





R E V I S T A

# INGENIERÍA DE SISTEMAS

---

Volumen XXVI

Septiembre 2012

- Restricción Vehicular Según Número de Patente: Requiem para una Política Errónea 7  
*Víctor Cantillo, Juan de Dios Ortúzar*
- Modelos de Programación Matemática para Asignación de Pabellones Quirúrgicos en Hospitales Públicos 23  
*Patricio Wolff, Guillermo Durán, Pablo A. Rey*
- Modelos de Selección de Atributos para Support Vector Machines 49  
*Sebastián Maldonado, Richard Weber*
- Modelo de Simulación de los Procesos en Patio de Equipajes en un Aeropuerto de Alta Demanda 71  
*Juan Pablo Cavada, Cristián E. Cortés, Ricardo Goepfinger, Pablo A. Rey*
- Una Aplicación de Herramientas de Eye-Tracking para Analizar las Preferencias de Contenido de los Usuarios de Sitios Web 95  
*Larry González, Juan D. Velásquez*

Publicada por el  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
UNIVERSIDAD DE CHILE

R E V I S T A  
**INGENIERÍA DE SISTEMAS**

ISSN 0716 - 1174

EDITOR

**Guillermo Durán**

*Departamento de Ingeniería Industrial  
Universidad de Chile*

EDITOR ASOCIADO

**Richard Weber**

*Departamento de Ingeniería Industrial  
Universidad de Chile*

AYUDANTE DE EDICIÓN

**Cinthya Vergara**

*Departamento de Ingeniería Industrial  
Universidad de Chile*

COMITÉ EDITORIAL

**René Caldentey**

*New York University, USA*

**Héctor Cancela**

*Universidad de la República, Uruguay*

**Rafael Epstein**

*Universidad de Chile, Chile*

**Luis Llanos**

*CMPC Celulosa, Chile*

**Javier Marengo**

*Universidad Nacional de  
General Sarmiento, Argentina*

**Juan de Dios Ortúzar**

*P. Universidad Católica, Chile*

**Víctor Parada**

*Universidad de Santiago, Chile*

**Oscar Porto**

*GAPSO, Brasil*

**Lorena Pradenas**

*Universidad de Concepción, Chile*

**Nicolás Stier**

*Universidad Torcuato Di Tella, Argentina*

Financiado parcialmente por el Instituto Sistemas Complejos de Ingeniería.

Las opiniones y afirmaciones expuestas representan los puntos de vista de sus autores y no necesariamente coinciden con las del Departamento de Ingeniería Industrial de la Universidad de Chile.

Instrucciones a los autores: Los autores deben enviar copia electrónica del manuscrito que desean someter a referato a [gduaran@dii.uchile.cl](mailto:gduaran@dii.uchile.cl). Los manuscritos deben estar escritos a doble espacio, deben incluir un resumen de no más de 150 palabras, y su extensión no debe exceder las 25 páginas. Detalles en [www.dii.uchile.cl/~ris](http://www.dii.uchile.cl/~ris)

Los artículos sólo pueden ser reproducidos previa autorización del Editor y de los autores.

Representante legal: Alejandra Mizala

Correo electrónico: [ris@dii.uchile.cl](mailto:ris@dii.uchile.cl)

Impresión: Ka2 Diseño e Impresión

Diagramación: Cinthya Vergara|Karen Hermosilla

Dirección: República 701, Santiago, Chile.

Web URL: [www.dii.uchile.cl/~ris](http://www.dii.uchile.cl/~ris)

Mail: [contacto@ka2.cl](mailto:contacto@ka2.cl)

Portada: Gabriella Fabbri

---

## Carta Editorial Volumen XXVI

---

Nos es muy grato presentar este nuevo número de la Revista de Ingeniería de Sistemas (RIS) dedicado a temas de frontera en Investigación de Operaciones, Gestión y Tecnología. Queremos agradecer al Instituto Sistemas Complejos de Ingeniería (ISCI) por su colaboración para hacer posible esta publicación.

Este número contiene artículos de académicos y estudiantes de nuestro Departamento de Ingeniería Industrial (algunos de ellos incluso son consecuencia de trabajos finales de grado, tesis de magister o tesis de doctorado), y de investigadores del ISCI.

Nuestro objetivo a través de esta publicación es contribuir a la generación y difusión de las tecnologías modernas de gestión y administración. La revista pretende destacar la importancia de generar conocimiento en estas áreas, orientado tanto a problemáticas nacionales como a la realidad de países de características similares.

Estamos seguros de que los artículos publicados en esta oportunidad muestran formas de trabajo innovadoras que serán de gran utilidad e inspiración para todos los lectores, ya sean académicos o profesionales, por lo que esperamos que esta iniciativa tenga la recepción que creemos se merece.

Guillermo Durán  
*Editor*

Richard Weber  
*Editor Asociado*



---

# RESTRICCIÓN VEHICULAR SEGÚN NÚMERO DE PATENTE: REQUIEM PARA UNA POLÍTICA ERRÓNEA

---

VÍCTOR CANTILLO \*  
JUAN DE DIOS ORTÚZAR \*\*

## Resumen

Varias ciudades latinoamericanas, como Sao Paulo, Ciudad de México, Santiago de Chile y Bogotá, han implementado políticas de restricción al uso del automóvil consistentes en prohibir la circulación de una proporción de los vehículos según el número de su placa patente. Las políticas han sido planteadas como una alternativa para enfrentar los crecientes problemas causados por las externalidades asociadas al transporte. La idea detrás de la restricción por patentes es muy simple: al restringir una proporción del parque automotor se espera disminuir los niveles de congestión y otras externalidades negativas, especialmente las de carácter ambiental. En base a un análisis microeconómico extremadamente sencillo, apoyado en evidencia recogida en algunas ciudades latinoamericanas donde se ha implementado esta política, se demuestra que ésta sólo podría funcionar en el muy corto plazo, pero finalmente no logra los objetivos deseados y puede incluso exacerbar los problemas.

**PALABRAS CLAVE:** Restricción Vehicular, Externalidades, Políticas Urbanas

---

\* Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental, Universidad del Norte, Barranquilla, Colombia.

\*\* Departamento de Ingeniería de Transporte y Logística, Pontificia Universidad Católica de Chile, Santiago, Chile

---

## 1. Introducción

---

Ante los crecientes problemas de congestión, contaminación ambiental y otros efectos negativos asociados al transporte urbano, en varias metrópolis latinoamericanas se han implementado políticas restrictivas al uso del automóvil particular consistentes en prohibir su circulación en ciertos días según el número de su placa patente.

En Santiago de Chile, desde 1986, se aplica una restricción a los vehículos sin convertidor catalítico según el último número de su placa en días de alerta ambiental. Ésta se hace extensiva a los vehículos con convertidor catalítico en días de emergencia [?]. En 1989, el gobierno de Ciudad de México introdujo el programa “Hoy No Circula”, que prohíbe a los conductores utilizar sus vehículos un día a la semana, también sobre la base del último número de su placa. En Sao Pablo, Brasil, se implementó el programa “rodizio”, que también restringe el uso de vehículos según el número de su placa [?], y hoy existe una restricción en la zona central de su área metropolitana que diariamente cobija al 20 % de los vehículos.

En Bogotá, se instituyó la restricción vehicular conocida como “pico y placa” en 1998, pero a diferencia de las anteriores ésta fue una respuesta a problemas de congestión y no de contaminación ambiental y calidad del aire [?], la medida se ha extendido a otras ciudades colombianas con más de dos millones de habitantes, Medellín y Cali, y a algunas intermedias con población inferior al millón de habitantes, como Bucaramanga y Armenia. Más recientemente, en Quito, Ecuador, se comenzó a restringir la circulación de vehículos según el último número de la patente en marzo de 2010 [?]. Este tipo de política también se puede encontrar en otras regiones del planeta como Manila, Filipinas [?].

Estas medidas restrictivas suelen tener una fuerte oposición por parte de los usuarios de automóvil y algunos gremios (especialmente comerciantes) antes de su implantación, pero son finalmente aceptadas debido a su aparente éxito inicial. No obstante, con el tiempo estos beneficios iniciales se desdibujan, en gran medida debido al incremento del parque automotor. Como respuesta, en varios casos las autoridades han tendido a endurecer la medida incrementando el número de terminaciones de placa con restricción, extendiendo los horarios o eliminando excepciones. Ejemplo de ello es el caso de Bogotá, donde en 2009 la restricción, que originalmente era de 7:00 a 9:00 y de 17:30 a 19:30, se extendió a prácticamente todo el día (6:00 a 20:00). Otro caso ilustrativo de la evolución de esta restricción es el de Medellín, donde originalmente ésta se aplicaba al 20 % de los vehículos pero al perder eficiencia, debido al incremento de la tasa

de motorización, se extendió al 40 % y más recientemente al 50 %.

En algunos casos, la política ha sido planteada, según planificadores y políticos, como una “segunda mejor” alternativa a la “tarificación por congestión” (cobro directo de la externalidad a los usuarios de vías congestionadas) [?], ya que esta última es considerada una medida políticamente inviable en muchos casos. Como bondades de la política se ha mencionado su aceptación por parte de amplios sectores, especialmente en los no poseedores de auto (que en América Latina conforman la mayor proporción de los viajeros), y su efecto de mejorar, en el corto plazo, los problemas de congestión y contaminación. También ha ocurrido que, inicialmente, parte de los usuarios se trasladan hacia el transporte público, que es otro efecto deseado.

No obstante, entre las desventajas de la política de restricción según número de placa, sobresale el incremento del parque automotor debido a que los usuarios con mayor poder de compra tienden a adquirir un segundo vehículo (muchas veces de peores características en términos de contaminación ambiental). Otras desventajas son el incremento en el número de viajes en taxi, el que la medida es vulnerable a fraudes (como la falsificación de placas), y el difícil manejo de excepciones a ciertos tipos de vehículos, personas o entidades [?]. Para sortear estas dificultades, ha sido práctica común rotar el número de las placas respecto del día en que se aplica la prohibición. No obstante, lo cierto es que, en el largo plazo, la medida deja de ser eficaz y, en muchos casos, ahonda los problemas de movilidad y contaminación que pretendía reducir, tal como lo denuncian Fernández y Valenzuela [?] para el caso de la restricción vehicular en Santiago de Chile.

En este artículo se analiza en detalle la política de restricción vehicular según el número de placa desde una perspectiva económica y se evalúan sus efectos en el corto y largo plazo. Los resultados del análisis se apoyan con evidencia proveniente de varias ciudades donde ha sido aplicada.

---

## 2. El Análisis de Externalidades en el Transporte

---

Una de las características más relevantes del transporte, especialmente en el contexto urbano, es que se trata de un mercado con fuertes externalidades. La oferta de transporte tiene asociadas una variedad de efectos concomitantes que introducen distorsiones, tales como la congestión, accidentalidad y los daños ambientales. Estos efectos no son percibidos por los usuarios quienes, en consecuencia, no pagan los costos que hacen incurrir a la sociedad, por lo cual el equilibrio del sistema no coincide con el óptimo social [?]. En términos simples,

una externalidad es una acción efectuada por un agente económico (empresa o individuo) que tiene un impacto directo sobre los procesos productivos de otra empresa y/o sobre el bienestar de otro individuo y que no se ve reflejada en el sistema de precios.

El análisis económico de las externalidades asociadas al transporte se ilustra en la Figura 1. Para simplificar, consideremos el caso de un origen y un destino conectados por una vía, donde los individuos realizan sus viajes sin acompañantes y en vehículos idénticos. Por otra parte, los flujos de tránsito, velocidades y densidades son uniformes a través de la vía. El eje horizontal describe el volumen o flujo de tránsito ( $\nu$ ), en tanto que el eje vertical el costo generalizado de viaje ( $C$ ), que incluye costos de operación, tiempo de viaje y otros cargos. Cuando los volúmenes de tránsito son bajos, los vehículos pueden viajar a la velocidad que deseen (esto es, a flujo libre), pero cuando los flujos crecen, aparece la congestión, baja la velocidad y los costos aumentan. En la figura, la curva  $CMe(\nu)$  representa los costos medios o costos privados percibidos por un usuario. Por otra parte, la curva  $CMa(\nu)$  representa los costos marginales o costos sociales. Ambos están relacionados por la siguiente expresión:

$$C Ma(\nu) = C Me(\nu) + \nu \frac{\delta C Me(\nu)}{\delta \nu} \quad (1)$$

El segundo término de la derecha en (1) representa las externalidades, esto es, los costos sociales (marginales) son los costos privados (medios) más las externalidades.

Si el volumen de flujo se interpreta como la cantidad de viajes demandados por unidad de tiempo, entonces se obtiene la curva de demanda y el diagrama oferta-demanda de la Figura 1, donde se ha definido a  $D1$  como la demanda inicial. Si no hay intervención o cargo adicional alguno a los costos de operación y tiempos de viaje, se obtiene el equilibrio de mercado inicial donde el flujo es  $Vm$ , los costos generalizados privados  $CGp^M$  y los costos sociales  $CGs^M$ . En la figura también se muestra que el óptimo social, correspondiente a la intersección de la curva de demanda con la curva de costos sociales, ocurriría para un flujo de equilibrio  $VO$  y costos sociales  $CGs^O$ .

Para alcanzar el óptimo social es necesario cobrar una tarifa  $E$  igual a la externalidad por congestión evaluada en el flujo óptimo social, ya que el equilibrio de mercado resta al beneficio social (área sombreada suavemente) una pérdida social (área en sombra negra). Esta política ha sido aplicada exitosamente en lugares como Londres, Singapur y Estocolmo (Rouwental y Verhoef, 2006). No obstante, se trata de una medida sobre la oferta que implica un cobro

a usuarios difícil de aplicar con facilidad en América Latina y en general en países en desarrollo, porque se percibe como inviable políticamente (ver [?]).

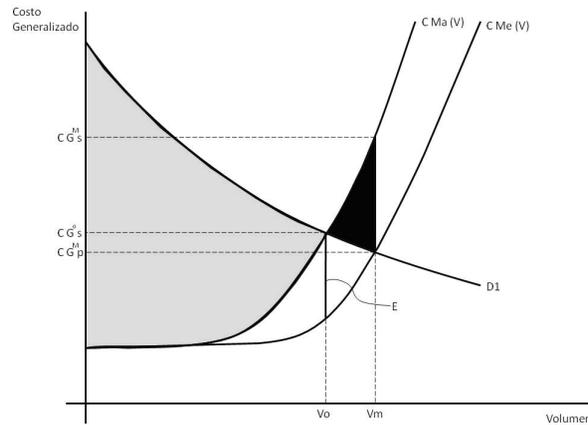


Figura 1: Equilibrio de Mercado y Óptimo Social en un Sistema Vial con Congestión

La discusión sobre tarificación por congestión en ciudades de América Latina apenas ha trascendido el ámbito académico y algunos sectores especializados, faltando una discusión más amplia sobre su conveniencia. Aunque en algunos países de la región (como Chile y Colombia) se ha propuesto legislar al respecto, muchos políticos e incluso algunos planificadores, la consideran poco factible debido a argumentos como los que se resumen a continuación [?]:

- Alto costo político debido a la oposición que tendría por parte de quienes poseen auto.
- Alto costo de implementación del sistema y problemas logísticos para su control.
- Potencial falta de transparencia en el manejo de recursos provenientes de la medida.
- Medida inequitativa para personas con menores ingresos que poseen auto.
- Requiere disponer de alternativas de transporte público adecuadas.
- No hay disposición a pagar más impuestos por algo que se desea evitar (la congestión).

No obstante, también se ha argumentado que todas estas objeciones pueden ser resueltas con una buena planificación y adecuada información a los usuarios [?]. En particular, la última objeción desaparece si se acepta la proposición (ya

planteada en países como Inglaterra) de remplazar otros impuestos menos eficientes desde el punto de vista del objetivo perseguido (por ejemplo, el permiso de circulación, que afecta la posesión en lugar que el uso del auto, y el impuesto a los combustibles que afecta la circulación aunque ésta tenga lugar en horas o lugares no congestionados) por el cobro por congestión. Incluso recientemente, Hensher y Bliemer [?] han llamado a cambiar el lenguaje, sugiriendo distinguir entre la actual “tarificación sin elección” (se paga permiso de circulación e impuesto a la gasolina en cualquier viaje) y “tarificación con elección” (sólo se paga al circular en rutas/horas en que haya congestión). Por otro lado, el argumento que los dueños de auto puedan ser considerados pobres (aunque efectivamente existan distintos niveles de ingreso al interior de este grupo), no resiste mayor análisis en países en desarrollo.

---

### 3. Análisis Económico de las Políticas de Restricción de Circulación

---

Ante los crecientes problemas de congestión y contaminación ocasionados por el aumento de la tasa de motorización, que sin duda han deteriorado fuertemente la movilidad urbana en los últimos años, los tomadores de decisión han preferido políticas restrictivas a la circulación que actúen sobre la demanda. La lógica de la aplicación es muy simple: se trata de desplazar la curva de demanda para lograr un nuevo equilibrio con menores costos.

Tal como se muestra en la Figura 2, la medida de restricción a la circulación según el número de placa tiene un efecto similar a desplazar la curva de demanda a la posición  $D2$ , hacia la izquierda de la curva original  $D1$ . Supondremos el más favorable de los escenarios, esto es, que este “desplazamiento” sea tal que el equilibrio de mercado (que corresponde a un costo privado  $CGp^M$ ) resulta en un flujo idéntico al óptimo social, esto es,  $VO$ . En otras palabras, suponemos que sin necesidad de implementar el aparentemente inviable cobro por congestión, se logra un nivel de flujos similar al que si se hubiese seguido esa política “óptima”. No obstante, un análisis de la medida muestra que el efecto no es el mismo, ya que como la curva de demanda refleja la disposición a pagar de los usuarios, al no poder éstos utilizar su vehículo se genera una pérdida social, representada por el área sombreada fuerte entre las curvas  $D1$  y  $D2$  (recordar que los equilibrios descritos son de corto plazo).

