con Cola Única

Este procedimiento tiene la ventaja de que si un servidor se bloquea debido a congestión de tránsito, una falla mecánica o una entrega problemática, el resto de los pedidos no sufren tanto retraso como en el esquema tradicional de operación donde cada camión tiene su propia cola de espera. Adicionalmente, la carga de trabajo se balancea con lo cual no hay camiones con sobrecarga de trabajo mientras otros están ociosos. Sin embargo, tiene la desventaja de que la distancia

entre clientes consecutivos aumenta ya que el área de cobertura de cada camión se expande, lo cual aumenta los tiempo de viaje y disminuye la tasa de atención. Estimaciones preliminares indican que la nueva distancia entre clientes consecutivos sería 1,2\*DCC lo cual implica que la nueva tasa de atención  $\mu'$  sería igual a 0,976  $\mu$ . Para calcular las nuevas medidas de desempeño debido a la demanda aleatoria se utiliza un modelo de cola M/M/S, donde S representa el número de servidores, obteniéndose los siguientes resultados:

$$P_i = \begin{cases} \rho^i \cdot \frac{1}{i!} \cdot \frac{1}{\sum_{i=0}^{s-1} \rho^i \cdot \frac{1}{i!} + \sum_{i=s}^{q+s} \rho^i \cdot \frac{1}{s! \cdot s^{i-s}}} & \text{para } 0 \leq i < s \\ \rho^i \cdot \frac{1}{s! \cdot s^{i-s}} \cdot \frac{1}{\sum_{i=0}^{s-1} \rho^i \cdot \frac{1}{i!} + \sum_{i=s}^{q+s} \rho^i \cdot \frac{1}{s! \cdot s^{i-s}}} & \text{para } s \leq i < s + q \end{cases}$$

Con 
$$P_0 = \frac{1}{\sum_{i=0}^{s-1} \rho^i \cdot \frac{1}{i!} + \sum_{i=s}^{q+s} \rho^i \cdot \frac{1}{s! \cdot s^{i-s}}}$$

Con estas expresiones se obtienen las siguientes medidas de desempeño:

$$\text{Tiempo total de espera} = \sum_{i=s}^{q+s} ((i - s) \cdot P_i \cdot W)$$

$$\text{Pedidos atendidos} = s \cdot W \cdot \lambda \cdot (1 - P_{s+q})$$

$$\text{Pedidos perdidos} = s \cdot W \cdot \lambda \cdot P_{s+q}$$

$$\text{Tiempo promedio de espera} = \frac{\text{Tiempo total de espera}}{\text{Pedidos atendidos}}$$

Con estas fórmulas es posible estimar la mejora debido a la cola única en comparación con el esquema de colas múltiples. La Tabla 2 muestra los resultados para tres distritos, cada uno con tres camiones. Las tres primeras filas de cada distrito muestran los datos para los camiones que manejan sus propias colas de pedidos, mientras la cuarta fila muestra la suma o el promedio. Esto debiera ser comparado con la quinta fila que presenta los índices para la cola única. En este caso, el número estimado de pedidos perdidos se reduce en 85%, lo que representa un 3% de aumento en las ventas, mientras que el tiempo promedio de espera de los clientes disminuye en 3 minutos, lo que equivale a una disminución del 10%.

	Sector	Órdenes recibidas	Tamaño orden [kg]	Órdenes atendidas	Órdenes perdidas	Tiempo espera [min]	Costo [US\$/kg]
Distrito A	1	67,96	27,62	63,53	4,43	34,12	16,84
	2	61,58	30,45	57,51	4,07	32,50	16,21
	3	56,92	26,96	53,36	3,56	30,65	18,49
	Suma o Promedio	186,46	28,34	174,40	12,06	32,48	17,18
	Cola Única	186,46	28,34	181,78	4,68	32,47	17,06
Distrito B	1	51,54	31,04	48,32	3,22	29,26	17,39
	2	40,96	35,82	38,54	2,41	25,31	17,93
	3	48,79	29,26	45,92	2,88	27,97	18,87
	Suma o Promedio	141,29	32,04	132,78	8,51	27,61	18,06
	Cola Única	141,29	32,04	141,29	0,00	21,23	17,94
Distrito C	1	62,00	20,70	58,19	3,81	31,10	22,15
	2	55,00	15,80	52,01	2,99	28,26	29,98
	3	56,00	15,80	52,92	3,08	28,65	29,64
	Suma o Promedio	173,00	17,43	163,12	9,88	29,39	27,25
	Cola Única	173,00	17,43	173,00	0,00	26,54	26,54