En el largo plazo, los poseedores de vehículos deberían tender a tomar decisiones que cambien el equilibrio antes indicado. Como existe disponibilidad a pagar por utilizar el auto (reflejada en el área de pérdida social), parte de los

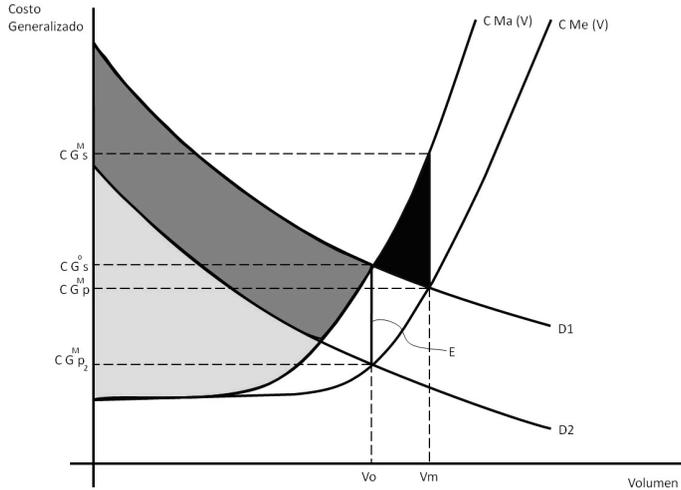


Figura 2: Equilibrio al Aplicar Política de Restricción

usuarios de auto deberían manifestar esa disposición comprando un segundo (o tercer) vehículo, con número de placa que no coincida con la(s) de su(s) vehículo(s) actual(es). Por ende, la curva de demanda se trasladaría de vuelta hasta una posición que puede, incluso en poco tiempo, coincidir o situarse a la derecha de la curva original  $D1$ , con lo cual se retornaría a una situación similar, o peor, a la inicial (ya que los vehículos que ingresarían al sistema de esta manera no serían nuevos y, como se usarían sólo esporádicamente, tampoco se mantendrían en óptimas condiciones).

Claramente, en poco tiempo los efectos buscados, tanto relacionados con la congestión como con la contaminación, se deberían perder. Esto último, además, se agravaría debido a que, como ya se señaló, no sólo ingresarían al sistema autos nuevos sino vehículos viejos (más contaminantes) que serían adquiridos por personas de relativamente menor ingreso sin recursos suficientes para comprar un segundo vehículo nuevo. En este contexto, las familias que anteriormente tenían un solo auto, al adquirir el segundo deberían tender a usar ambos cuando la restricción no aplica a ninguno. Si esta hipótesis es correcta, se debería apreciar un incremento en los niveles de flujo en fines de semana y en horas en que no existe restricción.

### 3.1. Evidencia Empírica

Varias investigaciones apoyan la tesis que la política de cobro por congestión (tarificación por congestión) es más eficiente que medidas “draconianas” como la prohibición de circular según el número de placa [?], porque en vez de simplemente prohibir la circulación, los usuarios pueden seguir circulando mediante

el pago de la externalidad. Adicionalmente, los ingresos provenientes de la tarificación por congestión pueden ser utilizados para una variedad de propósitos como, por ejemplo, mejorar sustancialmente los servicios de transporte público (tal como ha ocurrido en Londres).

En un reciente análisis de la evolución de la política “pico y placa” que se inició el año 2005 en Medellín, Sarmiento y Zuleta (2009) muestran que a consecuencia de la medida la ciudad ya no tiene períodos de punta tan marcados como antes (entre las 7:30 y las 18:30 horas), pues los usuarios de auto desplazaron muchas de sus actividades a horarios sin restricción. A su vez, un análisis antes-después para nueve intersecciones importantes de la ciudad, mostró que en el primer año de aplicación de la medida (que afectaba al 20 % de los vehículos) disminuyeron los flujos durante los períodos de punta, pero tan sólo dos años después se contabilizaron flujos similares a los existentes antes de su aplicación. Como consecuencia, la autoridad extendió la restricción al 40 % de los vehículos.

En Medellín también se midió las emisiones desde el 2004 hasta el 2007 en condiciones de referencia [Ug/m<sup>3</sup>] en diferentes estaciones de la ciudad [?]. La Tabla 1 muestra la variación anual en el material particulado (TSP) y la Tabla 2 las mediciones asociadas a PM10. En todos los casos se puede ver que la aplicación de la restricción vehicular el año 2005 tuvo un efecto de corto plazo positivo, lográndose una reducción en las emisiones al año siguiente de su aplicación, aunque inferior a la proporción en que se redujo el parque automotor (20 %).

Tabla 1: Variación de Concentración de Material Particulado TSP 2004 – 2007 en Medellín - Fuente: [?]

Estación	Año 2004	Año 2005	Año 2006	Año 2007	Variación 2004-2005	Variación 2005-2006	Variación 2006-2007
Aguinaga	105	102	101	126	-2,5 %	-1,3 %	24,2 %
Guayabal	105	98	101	105	-6,6 %	3,3 %	3,8 %
Politécnico	108	111	100	110	2,7 %	-9,6 %	10 %
Universidad de Antioquia	94	91	93	113	-3,7 %	2,4 %	21,7 %
Universidad de Medellín	80	75	79	85	-6,5 %	5,5 %	7,1 %
Universidad Nacional	129	118	133	141	-8,2	12,1 %	6,7 %
Universidad Bolivariana	80	71	80	84	-10,3 %	11,6 %	5,8 %

Tabla 2: Concentración de PM10 2004-2007 en Medellín - Fuente: Posada et al (2009)

Estación	Año 2004	Año 2005	Año 2006	Año 2007	Variación 2004-2005	Variación 2005-2006	Variación 2006-2007
Aguinaga	62	60	58	73	-2,5 %	-4,2 %	26,7 %
Corantioquia	61	59	58	67	-2,7 %	-1,4 %	14,3 %
Guayabal	68	63	63	65	-7,8 %	-1,0 %	3,5 %

Sin embargo, sólo dos años después todas las concentraciones aumentaron, incluso por encima del nivel anterior a la aplicación de la medida. Así, en el mediano y largo plazo se perdieron los beneficios de la política debido al incremento en el parque automotor, representado tanto en vehículos nuevos como en vehículos de vieja tecnología trasladados desde otros municipios. Es importante señalar que en el segundo semestre del año 2008 la administración municipal amplió el rango del pico y placa al 40 % de los vehículos y al 20 % de las motocicletas de dos tiempos.

Davis [?], por su parte, analizó el efecto de la restricción aplicada en Ciudad de México (“Hoy No Circula”) sobre la calidad del aire, utilizando mediciones de alta frecuencia en varias estaciones de monitoreo. Concluyó que no existe evidencia que la restricción haya mejorado la calidad del aire pero que ésta, sin duda, condujo a un incremento en el número de vehículos circulando y a un cambio en la composición del tráfico hacia vehículos con mayores emisiones, provenientes de otras ciudades. Además, su análisis mostró que hubo un incremento relativo de la contaminación atmosférica y el ruido en fines de semana y en las horas del día en las cuales no se aplicaba la restricción. Más aún, si bien se esperaba que el programa impulsara a los conductores a utilizar medios de transporte con menores emisiones, no se encontró evidencia que éste haya contribuido a incrementar el uso del transporte público. En contraste, si se detectó evidencia sugiriendo una sustitución del auto por el taxi.

La Figura 3 muestra la evolución de los vehículos matriculados en Bogotá y en el resto de Colombia, tomando como referencia el año 1998 (al cual se asignó un valor de 100 en ambos casos). Entre los años 1998 y 2001, una fuerte crisis económica redujo el número de matrículas, no obstante, puede apreciarse que el crecimiento en el ingreso de vehículos nuevos fue muy superior en Bogotá que en el resto del país durante los años en que ha estado vigente la restricción a la circulación “pico y placa”.

Por otra parte, la Figura 4 muestra un extracto de un aviso clasificado para la venta de vehículos usados en Bogotá. Puede apreciarse, claramente, que el último número de la patente es un atributo importante. Esto evidencia una

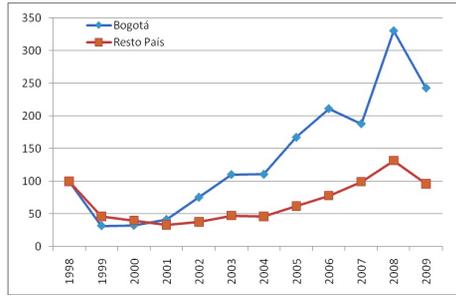


Figura 3: Evolución de Vehículos Matriculados en Bogotá y el Resto de Colombia - Fuente: Elaboración propia a partir de datos del Ministerio de Transporte (www.mintransporte.gov.co)

señal clara del mercado en el sentido que los individuos, en particular quienes ya tienen un vehículo, consideran al número de la placa como relevante en la toma de decisión (procurando que no coincida con la de vehículos que ya posean).

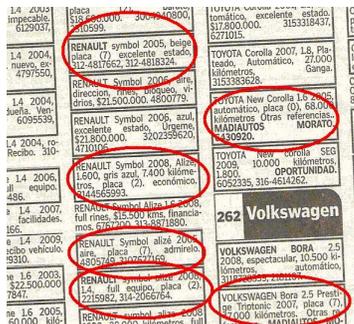


Figura 4: Evidencia del Número de la Placa como Atributo en el Mercado de Vehículos - Fuente: www.eltiempo.com

Finalmente, en una investigación sobre el efecto real de la restricción vehicular en Santiago, Chile (que aplica a los vehículos sin convertidor catalítico y que fue justificada por razones ambientales), Fresard (1998) plantea que una desventaja del sistema es su ineficiencia económica ya que afecta por igual a usuarios con diferente nivel de ingreso y diferente valoración subjetiva del tiempo. Así, los viajeros de mayor ingreso tenderán a usar vehículos menos contaminantes y, desde luego, no restringidos. Otra consecuencia particularmente indeseable, es que una importante proporción de las familias o individuos adquiere un segundo vehículo para eludir la restricción y, además, éste es en muchos casos más antiguo y con peores niveles de emisión de contaminantes que el primero.

A partir de aforos de tránsito aplicados en períodos correspondientes a diferentes condiciones de la restricción vehicular en Santiago, esto es, afectando a 2, 4 y 6 dígitos, Fresard [?] obtuvo los resultados presentados en la Tabla 3, los cuales muestran que no existe un efecto detectable al pasar de dos a cuatro dígitos, aunque se esperaba una disminución del 10 %. A su vez, al pasar de dos a seis dígitos, la reducción observada apenas supera el 5 % en promedio, cuando se esperaba que fuera del orden del 20 %. Otro hecho interesante, es que la medida afectó menos al sector de mayores ingresos y con mayor número de autos (Oriente). Concluye el autor que la medida ha sido ineficaz al no lograr los efectos deseados, recalcando además que aparecen mecanismos para burlarla, como la compra de un segundo vehículo. Finalmente, detecta cambios en los hábitos de viajes reflejados en modificaciones a la hora de desplazamiento (incremento de flujo durante las horas en que no se aplica la restricción).

Así, un análisis de la evidencia disponible en América Latina permite concluir claramente que los beneficios iniciales pretendidos con la política de restricción de circulación permanente según número de placas, se desdibujan en el largo plazo pudiendo incluso empeorar la situación de congestión y contaminación que pretendía solucionar. Además, la evidencia empírica confirma totalmente las hipótesis planteadas en el análisis microeconómico previo.

Tabla 3: Variación de los Flujos al Cambiar la Condición de Restricción Vehicular en Santiago - Fuente: Fresard (1998)

Sector Geográfico	Vehículos-Día Controlados Según Restricción de:			Variación Porcentual (%) al Pasar de:		
	2 Dígitos	4 Dígitos	6 Dígitos	2-4 Dígitos	2-6 Dígitos	4-6 Dígitos
Norte	310.964	312.798	297.879	0,59	-4,21	-4,77
Oriente	1.109.250	1.108.660	1.067.258	-0,05	-3,79	-3,73
Sur	814.989	820.316	759.426	0,65	-6,82	-7,42
Poniente	92.152	93.931	88.952	1,93	-3,47	-5,30
Centro	449.271	447.948	419.062	-0,29	-6,72	-6,45
Eje Norte-Sur	99.459	101.807	97.359	2,36	-2,11	-4,37
Total	2.876.085	2.885.451	2.729.936	0,33	-5,08	-5,39

---

## 4. El Costo Económico del Pico y Placa en Bogotá

---

La aplicación de la restricción vehicular en Bogotá merece especial interés. En 1998, la Alcaldía de la ciudad decidió restringir el uso del automóvil en los periodos de punta (pico), de manera que entre las 7:00 y las 9:00 de la mañana y entre las 17:00 y 19:00 horas en la tarde, los automóviles no podían circular durante dos días a la semana, dependiendo del número de su placa patente. En el año 2004, esta restricción se aumenta al período de 6:00 a 9:00 y 16:00 a 19:00 y la medida, planteada inicialmente como provisional, termina finalmente siendo adoptada como permanente por los subsiguientes alcaldes.

Infortunadamente la Alcaldía no implementó un sistema de seguimiento que permitiera conocer el impacto de esta medida en el tráfico, por ejemplo, no se cuenta con medidas sistemáticas de velocidad antes y después de la medida. Esta falta de información dificulta extraer conclusiones sobre algunos temas esenciales, como el conocimiento exacto de que ocurrió con el 40 % de los desplazamientos que se debían hacer previamente en automóvil, los cambios en la elección de modo, los desplazamientos suprimidos, los cambios en la hora de viaje o las decisiones de compra de otro vehículo.

Suponer una disminución en el número de vehículo-kilómetro (veh-km) igual a la proporción de vehículos que deja de circular (40 %) no parece correcto. Es más, considerando la elasticidad costo de transporte versus veh-km, es probable que algunos usuarios de automóvil no restringidos puedan haber decidido viajar más en el período debido a la disminución temporal de su costo generalizado de viajes.

A partir del conocimiento de algunos parámetros de la situación actual (con restricción de la circulación), en especial referentes a la velocidad y al uso de las vías (veh-km), Bocarejo [?] realizó un análisis económico del impacto económico de la política, calculando el costo generalizado medio de los usuarios de automóvil y su costo social en situaciones con y sin restricción, y evaluó el cambio en el excedente de los consumidores. Para su análisis, consideró una elasticidad de la demanda al costo generalizado de  $-0,83$ . En la Figura 5, la curva D1 muestra la demanda sin restricción, en tanto que D2 es la demanda con restricción. A su vez, la curva C<sub>Ma</sub> es la curva de costos marginales. En la situación con restricción el excedente de los consumidores se obtiene al calcular el área del triángulo IHA que, a su vez, el excedente sin restricción se obtiene al calcular el área GKB.

Puede notarse que el excedente del consumidor es superior en el caso sin

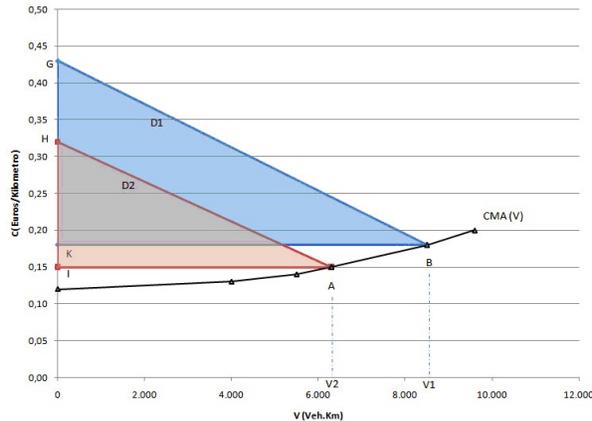


Figura 5: Pérdida de Excedente del Consumidor Debido a Restricción en Período Punta, Bogotá - Fuente: [?]

restricción. En efecto, sin la restricción el excedente es cercano a un millón de euros por día en el período punta, en tanto que con restricción el excedente del consumidor es de 0,6 millones de euros, resultando en una pérdida social neta de aproximadamente 0,4 millones de euros por día. Los resultados de este análisis implican que la pérdida de utilidad en los consumidores (usuarios) generada por la restricción de circulación durante los períodos de punta en Bogotá sería del orden de 118 millones de euros por año. Si bien las elasticidades y valores del tiempo considerados pueden ser mejorados en un estudio de mayor precisión, este resultado muestra, al menos, el potencial deterioro que una política de esta naturaleza puede producir a la sociedad.

Es triste hacer notar que en el año 2009 se aumentó la restricción a todo el día, lo cual sin duda empeora esta situación ya que la posibilidad de desplazar viajes y reacomodar horarios para un uso menos impactante se pierde, agravándose entonces el impacto a los usuarios del automóvil.

---

## 5. Conclusiones

---

Se ha realizado un análisis, desde una perspectiva económica simplificada y utilizando gran cantidad de evidencia empírica, de una política común a varias ciudades latinoamericanas consistente en prohibir la circulación de una proporción de los vehículos privados según el número de su placa patente. Esta medida ha sido concebida como una forma de reducir dos de las externalidades más relevantes asociadas a la movilidad urbana: la congestión y la contaminación

atmosférica.

La evidencia empírica demuestra que la medida implica una reducción en el beneficio social, y que sus efectos - aparentemente positivos en el corto plazo (disminución de costos de viaje y mejoras en la calidad del aire) - desaparecen en el mediano a largo plazo, e incluso pueden empeorar. Ello ocurre principalmente porque la mayor disposición a pagar de los usuarios a quienes se prohíbe circular, se traduce en la adquisición de vehículos, nuevos o usados (en este último caso trasladados normalmente desde otras localidades), aumentando el parque automotor. Es así como al poco tiempo los problemas de congestión se hacen más graves que en la situación inicial y los de contaminación aun peor, ya que parte importante de los vehículos incorporados de esta forma al sistema son más antiguos y contaminantes, y se mantienen en peores condiciones. Por otra parte, la evidencia también muestra que existe un incremento importante de los viajes en fines de semana y en las horas sin restricción.

La justificación de la medida de restringir el uso del automóvil según el número de placa, ha consistido en plantear la existencia de un beneficio general, a la sociedad, por encima de un beneficio particular. Sin embargo, en este trabajo se muestra que, en realidad, el sistema produce una pérdida neta para la sociedad. Más grave aún, la tendencia de los planificadores locales de transporte, y políticos, al evidenciarse que la medida no entrega los resultados esperados, ha consistido en ahondarla mediante un aumento en la proporción de vehículos sobre los que pesa la prohibición y/o la extensión de los horarios. Nuestro análisis demuestra que, en el largo plazo, no sólo la medida pierde nuevamente su eficiencia sino que exacerba los resultados negativos no considerados inicialmente.

Las externalidades negativas asociadas al transporte en las urbes latinoamericanas se han hecho cada vez más críticas, por lo cual es necesario ser definitivamente más audaces en las políticas a implantar. Como ya se ha logrado mejorar el transporte público en muchas de nuestras grandes ciudades, y también importantes avances en políticas de ordenamiento urbano y control del espacio público, no existen realmente excusas para archivar definitivamente esta política nefasta y avanzar hacia la necesaria implementación de una política de tarificación por congestión que tan buenos resultados ha dado donde ha sido aplicada.

**Agradecimientos:** Agradecemos el apoyo de Colciencias (Contrato 755 de 2011) y del Instituto Milenio en Sistemas Complejos de Ingeniería (ICM: P-05-004-F; CONICYT: FBO16). Los excelentes comentarios de un árbitro nos ayudaron a mejorar la versión inicial del trabajo.

## Referencias

- [1] R. Bascuñan. Preferencias declaradas en el análisis de la aceptabilidad de la tarificación vial para la ciudad de santiago. *Tesis de Magister, Departamento de Ingeniería de Transporte y Logística, Pontificia Universidad Católica de Chile*, 2008.
- [2] J.P. Bocarejo. Evaluation de l'impact économique des politiques liées à la mobilité: les cas de paris, londres, bogotá, et santiago. *Tesis de Doctorado Universidad París Este.*, 2008.
- [3] M. Breithaupt and K Fjellstrom. Regional workshop on transport planning, demand management and air quality, manila, filipinas. In *Demand management: towards an integrated approach*, pages 26–27, Febrero 2002.
- [4] A. Bull. Congestión de tránsito: el problema y cómo enfrentarlo. *Comisión Económica para América Latina y el Caribe (CEPAL) y Deutsche Gesellschaft für Technische Zusammenarbeit (GTZ) GMBH, Naciones Unidas, Santiago.*, 2003.
- [5] L.W. Davis. The effect of driving restrictions on air quality in mexico city. *Journal of Political Economy*, 16:38–81, 2008.
- [6] Alcaldía de Quito. Municipio pidió a instituciones públicas acoger medida de restricción vehicular. *Disponible en <http://www.quito.gov.ec/>*, 2010.
- [7] R. Fernández and E. Valenzuela. Gestión ambiental de tránsito: cómo la ingeniería de transporte puede contribuir a la mejoría del ambiente urbano. *Eure*, 89:97–107, 2009.
- [8] F. Fresard. Actas x congreso panamericano de ingeniería de tránsito y transporte, santander, españa. In *Efecto real de la restricción vehicular en Santiago de Chile.*, Septiembre 21 a 24 1998.
- [9] T.D. Hau. Congestion charging mechanisms for roads: an evaluation of current practice. *Working Paper, Transport Division, Infrastructure and Urban Development Department, World Bank, Washington, D.C.*, 1993.
- [10] D.A. Hensher and M.C.J. Bliemer. What type of road pricing scheme might appeal to politicians? gaining the citizen vote by staging reform. *Working Paper, Institute of Transport and Logistics Studies, University of Sydney.*, 2012.
- [11] J J Posada J.J., V Farbiarz, and C González. Xv congreso latinoamericano de transporte público y urbano, buenos aires, argentina. In *Medidas para*

*la restricción a la circulación vehicular en Medellín: causas y efectos.*,  
Marzo 31- Abril 3 2009.

- [12] R. Lindsey and E Verhoef. *Traffic congestion and congestion pricing.* Handbook of Transport Systems and Traffic Control, Pergamon, Oxford., 2001.
- [13] A. Mahendra. Vehicle restrictions in four latin american cities: is congestion pricing possible? *Transport Reviews*, 28:105–110, 2008.
- [14] J. de D. Ortúzar. Tarificación por congestión y medio ambiente en santiago: viabilidad técnica y política. *Documento de Trabajo, Departamento de Ingeniería de Transporte y Logística, Pontificia Universidad Católica de Chile.*, 2003.
- [15] J. de D. Ortúzar and L.G. Willumsen. *Modelling Transport.* 4ta edición, 2011.
- [16] J.M Thomson. Reflections on the economics of traffic congestion. *Journal of Transport Economics and Policy*, 32:93–112, 1998.
- [17] J.M. Viegas. Making urban road pricing acceptable and effective: searching for quality and equity in urban mobility. *Transport Policy*, 8:289–294, 2001.

---

# MODELOS DE PROGRAMACIÓN MATEMÁTICA PARA ASIGNACIÓN DE PABELLONES QUIRÚRGICOS EN HOSPITALES PÚBLICOS

---

PATRCIO WOLFF <sup>\*</sup>  
GUILLERMO DURÁN <sup>\*\*</sup>  
PABLO REY <sup>\*\*\*</sup>

## Resumen

Actualmente, el sistema de salud chileno no responde satisfactoriamente la demanda de atenciones quirúrgicas electivas. Esto origina largos tiempos de espera para los pacientes. La programación de intervenciones quirúrgicas en un centro médico impacta directamente sobre el número de pacientes tratados. En este contexto, la programación de pabellones debe contemplar, aparte del problema de agendamiento, la determinación del grupo de pacientes que debe ser intervenido en función de sus prioridades relativas. En este trabajo se desarrollaron y compararon cuatro modelos de optimización que permiten la programación de pabellones durante intervalos de tiempo específicos, respetando las prioridades de los pacientes. Los modelos desarrollados se estudiaron bajo distintos escenarios, basados en información real de hospitales públicos. Las pruebas realizadas muestran que la elección del modelo depende de las características de los escenarios. En escenarios reales, es posible obtener mejoras de entre un 10% y un 15% del tiempo total de utilización comparado con los métodos manuales utilizados actualmente.

**PALABRAS CLAVE:** Pabellones Quirúrgicos, Programación Entera, Backtracking.

---

<sup>\*</sup>Departamento de Ingeniería Industrial, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas. Universidad de Chile, Santiago, Chile.

<sup>\*\*</sup>Instituto de Cálculo y Departamento de Matemática, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires, Argentina. CONICET, Argentina. Departamento de Ingeniería Industrial, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas.

<sup>\*\*\*</sup>Escuela de Ingeniería Industrial, Facultad de Ingeniería, Universidad Diego Portales, Santiago, Chile.

---

## 1. Introducción

---

El pabellón quirúrgico es un recinto especialmente diseñado y equipado para realizar actividades anestésicas o quirúrgicas. La programación de las actividades quirúrgicas en un centro médico es un proceso muy complejo [13]. La programación de las actividades y la disponibilidad de recursos impactan directamente en el número de pacientes tratados, los tiempos de espera y el nivel de rendimiento del sistema [11]. Como el sistema de salud pública chileno no es capaz de responder a la demanda total de atenciones quirúrgicas electivas (intervenciones no urgentes), existen listas de espera de pacientes. Determinar qué grupo de pacientes debe ser intervenido depende de la disponibilidad de recursos, de los tiempos de espera y de criterios biomédicos. Las complicaciones de la asignación surgen del gran número de consideraciones que se deben tener cuando se realiza la programación [2, 7]. Algunas de las variables involucradas son: la gran variedad de operaciones quirúrgicas, los tiempos de operación, las prioridades relativas de los pacientes, la capacidad del centro médico, la permanencia de los pacientes en hospitalización, los horarios médicos y la edad de los pacientes [5].

En la literatura, es posible encontrar un gran número de desarrollos que presentan modelos de gestión de pabellones y optimización de recursos de pabellón [3, 16]. Estos se refieren principalmente a la forma en la cual se asignan los recursos del hospital. La asignación de recursos puede ser realizada en diferentes niveles de decisión. En algunos estudios [2, 12] se toma la decisión sobre la intervención asociada a cada paciente y se asigna fecha, hora y pabellón. Estos estudios asumen una asignación histórica de especialidades a bloques horarios y pabellones.

El objetivo principal de este trabajo es desarrollar y proponer modelos que permitan programar pabellones quirúrgicos en un hospital público. Esta programación debe contemplar una serie de consideraciones relativas a los pacientes que esperan ser atendidos y a las características propias del hospital. A esta programación se le denomina tabla quirúrgica y contiene la planificación de los recursos y el orden de intervención de los pacientes en un tiempo determinado.

Mediante los modelos presentados se pretende obtener una optimización en el uso del recurso pabellón, pero respetando las prioridades relativas de los pacientes que son seleccionados para ser atendidos. Por otro lado, la utilización de una sistematización asociada a la priorización y calendarización de intervenciones quirúrgicas presenta una oportunidad para lograr una mayor

transparencia y mejorar la equidad en la asignación de los recursos [13].

### 1.1. Consideraciones Particulares del Problema

Los hospitales en Chile pertenecen a diferentes servicios de salud que componen la red asistencial pública. Los hospitales se clasifican en base a las complejidades de las atenciones que realizan. Los hospitales de alta y mediana complejidad poseen pabellones quirúrgicos que atienden cirugías de urgencia y electivas. En general, los hospitales están divididos por especialidades médicas, que realizan sus intervenciones en los pabellones de cirugía electiva y en horarios previamente establecidos para ellas. Esta asignación está basada en factores históricos y en la disponibilidad de personal. En los hospitales estudiados un pabellón disponible para una especialidad contempla: el espacio físico, los insumos, los anestesiistas, el equipamiento y el equipo médico (enfermera arsenalera y pabellonera). La programación por especialidad debe especificar: los pacientes que deben ser atendidos en los bloques horarios asignados, el orden de intervención, los médicos cirujanos y el pabellón (en caso de existir más de uno disponible simultáneamente). A continuación se presentan las consideraciones del problema que fueron contempladas en este trabajo:

1. Un paciente no puede ser operado dos veces en un mismo periodo de programación. Ésta es una limitación del modelo, pero que es consistente con lo que ocurre en los hospitales estudiados.
2. Los pacientes pueden no estar disponibles para ser operados en algún día específico. Es decir, los pacientes no necesariamente pueden ser operados cuando las condiciones por parte del hospital están dadas.
3. Se cuenta con una lista priorizada de pacientes/diagnósticos que serán operados por especialidad. Esta prioridad está definida como se describe en la sección 1.2.
4. Se respeta una prioridad relativa de los pacientes que considera factores médicos y de tiempo de espera. Sin embargo, podrían no incluirse en la programación pacientes que debido a sus características, no puedan ser asignados en el período de programación.
5. El período de programación considerado es de una semana laboral (cinco días hábiles)
6. Los pacientes con prioridad más alta se asignan preferentemente al principio del período de programación.

7. Se consideran pacientes “especiales”. Esta condición es determinada en caso que el paciente tenga otra complicación (ej.: alergia al látex, menor de un año) que requiera que sólo se pueda programar su intervención quirúrgica a primera hora del día.
8. El Hospital cuenta con información detallada de la disponibilidad horaria de su personal.
9. Se debe intentar repartir de forma equitativa la carga de trabajo de los médicos cada semana. Esta repartición se debe hacer proporcional a un porcentaje de horas definidas por el hospital.
10. Los médicos son especialistas en operar algunas intervenciones.
11. Los horarios de atención son de lunes a viernes de 8:00 a 13:00 hrs. en la jornada de la mañana y de 14:00 a 17:00 hrs. en la jornada de la tarde.
12. Cada especialidad médica administra sus pacientes de manera independiente, por lo que existen tantas listas de espera como número de especialidades.
13. En una misma jornada, cada especialidad médica, tiene asignado uno, más de uno o ningún pabellón para programar sus intervenciones.
14. La programación de los pabellones es generada por especialidad, utilizando los pabellones y jornadas previamente asignados para ésta.
15. En los hospitales estudiados, ninguna especialidad tuvo, en el intervalo de estudio, más de dos pabellones asignados simultáneamente.
16. Los pabellones quirúrgicos son diferentes entre sí y están especializados en algunas clases de intervenciones.
17. Las intervenciones quirúrgicas requieren de dos médicos. En el caso de ser especificado un médico para un paciente, se deben buscar turnos en los cuales el médico especificado está acompañado por un segundo médico.
18. Se permiten sobrepasos (tiempo extra de la jornada regular) en los horarios determinados por el hospital, para la programación de pabellones quirúrgicos. Estos sobrepasos permiten mejorar la eficiencia, pero requieren de un compromiso por parte del hospital que garantice cubrir los costos extras de esta consideración.

## 1.2. Priorización de Pacientes

La priorización de pacientes en lista de espera quirúrgica electiva ha sido ampliamente estudiada [4, 6, 8, 9, 10, 14, 15]. En [10] se destaca la importancia de la priorización basándose en los efectos de ésta en la disminución de las consecuencias de una espera muy prolongada en determinadas cirugías.

En [4] se considera la prioridad de los pacientes en una asignación centrada en la comparativa de los costos de postergar una intervención en función de los costos de realizarla. Desde el punto de vista de la programación de pabellones es fundamental contar con una lógica de priorización que permita obtener la posición relativa de pacientes en la lista de espera y que se adecue al sistema de salud chileno y a la información del paciente que este maneja. Este trabajo utiliza lo presentado en [14], donde se muestra la ventaja de utilizar el cálculo del NAWD (*Need Adjusted Waiting Day*) o Tiempo de espera necesario ajustado. Para realizar esta priorización de pacientes, se debe contar con la categoría biomédica de cada paciente (que se determina en base al tiempo de espera máximo determinado para cada intervención). Por otro lado, es importante saber la cantidad de días de espera desde el diagnóstico de la cirugía hasta el momento de la programación. Para poder priorizar los pacientes se calcula para cada uno el NAWD, determinado por la siguiente fórmula:

$$NAWD_i = Pond_i \cdot te_i, Pond_i \in \{1, 2, 4, 12, 48\} \quad (1)$$

donde  $te_i$  representa el tiempo de espera del paciente  $i$  en días y  $Pond_i$  representa un factor relacionado con la categoría del paciente. Mientras más urgente el diagnóstico del paciente, mayor debería ser el  $Pond_i$ . Una vez que se calculan los  $NAWD$  para cada paciente se pueden ordenar y este orden decreciente por  $NAWD$  es el considerado como la lista priorizada.

---

## 2. Métodos Desarrollados

---

Una consideración importante de los métodos desarrollados es que el problema principal se dividió en 3 subproblemas. El primero, pretende solucionar qué día se opera cada paciente. El segundo subproblema, corresponde a asignar los médicos a las intervenciones de manera más equitativa. El tercer problema, soluciona en qué orden se debe operar dentro del día, dado los pacientes que fueron asignados para cada día.

La división del primer subproblema con el segundo se basa en el hecho que la repartición de la carga de médicos es un objetivo secundario en el problema de programación de pabellones de los hospitales estudiados. La idea es no

considerar a priori el objetivo de la repartición de la carga de médicos en la asignación y una vez que se encuentre la solución óptima para el primer subproblema, tratar de mejorar el resultado del segundo subproblema con un algoritmo que ayude a mejorar la asignación, respetando todas las restricciones consideradas a priori.

La repartición de carga de médicos (que determina qué equipo médico que opera en cada intervención) se realiza en función de un porcentaje definido por el hospital. En algunos casos, este porcentaje depende de la cantidad de horas contratadas de cada médico.

La solución del primer subproblema sólo busca alternativas factibles en lo que se refiere a la carga de los médicos. Este subproblema permite repartir de una manera más equitativa la carga entre médicos que poseen distintos niveles esperados de ocupación. Este subproblema persigue un objetivo, que desde el punto de vista médico, es menos importante que los objetivos que persiguen los otros subproblemas. En este sentido, se puede utilizar un algoritmo que mejore la solución, pero no necesariamente busque la solución óptima.

La separación del tercer subproblema se plantea debido a que el orden no altera la utilización del pabellón al momento de asignar los pacientes. La repartición óptima de médicos que determina qué médico opera en cada intervención y el ordenamiento de los pacientes al interior de cada jornada no será abordada en esta investigación, ya que no corresponden a un problema significativo desde el punto de vista de su complejidad.

Esta consideración se plantea debido principalmente a que el orden de los pacientes dentro del día no altera la utilización del pabellón. La determinación del orden (que determina la hora específica de intervención) se realizará luego que cada paciente es asignado a una jornada. En este caso se ordenan los distintos pacientes en la misma jornada considerando:

- Si existe paciente especial, éste se ubica a primera hora.
- Luego, se ordenan los pacientes por edad.

Este ordenamiento no requiere de un modelo de optimización matemático debido a las características de las restricciones asociadas a este subproblema.

Los métodos desarrollados y que fueron comparados, determinan a qué pacientes de una lista priorizada y en qué momento se debe operar para mejorar la utilización de los pabellones del hospital. Se plantearon para la resolución del primer subproblema un modelo de programación lineal entera, el que contempla una variante, un algoritmo basado en un modelo de factibilidad y un algoritmo de tipo Backtracking. En las siguientes secciones se describen dichos modelos.

## 2.1. Modelo de Programación Lineal Entera

Se presentan a continuación los índices, parámetros, variables, restricciones y función objetivo del modelo de programación lineal entera.