Tabla 2: Comparación Entre el Esquema de colas múltiples y cola única

## 7. Conclusiones

Se estudió el problema de configuración de flota sujeto a una demanda aleatoria, cuyos vehículos abandonan la planta sin saber los pedidos que deberán atender durante el día, por lo cual deben reaccionar a la información que les llega mientras están en la calle. Se propone una técnica para decidir el número de camiones y su capacidad de carga que minimiza el costo de operación, sujeto a un número de restricciones. Una de ellas define una política de servicio que acota el valor esperado del tiempo de espera de los clientes, la cual es modelada como un sistema de cola que permite calcular el número de pedidos que son perdidos.

La principal ventaja de este método es que no requiere implementar sistemas de ruteo o simulación sofisticados, los que usualmente requieren el uso de paquetes de software profesionales, trabajo intensivo para definir procedimientos y considerable uso de recursos computacionales para generar resultados estadísticamente válidos. Esta técnica puede ser implementada en un ambiente de hojas de cálculo, utilizando el optimizador incluido en Microsoft Excel. Esto lo hace una herramienta más accesible que puede ser operada en un computador personal.

En cuanto al análisis realizado para una compañía que despacha productos en un régimen de demanda aleatoria, la conceptualización del proceso de reparto en términos de un sistema de cola permite estimar medidas de desempeño relacionadas al servicio. También permite calcular las ventajas de un nuevo paradigma de operación en el cual una cola única alimenta múltiples servidores, un esquema muy conocido en los bancos y otras compañías de servicio, pero raramente usado en logística. En resumen, este modelo hace explícita la calidad de servicio,

un atributo que para algunas industrias de reparto se ha vuelto un factor crítico para el éxito comercial.

---

## Referencias bibliográficas

---

- Bertsimas, D. & Simchi-Levi, D. (1996) "A new generation of vehicle routing research: Robust algorithms addressing uncertainty" *Opns Res* 44: 286-304
- Diaby, M. & Ramesh, R. (1995) "The distribution problem with carrier service: A dual based penalty approach" *ORSA Journal on Computing* 7: 24-35
- Diamond, P., Krahl, P. and Hoffman, P. (1995) *Extend + Manufacturing Manual* Imagine That, San Jose, California.
- Eisenstein, D. & Iyer, A. (1997) "Garbage collection in Chicago: a dynamic scheduling model" *Mgm Sci* 43: 922-933
- Gendreau, M. & Laporte, G. (1996) "A tabu search heuristic for the vehicle routing problem with stochastic demands and customers" *Opns Res* 44: 469-477
- Gendreau, M., Laporte, G. & Séguin, R. (1996) "Stochastic vehicle routing" *Eur J Opl Res* 88: 3-12
- Hall, W. & Racer, M. (1995) "Transportation with common carrier and private fleets: System assignment and shipment frequency optimisation" *IIE Transactions* 27: 217-225
- Hays, M. & Bebbington, M. (2000) "Simulation in public sector management: A case study" *Intl. Transactions in Operations Research* 7: 465-486
- Higginson, J.K. (1993) "Modeling shipper costs in physical distribution analysis" *Transport Res* 27A/2: 113-124
- Liu, F. & Shen, S. (1999) "The fleet size and mix vehicle routing problem with time windows" *J Opl Res Soc* 50: 721-735
- Novaes, A. & Graciolli, O. (1999) "Designing multi-vehicle delivery tours in a grid-cell format" *Eur J Opl Res* 119: 613-634
- Oldfield, R.H. & Bly, P.H. (1988) "An analytic investigation of optimal bus size" *Transport Res* 22B/5: 319-337
- Webb, I. & Larson, R. (1995) "Period and phase of customer replenishment: A new approach to the strategic inventory/routing problem" *Eur J Opl Res* 85: 132-148
- Weintraub, A., Aboud, J., Laporte, G. & Ramirez, E. (1999) "An emergency vehicle dispatching system for an electric utility in Chile" *J Opl Res Soc* 50: 690-696