### 2.1.1. Índices y Parámetros

A continuación se muestran las definiciones de los índices que son utilizados para el modelo:

- *doc1*: médicos principales
- *doc2*: médicos secundarios
- *i*: día
- *p*: Paciente
- *pab*: Pabellones
- *OP*: Operación

Los parámetros de entrada del modelo de programación lineal entera son los que se muestran a continuación:

- *Dur<sub>i</sub>*: Duración del día *i* expresado en minutos
- *ST<sub>i</sub>*: Sobrepaso horario máximo del día *i* expresado en minutos
- *Ope<sub>p</sub>*: Intervención quirúrgica que se debe realizar al paciente *p*
- *Dura<sub>p</sub>*: Duración de la intervención que se le debe realizar al paciente *p*  
Esta duración considera el tiempo quirúrgico y los tiempos de preparación y limpieza.
- *Pri<sub>p</sub>*: Prioridad del Paciente *p*

La regla lexicográfica: “Es mejor operar a un paciente prioritario, que todo el resto de pacientes menos prioritarios que éste” permite establecer los valores de *Pri<sub>p</sub>*. Si se utilizan valores enteros, no es difícil notar que aparecen términos que crecen de manera exponencial a medida que aumenta la prioridad. Es decir, si *N* es el número de pacientes, para el paciente *j* de la lista priorizada de pacientes se tiene:

$$Pri_j = 2^{N-j} \quad (2)$$

- $MN_i = \begin{cases} 1, & \text{si el día } i \text{ se puede asignar un paciente especial} \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$
- $ESP_p = \begin{cases} 1, & \text{si el paciente } p \text{ es especial} \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$
- $Coin_{doc1,doc2} = \begin{cases} 1, & \text{si } doc1 = doc2 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$
- $f1_p^{doc1} = \begin{cases} 1, & \text{si el médico } doc1 \text{ puede realizar la intervención} \\ & \text{del paciente } p \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$
- En los hospitales estudiados, no todos los pabellones eran iguales entre ellos. Existían algunos con algunas características especiales que permitían poder realizar determinados tipos de intervenciones.
- $f_p^{pab} = \begin{cases} 1, & \text{si en el pabellón } pab \text{ se puede realizar la intervención} \\ & \text{del paciente } p \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$
- $DOCT_p^{doc1} = \begin{cases} 1, & \text{si el médico } doc1 \text{ debe realizar la intervención} \\ & \text{del paciente } p \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$
- $Asig_p^{doc1} = \begin{cases} 1, & \text{si el paciente } p \text{ tiene el médico asignado} \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$
- $d1_i^{doc1} = \begin{cases} 1, & \text{si el médico } doc1 \text{ trabaja el día } i \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$
- $d2_i^{doc2} = \begin{cases} 1, & \text{si el médico } doc2 \text{ trabaja el día } i \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$
- $cor_i^{pab} = \begin{cases} 1, & \text{si el pabellón } pab \text{ corresponde al día } i \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$
- $disp_i^p = \begin{cases} 1, & \text{si el paciente } p \text{ está disponible el día } i \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$

### 2.1.2. Variables

La variable de decisión del modelo es la siguiente:

$$t_i^{p,doc1,doc2,pab} = \begin{cases} 1, & \text{si el paciente } p \text{ se atiende con los médicos } doc1 \text{ y } doc2 \\ & \text{en el pabellón } pab \text{ el día } i \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

La variable que indica si un sobrepaso horario es o no utilizado:

$$x_i = \begin{cases} 1, & \text{si se utiliza el sobrepaso horario el día } i \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

### 2.1.3. Restricciones

A continuación se presentan las restricciones del modelo de programación lineal entera:

1. No se pueden programar intervenciones en pabellones y días en los que no es factible realizar intervenciones. El número  $M_1$  debe ser mayor o igual que el máximo de intervenciones que es factible realizar en una jornada de trabajo.

$$\sum_{p,doc1,doc2} t_i^{p,doc1,doc2,pab} \leq M_1 \cdot cor_i^{pab}, \forall pab, i \quad (3)$$

2. No se pueden programar intervenciones cuando no hay médicos que puedan realizar dichas intervenciones. El número  $M_2$  debe ser mayor que el máximo de intervenciones que puede realizar un médico en una jornada de trabajo.

$$\sum_{p,doc2,pab} t_i^{p,doc1,doc2,pab} \leq M_2 \cdot d1_i^{doc1}, \forall doc1, i \quad (4)$$

$$\sum_{p,doc1,pab} t_i^{p,doc1,doc2,pab} \leq M_2 \cdot d2_i^{doc2}, \forall doc2, i \quad (5)$$

3. Se debe evitar que el mismo médico sea asignado como médico principal y secundario en la misma intervención.

$$\sum_{pab,i} Coin_{doc1,doc2} \cdot t_i^{p,doc1,doc2,pab} \leq 0, \forall p, doc1, doc2 \quad (6)$$

4. Se debe evitar que se programen intervenciones cuando los pacientes no están disponibles.

$$\sum_{doc1, doc2, pab} t_i^{p, doc1, doc2, pab} \leq disp_i^p, \forall i, p \quad (7)$$

5. Cada paciente no puede ser operado más de una vez en el horizonte de tiempo considerado.

$$\sum_{i, doc1, doc2, pab} t_i^{p, doc1, doc2, pab} \leq 1, \forall p \quad (8)$$

6. Si existe médico asignado, sólo él debe realizar la intervención. Si no existe, entonces el médico debe saber realizar la intervención. Aquí,  $Asig_p$  es el parámetro que indica si el paciente tiene asignado o no al médico primario que debe realizar la intervención.

$$\sum_{i, doc2, pab} t_i^{p, doc1, doc2, pab} \leq Asig_p \cdot DOCT_p^{doc1} + (1 - Asig_p) \cdot f1_p^{doc1}, \forall p, doc1 \quad (9)$$

7. La siguiente restricción apunta a que no se programen intervenciones en pabellones en los cuales por las características de los mismos no se puedan realizar las intervenciones específicas de los pacientes.

$$\sum_{i, doc1, doc2} t_i^{p, doc1, doc2, pab} \leq f_p^{pab}, \forall p, pab \quad (10)$$

8. Las siguientes restricciones indican que la programación en cada jornada no debe exceder el tiempo máximo, más un sobrepaso horario permitido,  $ST_i$  y en dicho caso, la variable  $x_i$  tomará el valor 1.

$$\sum_{p, doc1, doc2, pab} Dura_p \cdot t_i^{p, doc1, doc2, pab} \leq Dur_i + ST_i \cdot x_i, \forall i \quad (11)$$

$$\sum_{p, doc1, doc2, pab} Dura_p \cdot t_i^{p, doc1, doc2, pab} \geq Dur_i \cdot x_i, \forall i \quad (12)$$

9. Los pacientes considerados especiales deben ser programados únicamente a primera hora de la mañana. Esta condición hace que sea imposible programar más de un paciente especial en la mañana. El parámetro  $MN_i$  indica si la jornada es de mañana o no y como su valor es 0 ó 1 a lo más se podrá programar sólo un paciente especial (en cuyo caso  $ESP_p$  será 1).

$$\sum_{p, doc1, doc2, pab} ESP_p \cdot t_i^{p, doc1, doc2, pab} \leq MN_i, \forall i \quad (13)$$

10. Naturaleza de las variables.

$$x_i \in \{0, 1\} \forall i$$

$$t_i^{p, doc1, doc2, pab} \in \{0, 1\} \forall p, doc1, doc2, pab, i$$

#### 2.1.4. Función Objetivo

La función objetivo del modelo de programación lineal entera considera 3 criterios diferentes. A continuación se presentan los mismos:

1. **Respeto de la Prioridad:** En la investigación previa al desarrollo de los modelos se intentó llegar a un acuerdo con los médicos sobre los criterios de asignación. De esta investigación aparece la siguiente regla lexicográfica: "Es mejor operar a un paciente urgente, que todo el resto de pacientes menos prioritarios que éste". Esta regla entrega una aproximación a lo deseado por los médicos, en lo que refiere a la asignación de pabellones. La prioridad es incorporada entonces a la decisión de la siguiente forma:

$$\lambda_F \cdot \sum_{i, p, doc1, doc2, pab} Pri_p \cdot t_i^{p, doc1, doc2, pab} \quad (14)$$

donde  $Pri_p$  es un valor que es mayor para los pacientes con prioridades más altas. Esta forma de modelar la prioridad respeta la regla lexicográfica definida por el personal del hospital. Es fácil ver que este valor crece exponencialmente con el número de pacientes si se respeta estrictamente esta consideración.  $\lambda_F$  es un ponderador que permite establecer el peso de este criterio en la función objetivo.

2. **Penalización por Sobrepasos Horarios:** El término  $x_i$  toma el valor 1 si utiliza el sobrepaso horario de la jornada  $i$ . Este término permite incorporar a la función objetivo una penalización por el uso de los sobrepasos horarios en conjunto con un parámetro  $\lambda_H$  (constante para todos los días), que permite modelar el peso relativo de este criterio en la función objetivo. Es decir que en la función objetivo aparece:

$$\lambda_H \cdot \sum_i x_i \tag{15}$$

3. **Pacientes más Urgentes al Principio de la Semana:** La idea detrás de este término es entregar una bonificación por operar primero en el intervalo de programación a un paciente más prioritario. Es decir, en la función objetivo aparece un término como el que se muestra a continuación:

$$\lambda_S \cdot \sum_{i,p,doc1,doc2,pab} \delta_i^p \cdot t_i^{p,doc1,doc2,pab} \tag{16}$$

donde  $\lambda_S$  permite modelar el peso relativo de este criterio en la función objetivo. El valor de  $\delta_i^p$  se determina de la siguiente manera:

$$\delta_i^p = M - (p - 1) - (i - 1) \tag{17}$$

donde  $M$  debe ser mayor que el máximo número de pacientes más el número de jornadas (recordar que los pacientes están ordenados por prioridad decreciente).

Con ésto, la función objetivo del modelo queda de la forma que se muestra a continuación:

$$\begin{aligned} \text{máx} \quad & \lambda_F \cdot \sum_{i,p,doc1,doc2,pab} Pr i_p \cdot t_i^{p,doc1,doc2,pab} - \lambda_H \cdot \sum_i x_i \\ & + \lambda_S \cdot \sum_{i,p,doc1,doc2,pab} \delta_i^p \cdot t_i^{p,doc1,doc2,pab} \end{aligned} \tag{18}$$

En esta fórmula aparece  $\lambda_F$ , este valor por simplicidad del modelo puede ser considerado para todos los casos como 1. En este modelo se utilizaron

valores de  $\lambda_H$  y  $\lambda_S$  elegidos luego de realizar algunas pruebas. Estos valores se eligieron independientes del número de pacientes y sólo dependiente del valor del  $Pri_p$  del paciente más prioritario. Se probaron diferentes valores para  $\lambda_H$  y  $\lambda_S$ , encontrando que los valores que mejor representan la relación entre los criterios son los que se presentan a continuación:

$$\lambda_H = Pri_{\lfloor N/2 \rfloor} \text{ y } \lambda_S = Pri_{\lfloor N/4 \rfloor} \quad (19)$$

donde  $N$  es el número de pacientes de cada escenario. Es posible observar que en esta función objetivo aparecen algunos términos que a simple vista no son comparables. Se probó dejar sólo la consideración de la prioridad en la función objetivo y las otras como restricciones con un parámetro ajustable. Sin embargo, los resultados obtenidos en estas pruebas fueron muy similares a los del modelo aquí planteado. Por otro lado, la forma en la que se construyen  $\lambda_H$  y  $\lambda_S$  permiten hacer más comparables los términos de la función objetivo del modelo planteado.

## 2.2. Variante del Modelo de Programación Lineal Entera

El modelo que se detalla a continuación corresponde a un modelo de programación lineal entera con modificaciones específicamente en lo relacionado con la prioridad. La modificación se basa en calcular nuevos pesos a la asignación de pacientes, en lugar de  $Pri_p$  que mantenga la propiedad de ser mayores para pacientes con mayor prioridad. La justificación de esto es que en la función objetivo del modelo original aparecen términos que crecen de manera exponencial a medida que aumenta la prioridad. Se propone utilizar pesos de la siguiente forma:

$$w_p = \alpha^{CAT_p} \cdot (1/Qp) \quad (20)$$

donde  $CAT_p \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ , y depende del tiempo de espera que lleva el paciente y la categoría, que puede ser A, B, C, D o E decreciendo en orden de importancia, dependiendo del diagnóstico y los agravantes de cada paciente. En la siguiente tabla se muestra cómo se calculan los  $CAT_p$ .

Las categorías médicas mencionadas son definidas por los mismos médicos.

Por su parte,  $\alpha$  es un parámetro que define el grado de exponencialidad que se le quiere dar al parámetro  $CAT_p$ . Tras varias pruebas decidimos trabajar con dos valores de  $\alpha$ ,  $\alpha = 2$  y  $\alpha = 5$ .

Por último,  $Qp \in \{1, 2, \dots, 10\}$  representa una proporción del tiempo quirúrgico demandado para la intervención del paciente  $p$ . Este tiempo es discretizado

	< 1 semana	< 1 mes	< 3 meses	< 6 meses	≥ 6 meses
A	3	4	5	5	5
B	2	3	4	5	5
C	1	2	3	4	5
D	1	1	2	3	4
E	1	1	1	2	3

Tabla 1: Categorías para la Variante del Modelo de Programación Lineal Entera

en enteros del 1 al 10, donde 1 se le asigna a la intervención más larga y 10 a la más corta. La idea de este coeficiente es que ante situaciones de empate producidas por igualdad en el valor de  $\alpha^{CAT_p}$ , se le asigne mayor prioridad a las intervenciones más largas, tal cual fue sugerido por los médicos.

Con esto la función objetivo utilizada en este método queda de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 \text{máx} \quad & \lambda_F \cdot \sum_{i,p,doc1,doc2,pab} w_p \cdot t_i^{p,doc1,doc2,pab} - \lambda_H \cdot \sum_i x_i \\
 & + \lambda_S \cdot \sum_{i,p,doc1,doc2,pab} \delta_i^p \cdot t_i^{p,doc1,doc2,pab}
 \end{aligned} \tag{21}$$

En nuestra implementación se consideró  $\lambda_F = 1$ . Este valor se tomó por simplicidad del modelo. Los valores de  $\lambda_H$  y  $\lambda_S$  elegidos luego de realizar algunas pruebas fueron los siguientes:

$$\lambda_H = \frac{\max(w_p)}{2} \text{ y } \lambda_S = \frac{1}{\lambda_H} \tag{22}$$

### 2.3. Algoritmo Basado en un Modelo de Factibilidad

La idea detrás de este algoritmo es dividir nuevamente el problema en dos partes: la primera, es resolver el problema de quién debe ser operado en la semana considerada; y la segunda, es resolver cuándo (qué día) intervenir a los pacientes que se decidió operar. El método consta de dos partes, éstas son descritas a continuación:

1. **Problema de Asignación:** El problema de “A quién operar” puede ser resuelto por un árbol binario que recorra por paciente (en orden de prioridad) y ejecute un modelo de factibilidad para saber si dicho paciente puede ser asignado o no. Esto significa ejecutar un modelo de factibilidad  $n$  veces. En la figura 1 se muestra como se construye el algoritmo computacional:

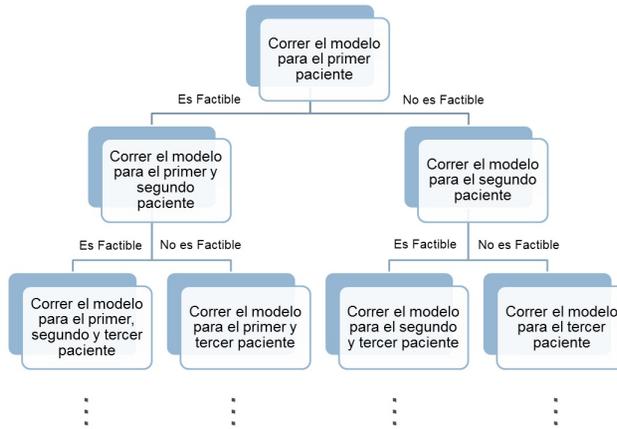


Figura 1: Problema de Asignación

Al final de este algoritmo computacional se tiene la lista de todos los pacientes que es factible asignar, respetando el criterio de prioridad. Como la búsqueda de factibilidad se hace en el mismo orden que el resultado del criterio de prioridad, los pacientes son asignados respetando la prioridad de manera estricta. Es decir, un paciente asignado no entra en conflicto con un paciente de mayor prioridad, ya que si el paciente de mayor prioridad no fue asignado antes, es porque no es factible de ser asignado y no porque el método elija a otro de menor prioridad.

2. **Problema de Calendarización:** El problema de la calendarización puede ser resuelto después de resolver el problema de asignación, con un modelo de programación lineal entera que ya no considera la prioridad. Como los pacientes son establecidos en el punto anterior en este punto se debe considerar sólo a los pacientes que fueron asignados. En este caso la función objetivo queda de la siguiente forma:

$$\text{máx} \quad -\lambda_H \cdot \sum_i x_i + \lambda_S \cdot \sum_{i, doc1, doc2, pab, p \in A} \delta_i^p \cdot t_i^{p, doc1, doc2, pab} \quad (23)$$

donde  $A$  es el conjunto de los pacientes asignados mediante el algoritmo de factibilidad. Por simplicidad se utilizó el valor de  $\lambda_S$  igual a uno. Luego, el valor de  $\lambda_H$  se eligió de tal forma que fuera igual al mayor valor que puede tomar el otro término de la función objetivo. El de valor ocupado se muestran a continuación:

$$\lambda_H = \sum_{i,p \in A} \delta_i^p \tag{24}$$

este valor depende de  $N$  (el número de pacientes) y de las jornadas utilizadas en cada escenario.

## 2.4. Algoritmo del Tipo Backtracking

Otra perspectiva es desarrollar un algoritmo que encuentre soluciones factibles, dependiendo de las reglas de asignación definidas por el hospital. Una vez obtenidas estas soluciones se puede evaluar cuál de ellas es la más conveniente. La idea se basa en un algoritmo de tipo Backtracking, incluyendo algunas modificaciones para poder resolver este problema particular. A continuación se muestran los pasos:

1. **Creación de asignaciones factibles:** Esta etapa consiste en generar listas de jornadas en las cuales se puede operar un paciente. En este punto se consideran la duración de la operación (que no sobrepase el largo de la jornada), la disponibilidad del médico que puede realizar esa operación y si la operación es “especial” (éstas no pueden ser operadas en la tarde).
2. **Creación de combinación de asignaciones factibles:** Es un método que permite construir combinaciones factibles, entre asignaciones factibles determinadas en la parte anterior. En este punto se considera la factibilidad de cada paciente agregado, que no pueden existir más de dos operaciones especiales en una jornada y que el total de duraciones no exceda la duración de la jornada acumulada para cada combinación.

La técnica de este método es generar arreglos que contengan la información de las asignaciones factibles de los pacientes asignados. Cada vez que se genera un arreglo (o combinación de asignaciones factibles) se ingresa a una pila (o stack) de dos entradas. Cuando se recorren todas las asignaciones factibles de cada paciente, se extrae un elemento de la pila y se comprueba la factibilidad de agregar asignaciones factibles del paciente siguiente al arreglo extraído. Si la combinación es factible, esa asignación se agrega al arreglo y el arreglo ingresa nuevamente a la pila. Si no es factible se prueba con otra asignación del paciente siguiente. Como consecuencia de la aplicación del método, la pila tendrá al final del proceso combinaciones de pacientes asignados a jornadas con el máximo de pacientes factibles y respetando la prioridad de éstos.

3. **Salto de paciente:** Cuando las asignaciones factibles de un paciente no pueden ser asignados a ninguna combinación este paciente no es agregado y se continúa con el paciente que tenga la prioridad más cercana a dicho paciente. Para lograr esto se definen 2 pilas donde la segunda pila almacena todas las combinaciones que no pudieron ser agregadas a la pila principal. En el caso que ninguna combinación pudo ser vuelta a agregar a la pila principal (es decir, un paciente no puede ser asignado a ninguna combinación), entonces se continúa con el paciente siguiente y la pila principal pasa a ser la secundaria.
4. **Evaluación de soluciones factibles:** El resultado de la etapa anterior puede entregar más de una solución factible. En esta etapa se evalúan las soluciones, considerando que mientras menor sea la edad del paciente se incrementa la prioridad por operarlos en la mañana y que las operaciones más urgentes se intentan operar en los primeros días de la semana. Como resultado de esta etapa se obtiene una única solución factible, que es mejor que las otras combinaciones.

---

### 3. Resultados

---

En este capítulo se presenta un resumen de los resultados obtenidos en la comparativa de modelos y una comparación con una situación real. El desempeño de cada modelo puede ser evaluado en distintos escenarios según la calidad de la solución entregada. Los indicadores de la calidad definidas para los modelos son:

1. **Tiempo de Ejecución:** Una implementación rutinaria de un sistema que incluya un modelo de programación de pabellones como el que se desarrolló en este proyecto debe poder resolver el problema en menos de un tiempo límite. Si se considera que la ejecución del modelo ocurrirá en una reunión de médicos cirujanos, ésta no podría tardar más de 10 ó 15 minutos.
2. **Porcentaje de Utilización de Pabellón:** Según el Ministerio de Salud de Chile el porcentaje de utilización proviene de:

$$\text{Porcentaje de Utilización} = \frac{h_O + h_P}{h_D} \quad (25)$$

donde  $h_O$  son las Horas Mensuales Ocupadas Totales,  $h_P$  las Horas Mensuales de Preparación y  $h_D$  representa el Total de Horas Mensuales Disponibles.

3. **Respeto de la Prioridad:** Al existir una prioridad específica para cada paciente en la lista de espera, establecida previamente a la ejecución del modelo o el algoritmo, se debe respetar esta lista en la asignación. Para poder comparar estos resultados se puede obtener el logaritmo de la suma de los  $Pri_p$  de los pacientes asignados, de la siguiente forma:

$$\log_{10} \sum_{p \in A} Pri_p \cdot t_p \quad (26)$$

donde  $A$  es el conjunto de pacientes asignados por el modelo. Este valor representa la calidad de la solución en función de la solución que se obtiene de todos los modelos y permite comparar los resultados de los modelos en un mismo escenario.

### 3.1. Escenarios de Comparación y Valores que Definen los Escenarios de Estudio

Las características de las especialidades y las listas de espera de éstas pueden variar dependiendo del hospital. Los modelos desarrollados están pensados para poder operar frente a diferentes escenarios y basados en la información real de los hospitales. A continuación, se presenta una clasificación de 4 variaciones que fueron consideradas y los valores utilizados en cada una, para evaluar los resultados entregados por cada modelo en diferentes escenarios.

1. **Número de pacientes:** Corresponde al número de pacientes en la lista de espera quirúrgica de determinada especialidad que se pretende programar. En una semana, una especialidad con 10 jornadas disponibles opera cerca de 25 pacientes. Para que el modelo pueda manejar distintas alternativas de asignación se deben incluir al menos el doble de pacientes. Para evaluar el desempeño de los modelos se consideraron 50, 100 y 200 pacientes.
2. **Tiempos de duración de intervenciones en función del tiempo de duración de la jornada:** Algunas especialidades médicas se caracterizan por tener duraciones de intervenciones más largas que otras. Para el caso de la duración de las operaciones, se utilizó información histórica

del hospital. Se estudiaron 4 situaciones donde el promedio de las duraciones de las intervenciones con respecto a la duración de las jornadas fue 12,5 %, 25 %, 37,5 % y 50 %.

### 3. Número de jornadas en las que se pueden programar pacientes:

El número de jornadas en las que se pueden programar pacientes depende en algunos casos de la preasignación de horas de pabellón a las especialidades médicas y en otros casos de los recursos con que ésta cuente. Sobre el número de jornadas que se opera, las especialidades del hospital con el cual se trabajó poseían 10 jornadas disponibles en la semana (2 jornadas por día, durante 5 días), en las cuales operaban considerando 2 pabellones.

### 4. Número de jornadas y/o pabellones disponibles por paciente:

Un paciente puede ser programado a priori en más de una jornada y/o pabellón (para que el problema tenga sentido). Para estimar el número de jornadas factibles a priori por paciente por semana, se consideraron casos reales y se trabajó con 3 valores diferentes para este parámetro: 2,5; 3,5 y 4,5 jornadas por semana.

De este modo, se consideraron 36 escenarios diferentes, que se constituyen al considerar 3 números de pacientes, 4 duraciones promedio de las intervenciones, 1 número de jornadas semanales y 3 números de jornadas disponibles por paciente por semana.

## 3.2. Resultados Obtenidos

Para todos los efectos comparativos, los modelos fueron ejecutados en el mismo computador, el cual contó con un procesador AMD Phenom II X4 965 de 3,4GHz y 8 GB de memoria RAM. El algoritmo de Backtracking fue programado en Java utilizando la herramienta NetBeans 6.9.1, para la ejecución del programa se le asignó una memoria disponible máxima 6,5 GB. Los otros métodos se modelaron en GAMS 23.5 y se resolvieron con CPLEX versión 12.2.

### 3.2.1. Tiempos de Ejecución

En la tabla 2 se muestra un resumen de los tiempos de ejecución promedio en los escenarios estudiados, donde AB corresponde al algoritmo del tipo Backtracking, MPLE es el modelo de programación lineal entera, VMPLE es la variante del modelo de programación lineal entera y ABMF corresponde al algoritmo basado en un modelo de factibilidad

N de pacientes	MPLE	VMPLE	ABMF	AB
50	0:07	0:08	6:01	0:04
100	0:15	0:15	23:31	0:04
200	0:28	0:29	97:18	0:07

Tabla 2: Resumen de Tiempos de Ejecución Promedio (en minutos) por Modelo y Número de Pacientes

Cabe notar que el promedio de tiempo corresponde a los casos efectivamente resueltos, un 100 % en todos los casos excepto en el algoritmo de Backtracking, que fue un 60 % del total (en el 40 % restante Java detuvo la ejecución del algoritmo indicando problemas de asignación de memoria RAM).

Los resultados obtenidos en cuanto a tiempos de ejecución son bastante similares entre los modelos de programación lineal entera y su variante. Es posible ver, en ambos casos, que dependen del número de pacientes. El algoritmo del tipo Backtracking entregó en general muy buenos resultados desde el punto de vista del tiempo de ejecución, independiente del número de pacientes, en todos los casos en los que pudo encontrar una solución.

El algoritmo basado en un modelo de factibilidad en todos los escenarios estudiados tardó significativamente más tiempo en entregar la solución. No obstante, este algoritmo por construcción, entrega la mejor solución desde el punto de vista del número y prioridad de los pacientes asignados. El algoritmo del tipo Backtracking entregó el mismo resultado que el algoritmo basado en un modelo de factibilidad. Sin embargo, como ya fue comentado el algoritmo del tipo Backtracking no en todos los escenarios logró completar la ejecución. Específicamente, el algoritmo del tipo Backtracking falló en escenarios con duraciones de intervenciones mucho menores que la duración de las jornadas o cuando el número de jornadas factibles por paciente era cercano al número de jornadas por semana.

### 3.2.2. Utilización de Pabellón

Los escenarios estudiados muestran que cuando las duraciones de las intervenciones son muy cortas en comparación a las duraciones de la jornadas (12,5%) y son pocos los pacientes que se desean programar, la asignación máxima de pacientes no logra cubrir un porcentaje importante de las jornadas disponibles. Por ésto, en estos casos, se obtienen bajas tasas de utilización de pabellón. Por otro lado, cuando las duraciones de las intervenciones son cercanas a la mitad de la duración de las jornadas, disminuyen las combinaciones que permiten obtener buenos resultados en la utilización de pabellón. Para escenarios similares al real el resultado de todos los modelos supero el 95 % de

utilización del tiempo disponible.

### 3.2.3. Respeto de la Prioridad

La representación gráfica del respeto de la prioridad no es simple, una alternativa es marcar en una tabla los pacientes que fueron asignados en cada modelo, como en la figura 2. En esta tabla se ordenan los pacientes según prioridad, dejando al principio los pacientes prioritarios. Resulta interesante observar un ejemplo de esta asignación en el escenario que considera 50 pacientes, duraciones de intervenciones promedio del 37,5% de la duraciones de las jornadas y jornadas disponibles a priori de 3,5 promedio por paciente.

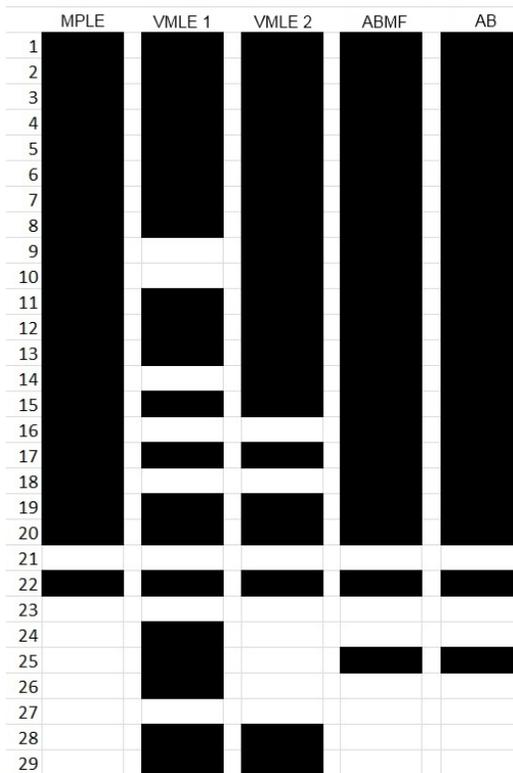


Figura 2: Respeto de la Prioridad

Para esta parte se analizaron diferentes valores de  $\alpha$  en el estudio de la variante del modelo de programación lineal entera. En esta figura se muestran las soluciones con  $\alpha = 2$  (VMLE1) y  $\alpha = 5$  (VMLE2). Se puede observar que el algoritmo del tipo Backtracking entregó los mismos resultados, desde el punto de vista del respeto a la prioridad, que el algoritmo basado en un modelo de factibilidad y el modelo de programación lineal entera. Los resultados de estos modelos fueron mejores, en todos estos escenarios, que los resultados

obtenidos por las variantes del modelos de programación lineal entera.

### 3.3. Resultados Obtenidos en los Casos Reales

Por razones de confidencialidad del hospital, la información aquí mostrada no contiene datos que permitan identificar a los pacientes. Los casos reales estudiados corresponden a lo ocurrido en la segunda semana de Agosto del 2009 en la especialidad de Cirugía General en los pabellones 3 y 4 del Hospital Luis Calvo Mackenna. En la figura 3 es posible observar los tiempos totales en minutos ocupados en cada jornada.

Pabellón 3				
Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
Paciente 1	305 Paciente 7	270 Paciente 15	270 Paciente 18	230
Paciente 2		Paciente 16	Paciente 19	
		Paciente 17	Paciente 20	
Tarde	Tarde	Tarde	Tarde	Tarde
	Paciente 8	165		
	Paciente 9			
	Paciente 10			

Pabellón 4				
Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
Paciente 3	275 Paciente 11	185	Paciente 21	330
Paciente 4	Paciente 12		Paciente 22	
Paciente 5	Paciente 13			
	Paciente 14			
Tarde	Tarde	Tarde	Tarde	Tarde
Paciente 6	95		Paciente 23	60

Figura 3: Programación de Pabellones en el Caso Real

En la figura 4 se muestra para la misma semana si se hubiese utilizado la programación propuesta por el algoritmo del tipo Backtracking, el modelo de programación lineal entera y la variante del modelo de programación lineal entera (para este caso los 3 modelos entregaron la misma solución). En esta tabla también se adjunta el médico que fue asignado.

Pabellón 3				
Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
Paciente 1	305 Paciente 7	285 Paciente 15	270 Paciente 18	280
Paciente 2	Paciente 4	Paciente 16	Paciente 8	
		Paciente 17	Paciente 53	
			Paciente 20	
Tarde	Tarde	Tarde	Tarde	Tarde
	Paciente 31	115		
	Paciente 30			

Pabellón 4				
Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
Paciente 3	320 Paciente 11	265	Paciente 21	250
Paciente 9	Paciente 19		Paciente 23	
Paciente 10	Paciente 13		Paciente 34	
	Paciente 12			
	Paciente 14			
Tarde	Tarde	Tarde	Tarde	Tarde
Paciente 6	195		Paciente 22	170
Paciente 28				
Paciente 5				

Figura 4: Programación de Pabellones Utilizando los Modelos Propuestos con los Mismos Médicos Asignados y Conservando el Primer Paciente

Este escenario corresponde al de 100 pacientes, 10 jornadas disponibles, duraciones de intervenciones promedio del 37.5% de la duraciones de las jornadas y jornadas disponibles a priori de 2,5 promedio por paciente. Por otro

lado, se evaluó el mismo caso, pero considerando 3,5 de promedio de jornadas prefactibles por paciente. Esto es posible mediante la relajación de algunas reglas de asignación de médicos a pacientes. Con esto se obtiene el resultado que se presenta en la tabla 3.

	Minutos Utilizados	Minutos Disponibles	Porcentaje de utilización	Mejora
Programación Manual	2185	2820	77,50 %	-
Modelos (Jornada de 2,5)	2455	2820	87,10 %	9,60 %
Modelos (Jornada de 3,5)	2624	2820	93,00 %	15,60 %

Tabla 3: Resultados Obtenidos en un Caso Real

Esto permite mostrar que la elección de políticas menos restrictivas impacta positivamente en la utilización del pabellón y que la programación de pabellones, utilizando los métodos aquí descritos, puede aumentar en un caso real la utilización del pabellón.

---

## 4. Conclusiones

---

Los modelos desarrollados permiten entregar soluciones a la programación de pabellones quirúrgicos en hospitales públicos de buena calidad según los médicos encargados. Estos modelos pueden entregar asignaciones horarias que permitirían mejorar las utilidades de pabellón entre un 10 % y un 15 % sobre la situación actual, lo que representa una oportunidad para los hospitales públicos de Chile. Este número depende de las restricciones que se consideren para la programación. Es posible además observar que la utilización del pabellón obviamente aumenta mientras menos restricciones se incorporen.

Un aporte importante de este estudio es la incorporación de la prioridad relativa del paciente en el modelo de agendamiento y cómo el manejo de ésta puede ser fundamental en el modelamiento del problema de programación de pabellones. Como se vio en la literatura consultada, en muchos estudios la decisión de asignación se centra en intentar minimizar los costos de operación, pero no incorporan criterios como el tiempo de espera del paciente y su condición biomédica.

Desde el punto de vista de los modelos desarrollados el algoritmo del tipo Backtracking permite resolver en muchas instancias el problema planteado en tiempos cercanos al segundo, en comparación al resto de los modelos estudiados que requieren más tiempo. Sin embargo, para casos donde existe un gran número de soluciones factibles este método puede no entregar soluciones en

tiempos razonables. Con respecto al respeto de la prioridad, el algoritmo del tipo Backtracking entregó los mismos resultados que el algoritmo basado en un modelo de factibilidad, que por construcción entrega el mejor resultado desde el punto de vista de la prioridad. Con respecto a la utilización de pabellón, el resultado entregado por el algoritmo del tipo Backtracking depende de las características de duración de las intervenciones de los pacientes asignados.

Respecto al tiempo de ejecución, el modelo de programación lineal entera cumple con los requerimientos de tiempo máximo estimado para entregar la solución. Si bien los tiempos de ejecución son menores en todos los escenarios estudiados que los tiempos del algoritmo basado en un modelo de factibilidad, este algoritmo tarda algunos segundos más que el algoritmo del tipo Backtracking. El principal problema del modelo de programación lineal entera es la prioridad. La forma original de modelarla lleva a que crezca exponencialmente el valor que determina la prioridad de cada paciente.

La variante del modelo de programación lineal entera presenta algunos problemas en lo que refiere al respeto de la prioridad. Si bien el valor que toma  $w_p$  puede ser modificado o ajustado mediante los valores de  $\alpha$ , esto hace que sea muy poco versátil frente a una implementación rutinaria. Desde el punto de vista de la utilización de pabellón este método suele mostrar mejores resultados porcentuales en comparación a los otros modelos.

El problema del algoritmo basado en un modelo de factibilidad es su tiempo de ejecución, debido a que se ejecuta el algoritmo de factibilidad tantas veces como pacientes sean ingresados en cada escenario. Desde el punto de vista de la calidad del resultado es fácil determinar que siempre entrega la mejor solución con respecto al cumplimiento de la prioridad, pero los tiempos de ejecución se escapan por mucho a los máximos permitidos en una implementación rutinaria.

En la actualidad estos modelos están siendo probados en un hospital pediátrico de Santiago de Chile. Para esto, se utilizó un desarrollo previo que permite priorizar pacientes en base a criterios de tiempos de espera y complejidad biomédica [1]. Hemos desarrollado e implementado una aplicación computacional que, basada en nuestros modelos, permite generar programaciones semanales de pabellón. Las pruebas han mostrado que los resultados que se obtienen son satisfactorios tanto desde el punto de vista clínico como desde el aprovechamiento de los recursos del hospital.

**Agradecimientos:** A Oscar Barros por motivarnos a trabajar en este problema y a Daniel Espinoza por sus interesantes sugerencias. También a autoridades y médicos del Hospital Luis Calvo Mackenna por su colaboración en este proyecto. El segundo autor es parcialmente financiado por el proyecto FONDECYT 1110797 (Chile), el Instituto Milenio “Sistemas Complejos de Ingeniería” (Chile), ANPCyT PICT-2007-00518 (Argentina), CONICET PIP 112-200901-00178 (Argentina), y UBACyT 20020090300094 (Argentina).

## Referencias

- [1] Oscar Barros and Cristian Julio. Enterprise and process architecture patterns. *Business Process Management Journal*, 17:598–618, 2011.
- [2] B. Cardoen, E. Demeulemeester, and J. Beliën. Scheduling surgical cases in a day-care environment: An exact branch-and-price approach. *Computers and Operations Research*, 36(9):2660–2669, 2009.
- [3] B. Cardoen and J Demeulemeester, E.and Beliën. Operating room planning and scheduling: A literature review. *European Journal of Operational Research*, 201:921–932, 2010.
- [4] M. Daiki and Y. Yuehwern. An elective surgery scheduling problem considering patient priority. *Computers and Operations Research*, 37:1091–1099, 2009.
- [5] F. Dexter and A. Macario. Changing allocations of operating room time from a system based on historical utilization to one where the aim is to schedule as many surgical cases as possible. *Anesthesia and Analges*, 94:1272–1279, 2002.
- [6] G.L.M Hilkhuisen, J.P. Oudhoff, Wal G. Rietberg, M., and D.R.M. Timmermans. Waiting for elective surgery: a qualitative analysis and conceptual framework of the consequences of delay. *Public Health*, 119:290–293, 2005.
- [7] A. Jebali, A.B.H. Alouane, and P. Ladet. Operating rooms scheduling. *International Journal of Production Economics*, 99:52–62, 2006.
- [8] A. D. MacCormick, W. G. Collecutt, and B. R. Parry. Prioritizing patients for elective surgery: A systematic review. *ANZ Journal of Surgery*, 73:633–642, 2003.

- [9] P.M. Mullen. Prioritising waiting lists: How and why? *European Journal Operational Research*, 150:32–45, 2003.
- [10] J.P. Oudhoff, D.R. Timmermans, D.L. Knol, A.B. Bijnen, and G. Wal. Prioritising patients on surgical waiting lists: A conjoint analysis study on the priority judgements of patients, surgeons, occupational physicians, and general practitioners. *Social Science and Medicine*, 64:1863–1875, 2007.
- [11] C. Reveco and R. Weber. Gestión de capacidad en el servicio de urgencia en un hospital público. *Revista Ingeniería de Sistemas*, 25:57–75, 2011.
- [12] B. Roland, C Di Martinelly, and F Riane. Operating theatre optimization: A resource constrained based solving approach. *Service Systems and Service Management*, 2:443–448, 2006.
- [13] P. Santibáñez, M. Begen, and Atkins D. Surgical block scheduling in a system of hospitals: an application to resource and wait list management in a british columbia health authority. *Health Care Manage Sci*, 10:269–282, 2007.
- [14] A. Testi, E. Tanfani, R. Valente, L. Ansaldo, and C. Torre. Prioritizing surgical waiting lists. *Journal of Evaluation in Clinical Practice, University of Genova, Villa Scassi Hospital, Génova, Italy*, 14:59–64, 2006.
- [15] R. Valente, A. Testi, E. Tanfani, M. Fato, I. Porro, M. Santo, G. Santori, G. Torre, and G. Ansaldo. A model to prioritize access to elective surgery on the basis of clinical urgency and waiting time. *BMC health services research*, 9, 2009.
- [16] B. Zhang, P. Murali, M. Dessouky, and D. Belson. A mixed integer programming approach for allocation operating room capacity. *Journal of the Operational Research Society*, 60:663–673, 2008.

---

# MODELOS DE SELECCIÓN DE ATRIBUTOS PARA SUPPORT VECTOR MACHINES

---

SEBASTIÁN MALDONADO\*  
RICHARD WEBER\*\*

## Resumen

Recientemente los volúmenes de datos se han incrementado en todas las áreas del conocimiento, tanto en el número de instancias como en el de atributos. Bases de datos actuales pueden contar con decenas e incluso cientos de miles de variables con un alto grado de información tanto irrelevante como redundante. Esta gran cantidad de datos causa serios problemas a muchos algoritmos de minería de datos en términos de escalabilidad y rendimiento. Dentro de las áreas de investigación en selección de atributos se incluyen el análisis de chips de ADN, procesamiento de documentos provenientes de internet y modelos de administración de riesgo en el sector financiero. El objetivo de la selección de atributos es triple: mejorar el desempeño predictivo de los modelos, implementar algoritmos más rápidos y menos costosos, y proveer de un mejor entendimiento del proceso subyacente que generó los datos. Dentro de las técnicas de minería de datos, el método llamado *Support Vector Machines* (SVMs) ha ganado popularidad gracias a su capacidad de generalización frente a nuevos objetos y de construir complejas funciones no lineales para clasificación o regresión. En muchas aplicaciones, estas características permiten obtener mejores resultados que otros métodos predictivos. Sin embargo, una limitación de este método es que no está diseñado para identificar los atributos importantes para construir la regla discriminante. El presente trabajo tiene como objetivo desarrollar técnicas que permitan incorporar la selección de atributos en la formulación no lineal de SVMs, aportando eficiencia y comprensibilidad al método.

**Palabras Clave:** Selección de Atributos, Support Vector Machines, Clasificación Supervisada

---

\*Facultad de Ingeniería y Ciencias Aplicadas, Universidad de los Andes, Santiago, Chile.

\*\*Departamento de Ingeniería Industrial, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas. Universidad de Chile, Santiago, Chile.

---

## 1. Introducción

---

En el escenario actual, las empresas participan en un mercado muy competitivo, donde los clientes se encuentran adecuadamente informados al momento de elegir entre distintas compañías. En mercados donde esto ocurre, la empresa que posea una mayor cantidad de información relevante podrá ejecutar estrategias comerciales efectivas, sobresaliendo del resto de las compañías. Adicionalmente, la información disponible permite tomar diversas decisiones estratégicas, tales como: definir políticas de asignación de créditos en base al comportamiento histórico de clientes, diseño de nuevos productos a partir de preferencias declaradas, definir campañas que eviten que los clientes se fuguen de la empresa, diagnóstico temprano de tumores cancerígenos mediante el análisis de chips de ADN, etc.

Si bien obtener información potencialmente útil es cada vez más simple, gracias al importante aumento de la capacidad de almacenaje y la disponibilidad de mejores herramientas para el manejo de datos, el proceso de extracción de información relevante a partir de los datos disponibles sigue siendo complejo y costoso. Dada esta mayor disponibilidad de información, el proceso de generación de conocimiento a partir de los datos cobra además una mayor importancia.

Actualmente existen técnicas que permiten analizar patrones de conducta, nichos de mercado, y muchos otros tipos de información no trivial mediante la utilización de sofisticados modelos que combinan métodos estadísticos, aprendizaje de máquinas y optimización. Estas técnicas se engloban bajo el concepto de minería de datos (*data mining*) [7]. La investigación en estos modelos ha sido un tema relevante en estas últimas dos décadas, habiéndose logrado avances significativos en términos de eficiencia y desempeño predictivo. En esta misma línea, el presente trabajo busca el desarrollo de algoritmos que combinen la clasificación mediante SVMs y la selección de atributos, robusteciendo los modelos en términos predictivos y generando conocimiento mediante la interpretación de la solución obtenida.

La estructura de este trabajo es la siguiente: La sección 2 presenta la derivación del método de clasificación Support Vector Machines. Técnicas recientes de selección de atributos para Support Vector Machines se presentan en la sección 3. La sección 4 describe la metodología propuesta. La sección 5 presenta los principales resultados del trabajo. Finalmente, la sección 6 muestra las conclusiones del trabajo.

---

## 2. Support Vector Machines

---

En esta sección se describe la derivación matemática de SVMs como técnica de clasificación binaria. Se comenzará con la descripción del enfoque para funciones de discriminación lineales, para luego extender el método a funciones no lineales.

### 2.1. Clasificación Lineal para Problemas Linealmente Separables

Para el caso linealmente separable, SVMs determina el hiperplano óptimo que separa el conjunto de datos. Para este propósito, “linealmente separable” requiere encontrar el par  $(\mathbf{w}, b)$  tal que clasifique correctamente los vectores de ejemplos  $\mathbf{x}_i$  en dos clases  $y_i$ , es decir, para un espacio de hipótesis dado por un conjunto de funciones  $f_{\mathbf{w},b} = \text{signo}(\mathbf{w}^T \cdot \mathbf{x}_i + b)$  se impone la siguiente restricción:

$$\text{Min}_{i=1, \dots, m} |\mathbf{w}^T \cdot \mathbf{x}_i + b| = 1 \quad (1)$$

Los hiperplanos que satisfacen (1) se conocen como *hiperplanos canónicos* [18]. El objetivo de SVM es encontrar, entre todos los hiperplanos canónicos que clasifican correctamente los datos, aquel con menor norma, o, equivalentemente, con mínimo  $\|\mathbf{w}\|^2$ . Es interesante notar que la minimización de  $\|\mathbf{w}\|^2$  es equivalente a encontrar el hiperplano separador para el cual la distancia entre dos envolturas convexas (las dos clases del conjunto de datos de entrenamiento, asumiendo que son linealmente separables), medida a lo largo de una línea perpendicular al hiperplano, es maximizada. Esta distancia se conoce como *margen* [26]. La figura 1 ilustra la construcción del margen de separación con dos atributos predictivos:

El problema de maximización del margen se formula de la siguiente manera:

$$\text{Min}_{\mathbf{w}, b} \frac{1}{2} \|\mathbf{w}\|^2 \quad (2)$$

sujeto a

$$y_i \cdot (\mathbf{w}^T \cdot \mathbf{x}_i + b) \geq 1 \quad i = 1, \dots, m,$$

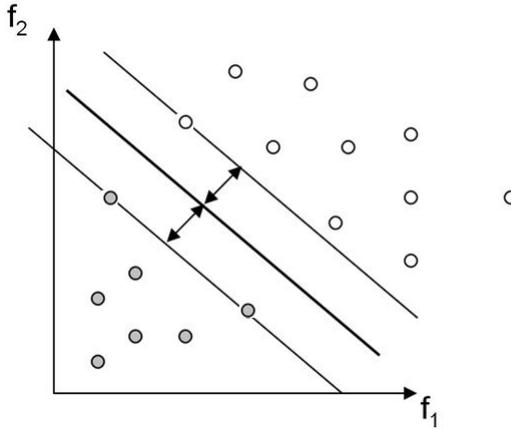


Figura 1: Hiperplano Óptimo de SVM para un Problema Bidimensional

A partir de esta formulación se construye el dual mediante la técnica de los multiplicadores de Lagrange. La formulación dual permitirá construir funciones de clasificación no lineales, lo que usualmente lleva a un mayor poder predictivo, como se presentará en la sección 2.3. La formulación dual de (2) corresponde a:

$$\text{Max}_{\boldsymbol{\alpha}} \quad \sum_{i=1}^m \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i,s=1}^m \alpha_i \alpha_s y_i y_s \mathbf{x}_i \cdot \mathbf{x}_s \quad (3)$$

sujeto a

$$\sum_{i=1}^m \alpha_i y_i = 0$$

$$\alpha_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, m.$$

donde  $\alpha_i$  representan los multiplicadores de Lagrange asociados a las restricciones de (2). Los multiplicadores que cumplen con  $\alpha_i > 0$  son llamados *Support Vectors*, ya que son los únicos que participan en la construcción del hiperplano de clasificación. Se tiene además que  $\mathbf{w}^* = \sum_{i=1}^m \alpha_i^* y_i \mathbf{x}_i$  y  $b^* = y_i - \mathbf{w}^* \cdot \mathbf{x}_i$  para cada Support Vector  $\mathbf{x}_i$ . La función de decisión puede escribirse como:

$$f(\mathbf{x}) = \text{signo}(\mathbf{w}^* \cdot \mathbf{x} + b^*) = \text{signo}\left(\sum_{i=1}^m y_i \alpha_i^* (\mathbf{x} \cdot \mathbf{x}_i) + b^*\right) \quad (4)$$

## 2.2. Clasificación Lineal para Problemas Linealmente no Separables

Ahora se considera el caso en que no existe un hiperplano separador, es decir, no es posible satisfacer todas las restricciones del problema (2).

Con el fin de considerar un costo por observación mal clasificada, se introduce un conjunto adicional de variables  $\xi_i$ ,  $i = 1, \dots, m$ . SVMs resuelve el siguiente problema de optimización:

$$\text{Min}_{\mathbf{w}, b, \xi} \quad \frac{1}{2} \|\mathbf{w}\|^2 + C \sum_{i=1}^m \xi_i \quad (5)$$

sujeto a

$$y_i \cdot (\mathbf{w}^T \cdot \mathbf{x}_i + b) \geq 1 - \xi_i \quad i = 1, \dots, m,$$

$$\xi_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, m.$$

La función de clasificación se mantiene:  $f(\mathbf{x}) = \text{signo}(\sum_{i=1}^m y_i \alpha_i^* (\mathbf{x} \cdot \mathbf{x}_i) + b^*)$ , donde  $b^* = y_i - \mathbf{w}^* \cdot \mathbf{x}_i$  para cada *Support Vector*  $\mathbf{x}_i$  tal que  $0 < \alpha_i < C$ .

## 2.3. Clasificación no Lineal

Para el caso no lineal, SVMs proyecta el conjunto de datos a un espacio de mayor dimensión  $\mathcal{H}$  utilizando una función  $\mathbf{x} \rightarrow \phi(\mathbf{x}) \in \mathcal{H}$ , donde se construye un hiperplano separador de máximo margen. El siguiente problema de optimización cuadrática debe resolverse:

$$\text{Min}_{\mathbf{w}, b, \xi} \quad \frac{1}{2} \|\mathbf{w}\|^2 + C \sum_{i=1}^m \xi_i \quad (6)$$

sujeto a

$$y_i \cdot (\mathbf{w}^T \cdot \phi(\mathbf{x}_i) + b) \geq 1 - \xi_i \quad i = 1, \dots, m,$$

$$\xi_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, m.$$

Bajo esta proyección la solución obtenida aplicando SVM toma la siguiente forma:

$$f(\mathbf{x}) = \text{signo}(\mathbf{w}^* \cdot \phi(\mathbf{x}) + b^*) = \text{signo}\left(\sum_{i=1}^m y_i \alpha_i^* \phi(\mathbf{x}) \cdot \phi(\mathbf{x}_i) + b^*\right) \quad (7)$$

Notar que los únicos valores que deben calcularse son productos escalares de la forma  $\phi(\mathbf{x}) \cdot \phi(\mathbf{y})$  [22]. La proyección es realizada por una función de kernel  $K(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \phi(\mathbf{x}) \cdot \phi(\mathbf{y})$ , que define un producto interno en  $\mathcal{H}$ . La función de clasificación  $f(\mathbf{x})$  dada por SVM corresponde a:

$$f(\mathbf{x}) = \text{signo}\left(\sum_{i=1}^m y_i \alpha_i^* K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) + b^*\right) \quad (8)$$

La formulación dual puede reformularse de la siguiente manera:

$$\text{Max}_{\boldsymbol{\alpha}} \quad \sum_{i=1}^m \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i,s=1}^m \alpha_i \alpha_s y_i y_s K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_s) \quad (9)$$

sujeto a

$$\sum_{i=1}^m \alpha_i y_i = 0$$

$$0 \leq \alpha_i \leq C \quad i = 1, \dots, m.$$

Dentro de las distintas funciones de kernel existentes, el kernel lineal (equivalente a la formulación dual de la formulación (5)), las funciones polinomiales y la *radial basis function* (RBF) o Kernel Gaussiano son más frecuentemente utilizadas en diversas aplicaciones [23]:

1. kernel lineal:  $K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_s) = \mathbf{x}_i^T \cdot \mathbf{x}_s$
2. función polinomial:  $K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_s) = (\mathbf{x}_i \cdot \mathbf{x}_s + 1)^d$ , donde  $d \in \mathbb{N}$  es el grado del polinomio.
3. *Radial basis function* (RBF):  $K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_s) = \exp\left(-\frac{\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_s\|^2}{2\rho^2}\right)$ , donde  $\rho > 0$  es el parámetro que controla el ancho del kernel.

La selección del mejor kernel para una aplicación es todavía un tema de investigación [1]. El procedimiento más común es el de seleccionar los parámetros de kernel (el grado del polinomio  $d$  para las funciones polinomiales o el ancho del kernel  $\rho$  para la función Gaussiana) calibrando estos parámetros en conjunto con el proceso de selección del modelo (parámetro  $C$  que controla la generalización del modelo) mediante una búsqueda de grilla [13]. En el presente trabajo se utiliza validación cruzada de 10 iteraciones para encontrar la mejor combinación de parámetros. Existen además diversos enfoques que buscan una selección más eficiente utilizando medidas estadísticas clásicas a partir de la distribución de los datos [1].

---

### 3. Selección de Atributos para SVMs

---

Para la construcción de modelos de clasificación se desea utilizar la menor cantidad de atributos posibles de manera de obtener un resultado considerado aceptable por el investigador. Sin embargo, el problema radica en la elección y el número de atributos a seleccionar, debido a que esta elección determina la efectividad del modelo de discriminación construido. Este problema se conoce como *selección de atributos* y es combinatorial en el número de atributos originales [2].

Una desventaja del método SVMs es que no está diseñado para identificar los atributos importantes para construir la regla discriminante [16]. La utilización de la norma euclidiana en la formulación primal de SVMs (5) para el cálculo del margen en la función objetivo no busca anular componentes del vector  $\mathbf{w}$ . Por ejemplo, sean los vectores  $\mathbf{w}_1 = (0, 5; 0, 5; 0, 5; 0, 5)$  y  $\mathbf{w}_2 = (1; 0; 0; 0)$ ; ambos poseen la misma norma euclidiana ( $\|\mathbf{w}_1\|^2 = \|\mathbf{w}_2\|^2 = 1$ ), y por ende ambas soluciones tienen el mismo valor en el problema de minimización que formula SVMs. Sin embargo, el primer caso plantea una solución con cuatro atributos, mientras que el segundo caso utiliza sólo un atributo, siendo los tres restantes irrelevantes para la clasificación. Dado que SVMs no distingue entre ambas soluciones, su diseño podría considerarse no adecuado para lograr una clasificación efectiva y a la vez eficaz en identificar los atributos que no contribuyen a ésta.

De acuerdo a Guyon et al. [8], existen tres estrategias principales para la selección de atributos: los métodos de filtro, los métodos *wrapper* o envolventes, y los métodos *embedded* o empotrados. La primera estrategia utiliza propiedades estadísticas para “filtrar” aquellos atributos que resulten poco informativos antes de aplicar el algoritmo de aprendizaje, mirando sólo propiedades intrínsecas de los datos. En muchos casos un puntaje o *score* de relevancia es calculado para cada atributo, eliminando aquellos con bajo puntaje. Esta estrategia es independiente del algoritmo predictivo, lo que implica ventajas y desventajas:

- Son computacionalmente simples y rápidos de ejecutar.
- Son fácilmente escalables a bases de datos de alta dimensionalidad, ya que la selección de atributos sólo necesita ser aplicada una vez, para luego evaluar el desempeño de diferentes métodos de clasificación.
- Estos métodos ignoran las interacciones con el método predictivo, y, por ende, las relaciones entre las distintas variables.

El último punto es particularmente relevante ya que ignorar las interacciones entre las variables puede afectar negativamente el desempeño de clasificación. Atributos presumiblemente redundantes de acuerdo a medidas informativas pero correlacionados entre sí pueden aportar a la clasificación de forma significativa. Los siguientes dos ejemplos ilustran este efecto [8]: La figura 2.a muestra la distribución condicional de dos variables con matrices de covarianza idénticas y direcciones principales diagonales. Se observa que una de las variables (arriba, izquierda en la figura 2.a) presenta su distribución condicional completamente traslapada con respecto a la variable objetivo (distinción entre barras negras y blancas), mientras la segunda (abajo, derecha) presenta un poder discriminante importante, sin embargo no alcanza una separación perfecta por sí sola. La utilización de ambas variables en conjunto permite lograr una clasificación perfecta en este caso (arriba, derecha y abajo, izquierda), mejorando significativamente el desempeño de clasificación.

Un ejemplo aún más ilustrativo se presenta en la figura 2.b: en este caso se tienen ejemplos de dos clases utilizando cuatro distribuciones normales en las coordenadas (0;0), (0;1), (1;0), and (1;1). Las etiquetas para estos cuatro grupos se distribuyen de acuerdo a la función lógica XOR:  $f(0;0)=1$ ,  $f(0;1)=-1$ ,  $f(1;0)=-1$ ;  $f(1;1)=1$ . Notar que las proyecciones en los ejes no entregan separación entre clases (diagonales en Fig. 2.b), sin embargo, ambas variables en conjunto permiten obtener una clasificación perfecta con algún clasificador no lineal sencillo.

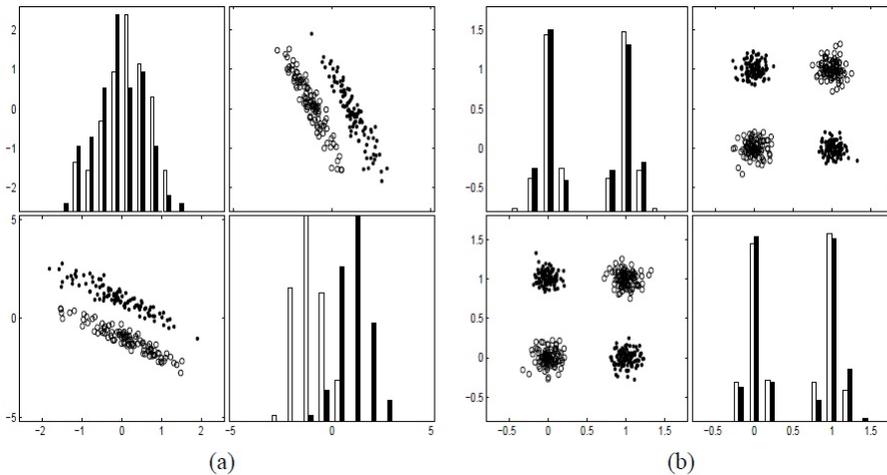


Figura 2: Variables Irrelevantes Por Sí Solas Pero Relevantes Junto con Otras

Una serie de métodos de filtro multivariados han sido introducidos para estudiar la interacción entre variables. Estas metodologías, sin embargo, suelen ser menos rápidas y escalables que los métodos de filtro univariados [9].

Un método de filtro univariado utilizado comúnmente es el criterio de Fisher ( $F$ ), el cual calcula la importancia de cada atributo en forma de score al estimar la correlación de cada atributo con respecto a la variable objetivo en un problema de clasificación binaria. El puntaje  $F(j)$  para un atributo particular  $j$  viene dado por:

$$F(j) = \left| \frac{\mu_j^+ - \mu_j^-}{(\sigma_j^+)^2 + (\sigma_j^-)^2} \right| \quad (10)$$

donde  $\mu_j^+$  ( $\mu_j^-$ ) es la media del atributo  $j$  para la clase positiva (negativa) y  $\sigma_j^+$  ( $\sigma_j^-$ ) su respectiva desviación estándar. Otras medidas de filtro son el estadístico  $\chi^2$ , el cual mide la independencia entre la distribución de los ejemplos y clases; y la Ganancia de la Información (*Information Gain*), medida comúnmente utilizada para la construcción de árboles de decisión como método de clasificación, que mide la entropía o “desorden” en el sistema de acuerdo a la Teoría de la Información [25].

Los métodos wrapper o envolventes exploran el conjunto completo de atributos para asignarles un puntaje de acuerdo a su poder predictivo en base a la función de clasificación utilizada, lo cual es computacionalmente demandante, sin embargo, puede traer mejores resultados que la utilización de métodos de filtro. Dado que la búsqueda de subconjuntos de atributos crece de forma exponencial con el número de atributos, heurísticas de búsqueda son utilizadas [8]. Estrategias wrapper frecuentemente utilizadas son la Selección Secuencial hacia Adelante (*Sequential forward selection* o SFS) y la Eliminación Secuencial hacia Atrás (*Sequential backward elimination* o SBE) [14]. Para el primer caso, el modelo parte sin considerar variables, para luego probar cada una de ellas e incluir la más relevante en cada iteración. De la misma manera, SBE parte con todas las variables candidatas a formar parte del modelo, eliminando de forma iterativa aquellas variables irrelevantes para la clasificación.

Una estrategia wrapper para selección de atributos utilizando SVMs que surge de manera natural es considerar los coeficientes  $\mathbf{w}$  asociados a los atributos como medida para la contribución de ellos a la clasificación. Una estrategia SBE podría ser aplicada eliminando de forma iterativa los atributos irrelevantes, es decir, aquellos atributos  $j$  con un coeficiente  $w_j$  asociado cercano a cero en magnitud (considerando datos normalizados), utilizando la formulación primal de SVMs (5). La limitación de este método es que la formulación de SVMs no lineal no cuenta con un vector de coeficientes de forma explícita, por lo que el método anterior se encuentra limitado a funciones de clasificación lineales. Un popular método wrapper para SVMs basado en la estrategia SBE fue propuesto por Guyon et al. [11] y se conoce como SVM-RFE (SVM- *Recursive*

*Feature Elimination*). El objetivo de este método es encontrar un subconjunto de tamaño  $r$  entre las  $n$  variables disponibles ( $r < n$ ) que maximice el desempeño de la función de clasificación con SVMs. El atributo que se elimina en cada iteración es aquel cuya extracción minimiza la variación de  $W^2(\boldsymbol{\alpha})$ , la cual es una medida de la capacidad predictiva del modelo y es inversamente proporcional al margen:

$$W^2(\boldsymbol{\alpha}) = \sum_{i,s=1}^m \alpha_i \alpha_s y_i y_s K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_s) \quad (11)$$

Ventajas de los métodos wrapper incluyen la interacción entre la búsqueda de subconjuntos de atributos y la selección del modelo, y la capacidad de considerar la dependencia entre atributos. Sus principales desventajas son su alto costo computacional y un mayor riesgo de sobre-ajuste del modelo [8]. Dado que los algoritmos de búsqueda wrapper son por lo general de naturaleza *greedy*, existe un riesgo de quedar estancado en un óptimo local y llegar a un subconjunto de atributos insatisfactorio. Para solucionar este problema, una serie de algoritmos de naturaleza aleatoria en la búsqueda han sido creados [9]. Si bien estos algoritmos permiten encontrar un subconjunto más cercano al óptimo, son más costosos aún en términos computacionales.

El tercer y último enfoque de selección de atributos corresponde a las técnicas empotradas o *embedded*. Estos métodos realizan la búsqueda de un subconjunto óptimo de atributos durante la construcción de la función de clasificación. Al igual que los métodos wrapper, estrategias *embedded* son específicas para un algoritmo de clasificación.

Existen diferentes estrategias para realizar selección de atributos *embedded*. Por un lado, la selección de atributos puede ser vista como un problema de optimización. Generalmente, la función objetivo cumple con dos objetivos: maximización de la bondad de ajuste y minimización del número de atributos [8]. Un método que utiliza esta estrategia fue presentado por Bradley y Mangasarian [3] y minimiza una aproximación de la “norma” cero:  $\|\mathbf{w}\|_0 = |\{i : w_i \neq 0\}|$ . Esta formulación no puede considerarse una norma ya que la desigualdad triangular no se cumple [3]. La aproximación utilizada por este método, conocido como FSV (*Feature Selection Conca Ve*), es la siguiente:

$$\|\mathbf{w}\|_0 \approx \mathbf{e}^T (\mathbf{e} - \exp(-\beta|\mathbf{w}|)) \quad (12)$$

donde  $\beta \in \mathfrak{R}_+$  es un parámetro de aproximación y  $\mathbf{e} = (1, \dots, 1)^T$ . El problema se resuelve finalmente con un algoritmo iterativo. Weston et al. [28] demuestra

que la minimización de la norma cero para SVM ( $l_0$ -SVM) puede aproximarse con una modificación simple del algoritmo *vanilla* SVM:

### Algorithm 1

1. Entrenar una SVM lineal de acuerdo a (5).
2. Re-escalar las variables multiplicándolas por el valor absoluto de los componentes del vector de pesos  $\mathbf{w}$ .
3. Iterar los primeros dos pasos hasta convergencia.

end

Weston argumenta que, en la práctica, esta estrategia permite una mejor generalización que la minimización de la norma cero [28]. Una limitación de estas estrategias iterativas basadas en el vector de coeficientes es que se encuentran limitadas a funciones de clasificación lineales [9, 16].

Existen varios enfoques propuestos que utilizan estrategias de selección de atributos que se basan en estrategias de selección hacia adelante o hacia atrás para identificar los atributos relevantes, y de esta manera construir un *ranking*, el cual puede utilizarse a modo de filtro antes de aplicar SVM. Uno de estos métodos es el ya presentado SVM-RFE. Otro método de esta naturaleza que permite la utilización de funciones de kernel son los presentados en Rakotomamonjy [19], que utiliza una cota para el error de clasificación *leave-one-out* (LOO) de SVM, el *radius margin bound* [26]:

$$LOO \leq 4R^2 \|\mathbf{w}\|^2 \quad (13)$$

donde  $R$  denota el radio de la menor esfera inscrita que contiene los datos de entrenamiento. Esta cota también es utilizada en Weston et al. [29] mediante la estrategia conocida como la optimización de factores de escalamiento (*scaling factors*). La selección de atributos con *scaling factors* se realiza mediante el escalamiento de las variables de entrada por un vector  $\boldsymbol{\sigma} \in [0, 1]^n$ . Valores grandes de  $\sigma_j$  indican una mayor relevancia. El problema consiste en encontrar el mejor kernel de la siguiente forma:

$$K_{\boldsymbol{\sigma}}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_s) \equiv K(\boldsymbol{\sigma} * \mathbf{x}_i, \boldsymbol{\sigma} * \mathbf{x}_s) \quad (14)$$

donde  $*$  es el operador para el producto vectorial por componentes. El método presentado por Weston et al. utiliza un algoritmo para actualizar  $\boldsymbol{\sigma}$  mediante

el Método del Gradiente. Enfoques que utilizan otras cotas para el mismo propósito se presentan en Chapelle et al. [5]. Canu y Grandvalet [4] proponen reducir la utilización de atributos restringiendo los factores de escalamiento en la formulación de SVM mediante un parámetro  $\sigma_0$  que controla la norma de  $\sigma$ :

$$\begin{array}{ll} \text{Min} & \text{Max} \\ \sigma & \alpha \end{array} \quad \sum_{i=1}^m \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i,s=1}^m \alpha_i \alpha_s y_i y_s K_{\sigma}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_s) \quad (15)$$

sujeto a

$$\sum_{i=1}^m \alpha_i y_i = 0$$

$$0 \leq \alpha_i \leq C \quad i = 1, \dots, m.$$

$$\|\sigma\|_p = \sigma_0,$$

con  $K_{\sigma}$  definido en (14). Mientras más cercano a cero sea el parámetro  $p$ , más estricta será la selección de atributos, sin embargo, la optimización será también más compleja [9].

A modo general, los métodos *embedded* presentan importantes ventajas como la interacción entre las variables y el modelo de clasificación (en este caso SVMs), la modelación de las dependencias entre variables y ser computacionalmente menos costosos que los métodos *wrapper* [8]. Sin embargo, estos métodos tienden a ser conceptualmente más complejos, y muchas veces las modificaciones impuestas alteran la naturaleza convexa del problema planteado por SVMs, requiriendo algoritmos no lineales que pueden caer en óptimos locales. Adicionalmente, muchos métodos empotrados se encuentran restringidos sólo para SVMs lineal, limitando el potencial predictivo que otorgan las funciones de kernel.

Este estudio del estado del arte de la selección de atributos para SVM proporciona una guía general en los diversos aspectos que comprende esta tarea. Además de definir el concepto de selección y de analizar su proceso, se ha clasificado y descrito una gran cantidad de algoritmos existentes. Si bien la investigación en el área de selección de atributos para SVMs tuvo su *peak* en el año 2003, cuyos trabajos se resumen en el libro de Guyon et al. [9], el importante crecimiento de la capacidad de almacenaje, sumado a nuevas aplicaciones de alta dimensionalidad en el mundo de las ciencias de la vida (tales como el estudio del genoma humano) justifican la investigación en esta área. Las últimas publicaciones del estado del arte consideran algoritmos híbridos, que combinan ventajas de distintos modelos de algoritmos (filtros, wrappers,

ranking, etc) [24]. Otros trabajos apuntan a abordar el problema de selección de atributos desde el punto de vista de la selección del modelo y no en forma de ranking, independiente de la construcción del modelo predictivo final [10]. El enfoque del presente trabajo es precisamente éste, desarrollar modelos que lleguen a una solución final de clasificación en conjunto con la determinación de los atributos relevantes para el modelo, identificando cuándo la eliminación de atributos comienza a afectar el desempeño de los modelos en el entrenamiento del mismo. Esto trae consigo dos ventajas: primero, es posible establecer un criterio de parada para los métodos, identificando claramente cuando la eliminación de atributos comienza a afectar negativamente el desempeño de los modelos. Segundo, reduce el esfuerzo computacional de construir un modelo final a partir de un ranking de atributos, debiendo posteriormente realizar la selección del modelo mediante algún tipo de evaluación (comúnmente validación cruzada), lo cual es computacionalmente demandante y se corre el riesgo de caer en sobreajuste [10]. Guyon [10] plantea que la unificación del proceso de selección de atributos y selección del modelo es uno de los tópicos relevantes para la investigación en aprendizaje computacional hoy en día.

---

## 4. Metodología Propuesta

---

En esta sección se propone un método de selección de atributos para SVMs presentado en Maldonado y Weber [16]. La estrategia se basa en una eliminación secuencial hacia atrás y determina la contribución de cada atributo considerando aquel que impacta menos en el desempeño de clasificación en un conjunto de validación independiente. Comenzando con todos los atributos disponibles, cada iteración eliminará aquellos atributos que afectan el desempeño predictivo hasta que se alcance el criterio de parada.

### 4.1. Notación y Aspectos Preliminares

El operador de producto vectorial por componentes  $*$  se define como [29]:

$$\mathbf{a} * \mathbf{b} = (a_1 b_1, \dots, a_n b_n) \quad (16)$$

El vector  $\sigma$ ,  $\sigma \in \{0, 1\}^n$ , actúa como un indicador de los atributos que están participando en la construcción de la función de clasificación. La función de kernel toma la siguiente forma:

$$K_{\sigma}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_s) \equiv K(\sigma * \mathbf{x}_i, \sigma * \mathbf{x}_s) \quad (17)$$

El método propuesto utiliza el vector  $\sigma$  como parámetro y, para un  $\sigma$  dado, se resuelve la formulación dual de SVM:

$$\begin{aligned} \text{Max} \\ \alpha \end{aligned} \quad \sum_{i=1}^m \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i,s=1}^m \alpha_i \alpha_s y_i y_s K_{\sigma}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_s) \quad (18)$$

sujeto a

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^m \alpha_i y_i &= 0 \\ 0 \leq \alpha_i &\leq C \quad i = 1, \dots, m. \end{aligned}$$

## 4.2. Hold-out Support Vector Machines (HO-SVM)

La idea básica del método propuesto es la de eliminar aquellos atributos cuya eliminación implique un menor número de errores en un conjunto de validación independiente. El método recibe el nombre de Hold-out Support Vector Machines (HO-SVM), ya que en cada iteración el algoritmo genera una nueva partición del conjunto de datos en dos subconjuntos: uno de entrenamiento, donde se construye la función de clasificación, y otro de validación, donde se evalúa el desempeño predictivo de la función construida y se seleccionan los atributos a eliminar. Este paso se conoce en la literatura como *hold-out*. A continuación se presenta el algoritmo iterativo para la eliminación de atributos:

### Algorithm 2

1. Selección del Modelo
2. Inicialización
3. **repetir**
  - a) Partición aleatoria del conjunto de datos (hold-out)
  - b) entrenamiento del modelo (ecuación (18))
  - c) **para todo** atributo  $p$  con  $\sigma_p = 1$ , calcular  $E_{(-p)}(\alpha, \sigma)$ , el número de errores de clasificación cuando el atributo  $p$  es removido.
  - d) eliminar atributo  $j$  con menor valor de  $E_{(-p)}(\alpha, \sigma)$
4. **hasta que** el menor valor de  $E_{(-p)}(\alpha, \sigma)$  sea mayor que  $E(\alpha, \sigma)$ , el error de validación con todos los atributos seleccionados que cumplen  $\sigma = 1$ .

**end**

A continuación se detallan los pasos presentados en el algoritmo anterior:

**Selección del modelo:** El primer paso corresponde a determinar los parámetros de SVM (el parámetro de control del error de clasificación  $C$ , el grado del polinomio  $d$  o el ancho de un kernel Gaussiano  $\rho$ ) cuando todos los atributos son seleccionados.

**Inicialización:** Se define  $\sigma = (1, \dots, 1)$ , es decir, se comienza con todos los atributos disponibles.

**Partición de los datos:** Se divide el conjunto de datos en dos subconjuntos: entrenamiento, con aproximadamente el 70 % de los ejemplos, y validación, con el 30 % restante.

**Entrenamiento:** se entrena un clasificador SVM (ecuación (18)) en el conjunto de entrenamiento con los atributos indicados por el vector  $\sigma$ .

**Calcular  $E_{(-p)}(\alpha, \sigma)$ :** para todo atributo  $p$  con  $\sigma_p = 1$ , calcular:

$$E_{(-p)}(\alpha, \sigma) = \sum_{l \in VAL} \left| y_l^v - \operatorname{sgn} \left( \sum_{i \in TRAIN} \alpha_i y_i K_{\sigma}(\mathbf{x}_i^{(-p)}, \mathbf{x}_l^{v(-p)}) + b \right) \right| \quad (19)$$

donde  $VAL$  es el conjunto de validación y  $\mathbf{x}_l^v$  y  $y_l^v$  son las observaciones y etiquetas en este conjunto, respectivamente.  $\mathbf{x}_i^{(-p)}$  ( $\mathbf{x}_l^{v(-p)}$ ) indica el objeto de entrenamiento  $i$  (ejemplo de validación  $l$ ) con el atributo  $p$  removido.  $E_{(-p)}(\alpha, \sigma)$  es finalmente el número de errores en el conjunto de validación cuando el atributo  $p$  es eliminado.

Con el objetivo de reducir la complejidad computacional utilizamos la misma aproximación propuesta por Guyon et al. [11]: el vector  $\alpha$  utilizado en (19) se supone igual al de la solución de la formulación (18), incluso cuando se ha removido un atributo.

**Criterio para Eliminación de Atributos:** Eliminar el atributo  $j$  ( $\sigma_j = 0$ ) con el menor valor de  $E_{(-j)}(\alpha, \sigma)$ . El atributo  $j$  con el menor valor de  $E_{(-j)}(\alpha, \sigma)$  es aquel cuya eliminación implica el menor número de errores de validación. En caso de empates en el número de errores se puede seleccionar un atributo al azar o eliminar todos estos atributos para acelerar el algoritmo.

**Criterio de Parada:** El algoritmo se detiene cuando el menor valor de  $E_{(-p)}(\alpha, \sigma)$  es mayor o igual a  $E(\alpha, \sigma)$ . De manera alternativa, se puede modificar el criterio para remover más atributos considerando desigualdad estricta.

La figura 3 ilustra el proceso del algoritmo:

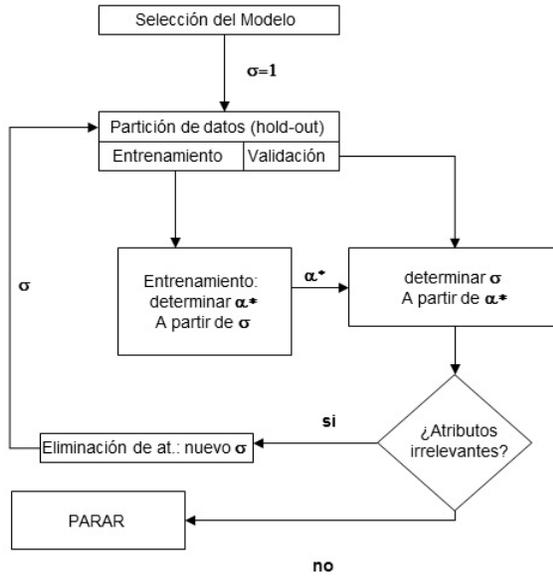


Figura 3: Selección de Atributos Utilizando HO-SVM

---

## 5. Resultados

---

El enfoque propuesto fue aplicado en cuatro bases de datos de clasificación: dos bases de *benchmark* utilizadas por la comunidad de aprendizaje computacional [19, 20] y dos de proyectos realizados para entidades financieras chilenas. La metodología aplicada consiste en (1) selección del modelo para obtener la mejor configuración de parámetros (2) ranking de variables y (3) medir el desempeño en un conjunto de test para un número creciente de atributos rankeados. Se obtiene un error promedio de 100 realizaciones de los métodos [19, 20]. Para este procedimiento se utilizó Spider Toolbox para Matlab [27]. A continuación se describen las bases de datos utilizadas.

### 5.1. Descripción de las bases de datos

**Wisconsin Breast Cancer (WBC):** Esta base de datos del UCI *data repository* [12] contiene 569 observaciones (212 tumores malignos y 357 benignos) descritos por 30 atributos. La base de datos no contiene valores perdidos y sus atributos fueron escalados entre cero y uno.

**Colorectal Microarray (CRMA):** Esta base de datos contiene la expresión de 2000 genes para 62 muestras de tejido (40 con tumor y 22 normales).

**INDAP:** La tercera base de datos proviene de un proyecto realizado para la organización chilena INDAP y se basa en una muestra balanceada de 49 variables descritas por 1,464 observaciones (767 clientes “buenos” y and 697 clientes “malos”) [6]. INDAP es el servicio más importante provisto por el gobierno que apoya financieramente a pequeños agricultores. Fue fundado en 1962 y cuenta con más de 100 oficinas a lo largo de Chile sirviendo a sus más de 100,000 clientes.

**BDDM:** Un sistema de asignación de créditos fue desarrollado para la división de micro-empresas del banco chileno Banco del Desarrollo, el cual pertenece al grupo Scotiabank. Esta división se especializa en créditos para micro-empresarios y tuvo una participación de mercado de un 30 % el 2007. La base contiene una muestra balanceada de los créditos aceptados entre los años 2004 y 2006. Para cada uno de los 3,003 créditos disponibles se tomó una decisión para clasificar el comportamiento del cliente entre “buenos” y “malos” considerando 24 atributos pre-seleccionados mediante métodos univariados.

## 5.2. Resultados

Primero se comparan los resultados para los mejores modelos obtenidos para diferentes funciones de kernel. La Tabla 1 presenta la media y desviación estándar del desempeño (tasa de acierto) de testeo utilizando validación cruzada para los parámetros:

$C = \{0, 1, 0.5, 1, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 200, 300, 400, 500, 1000\}$ ;

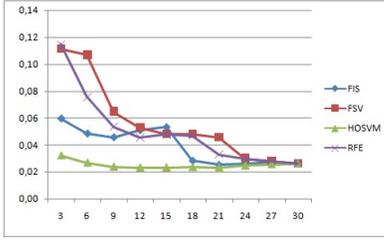
$d = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  and  $\rho = \{0, 1, 0.5, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 20, 100\}$ .

En esta etapa se demuestra para nuestros datos que la mejor alternativa es el Kernel Gaussiano o RBF.

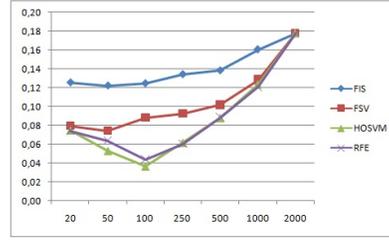
	SVM lineal	SVM polinomial	SVM RBF
WBC	94.55±2.4	96.49±2.2	98.25±2.0
CRMA	80.30±6.4	80.30±6.4	85.70±5.6
INDAP	71.10±4	75.27±3.3	75.54±3.6
BDDM	68.70±0.7	69.26±1.0	69.33±1.0

Tabla 1: Desempeño para las cuatro bases de datos considerando diferentes funciones de kernel.

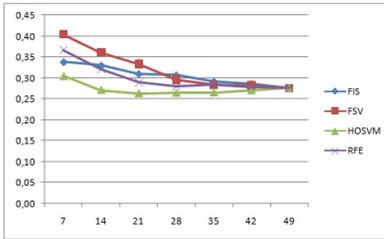
Como segunda etapa se compara el desempeño de clasificación para diferentes estrategias de selección de atributos presentados en este trabajo (Fisher, RFE-SVM, FSV y nuestro enfoque HO-SVM). Las figuras 4(a), 4(b), 4(c) y 4(d) representan el error promedio para un número creciente de atributos rankeados. Las figuras muestran que HO-SVM consigue un desempeño consistentemente superior en las cuatro bases de datos estudiadas.



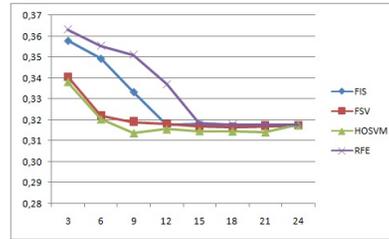
(a) base WBC



(b) base CRMA



(c) base INDAP



(d) base BDDM

Figura 4: Error promedio vs. número de atributos seleccionados para las cuatro bases de datos estudiadas.

Para enfatizar la importancia del criterio de parada del método HO-SVM, se estudia el desempeño de cada algoritmo de selección de atributos para un número fijo de atributos, obtenido cuando el método HO-SVM alcanza el criterio de parada.

	$n$	Fisher+SVM	FSV	RFE-SVM	HO-SVM
WBC	12	94.91±1.2	94.70±1.3	95.47±1.1	<b>97.69±0.9</b>
CRMA	100	87.55±7.5	91.17±6.7	95.61±5.4	<b>96.36±5.3</b>
INDAP	21	69.02±1.5	66.70±1.7	71.07±1.8	<b>73.65±1.5</b>
BDDM	9	66.66±1.2	68.09±1.0	64.89±1.2	<b>68.63±1.0</b>

Tabla 2: Número de atributos seleccionados, media y desviación de la efectividad para cuatro bases de datos.

Se puede concluir de la Tabla 2 que el método propuesto consigue un desempeño significativamente mejor en todas las bases de datos. El segundo mejor método es RFE-SVM, pero éste obtiene un mal desempeño para la base BDDM.

---

## 6. Conclusiones

---

El trabajo presenta un nuevo método iterativo de selección de atributos para SVM. Este método realiza una eliminación secuencial hacia atrás, utilizando el número de errores en un conjunto independiente como criterio para eliminar atributos en cada iteración. Una comparación con otras técnicas muestra las ventajas de nuestro enfoque:

- Consigue un mejor desempeño predictivo que otras estrategias de filtro y wrapper, debido a su habilidad para ajustarse mejor a los datos, gracias a la medida de desempeño en validación, pero evitando caer en sobreajuste.
- Presenta un criterio de parada explícito, indicando claramente cuando la eliminación de atributos comienza a afectar negativamente el desempeño del método.
- Se puede utilizar con cualquier función de kernel.
- Se puede extender de forma simple a variaciones de SVM, como SVM multiclase, y a otros métodos de clasificación.

El algoritmo se basa en una estrategia de búsqueda iterativa, lo cual es computacionalmente costoso si el número de atributos es muy alto. Para mejorar el desempeño de este tipo de métodos es recomendable aplicar métodos de filtro de forma previa al algoritmo iterativo [15]. De esta forma es posible identificar de forma rápida atributos claramente irrelevantes de forma menos costosa. En nuestros proyectos de asignación de créditos utilizamos test Chi-cuadrado para variables categóricas y Kolmogorov-Smirnov para variables continuas con muy buenos resultados [17].

Como trabajo futuro se proponen las siguientes directrices. Primero, resulta interesante la adaptación del método para variaciones de SVM y otros métodos de clasificación. Segundo, el método puede ser útil para seleccionar atributos relevantes en problemas de bases desbalanceadas mediante una adaptación de la función de error considerando los costos de equivocarse (Error Tipo I y Tipo II). Este tipo de problemas es frecuente en aplicaciones de análisis de negocios, tales como riesgo financiero, detección de fraude y predicción de fuga de clientes.

**Agradecimientos:** Este trabajo fue parcialmente financiado por el Instituto Sistemas Complejos de Ingeniería (ICM: P-05-004-F, CONICYT: FBO16) ([www.sistemasdeingenieria.cl](http://www.sistemasdeingenieria.cl)). El primer autor también agradece el financiamiento por parte de CONICYT para su estudio en el Doctorado en Sistemas de Ingeniería de la Universidad de Chile.

## Referencias

- [1] S. Ali and K. A. Smith-Miles. A meta-learning approach to automatic kernel selection for support vector machines. *Neurocomputing*, 70(1–3):173–186, 2006.
- [2] A. Blum and P. Langley. Selection of relevant features and examples in machine learning. *Artificial Intelligence*, 97:254–271, 1997.
- [3] P. Bradley and O. Mangasarian. Feature selection via concave minimization and support vector machines. *Machine Learning proceedings of the fifteenth International Conference (ICML'98), San Francisco, California, Morgan Kaufmann.*, pages 82–90, 1998.
- [4] S. Canu and Y. Grandvalet. Adaptive scaling for feature selection in svms. advances in neural information processing systems. *Cambridge, MA, USA, MIT Press*, 15:553–560., 2002.
- [5] O. Chapelle, V. Vapnik, O. Bousquet, and S. Mukherjee. Choosing multiple parameters for support vector machines. *Machine Learning*, 46(1):131–159, 2002.
- [6] P. Coloma, J. Guajardo, J. Miranda, and R. Weber. Modelos analíticos para el manejo del riesgo de crédito. *Trend Management*, 8:44–51., 2006.
- [7] U. Fayyad, G. Piatetsky-shapiro, and P. Smyth. From data mining to knowledge discovery in databases. *AI Magazine*, 17:37–54., 1996.
- [8] I. Guyon and A. Elisseeff. An introduction to variable and feature selection. *Journal of Machine Learning research*, 3:1157–1182, 2003.
- [9] I. Guyon, S. Gunn, M. Nikravesh, and L. A. Zadeh. *Feature extraction, foundations and applications*. Springer, Berlin., 2006.
- [10] I. Guyon, A. Saffari, G. Dror, and G. Cawley. Model selection: Beyond the bayesian frequentist divide. *Journal of Machine Learning research*, 11:61–87, 2009.

- [11] I. Guyon, J. Weston, S. Barnhill, and V. Vapnik. Gene selection for cancer classification using support vector machines., *Machine Learning*, 46(1-3):389–422, 2002.
- [12] S. Hettich and S. D. Bay. The uci kdd archive irvine, ca <http://kdd.ics.uci.edu>. *University of California, Department of Information and Computer science*.
- [13] C. W. Hsu, C. C. Chang, and C. J. Lin. A practical guide to support vector classification., 2003.
- [14] J. Kittler. Pattern recognition and signal processing. *Chapter Feature Set Search Algorithms Sijthoff and Noordhoff, Alphen aan den Rijn, Netherlands*, pages 41–60, 1978.
- [15] Y. Liu and Y. F. Zheng. Fs-sfs: A novel feature selection method for support vector machines. *Pattern Recognition*, 39:1333–1345, 2006.
- [16] S. Maldonado and R. Weber. A wrapper method for feature selection using support vector machines. *Information Sciences*, 179(13):2208–2217, 2009.
- [17] S. Maldonado and R. Weber. Feature selection for support vector regression via kernel penalization. *Proceedings of the 2010 International Joint Conference on Neural Networks, Barcelona, Spain*, pages 1973–1979, 2010.
- [18] E. Osuna, R. Freund, and F. Girosi. Support vector machines: Training and applications. *MIT Artificial Intelligence Laboratory , A. I. Memo AIM-1602.*, 1997.
- [19] A. Rakotomamonjy. Variable selection using svm-based criteria. *Journal of Machine Learning research*, 3:1357–1370, 2003.
- [20] G. Rätsch, T. Onoda, and K-R Müller. Soft margins for adaboost. *Machine Learning*, 42(3):287–320, 2001.
- [21] R. Ruiz Shez. Heurísticas de selección de atributos para datos de gran dimensionalidad. *Tesis Doctoral, Sevilla, Universidad de Sevilla. Mimeografiada.*, 2006.
- [22] B. Schölkopf and A. J. Smola. Learning with kernels. *Cambridge, MA, USA: MIT Press.*, 2002.
- [23] J. Shawe-Taylor and N. Cristianini. Kernel methods for pattern analysis. *Cambridge University Press, Cambridge.*, 2004.

- [24] ö. Uncu and I.B. Türksen. A novel feature selection approach: Combining feature wrappers and filters. *Information Sciences*, 177:449–466., 2007.
- [25] J. Van Hulse, T.M. Khoshgoftaar, A. Napolitano, and R. Wald. Feature selection with high-dimensional imbalanced data. *Proceedings of the 2009 IEEE International Conference ICDMW '09*, pages 507–514, 2009.
- [26] V. Vapnik. *Statistical Learning Theory*. John Wiley and Sons, New York., 1998.
- [27] J. Weston, A. Elisseeff, G. Bakir, and F. Sinz. The spider. <http://www.kyb.tuebingen.mpg.de/debspeople/spider/>.
- [28] J. Weston, A. Elisseeff, B. Schölkopf, and M. Tipping. The use of zero-norm with linear models and kernel methods. *Journal of Machine Learning research*, 3:1439–1461, 2003.
- [29] J. Weston, S. Mukherjee, O. Chapelle, M. Pontil, T. Poggio, and V. Vapnik. Feature selection for svms. *Advances in Neural Information Processing Systems*, MIT Press, Cambridge, MA., 13, 2001.

---

# MODELO DE SIMULACIÓN DE LOS PROCESOS EN PATIO DE EQUIPAJES EN UN AEROPUERTO DE ALTA DEMANDA

---

JUAN PABLO CAVADA \*

CRISTIÁN E. CORTÉS \*\*

RICARDO GOEPPINGER \*\*

PABLO A. REY \*\*\*

## Resumen

El manejo de equipajes es parte relevante dentro de las actividades en tierra ligadas a los vuelos en un aeropuerto y muestra directa relación con la percepción de calidad de servicio de una compañía aérea. Actualmente, los grandes aeropuertos operan con sistemas de manejo de equipaje automatizados. El Aeropuerto de Santiago dispone de un sistema bastante avanzado pero aún parte de sus operaciones se realizan de manualmente, lo que produce una menor calidad de servicio y problemas en la gestión del aeropuerto. En este trabajo se presenta un modelo de simulación de la operación del terminal, desde la llegada de pasajeros a los *counters* hasta la carga de equipajes en los aviones. El modelo de simulación se implementó con el paquete de microsimulación de tráfico PARAMICS. Para realizar esta implementación se debió adaptar la lógica del funcionamiento del sistema de manejo de equipajes a la lógica de los flujos vehiculares asociados al tráfico urbano. Con el apoyo del simulador construido se han identificado los cuellos de botella del sistema, las causas de las detenciones del sistema de cintas transportadoras y la sobrecarga de trabajo en ciertos sectores en determinados periodos del día. A partir de estos resultados, se proponen alternativas de mejora para los problemas detectados. Además, el simulador permite estimar el rendimiento de configuraciones hipotéticas diferentes de la operación actual.

PALABRAS CLAVE: Simulación, Equipajes, Logística en Aeropuertos.

---

\* Departamento de Ingeniería Civil, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas. Universidad de Chile, Santiago, Chile.

\*\* Departamento de Ingeniería Industrial, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas. Universidad de Chile, Santiago, Chile.

\*\*\* Facultad de Ingeniería, Universidad Diego Portales, Santiago, Chile.

---

## 1. Introducción

---

El manejo de equipajes es un proceso relevante para las actividades en tierra asociadas a los vuelos que operan en los aeropuertos, tanto para usuarios como para operadores. Lo anterior debido a que una buena imagen de las empresas de transporte aéreo se ve muy afectada si los equipajes no llegan a destino, o bien sufren daños durante los viajes. Este tipo de operaciones se complica mucho en los principales aeropuertos de las ciudades importantes del mundo, donde la cantidad de vuelos que deben procesarse en forma simultánea genera una alta actividad e intensidad de pasajeros, lo cual hace que estas operaciones se vuelvan extremadamente complejas.

En la actualidad, los mayores aeropuertos del mundo operan con sistemas de manejo de equipaje automatizados (BHS, del inglés *baggage handling system*). En el Aeropuerto Internacional de Santiago se cuenta con un BHS bastante avanzado, pero que no es completamente automático. En este caso, la empresa a cargo de la mayoría de estas operaciones (Andes Airport Services) realiza la mayor parte de sus procesos de manera principalmente manual. Así, operaciones de separación y distribución de equipajes en distintos vuelos de la misma compañía se realiza sin incorporar toda la tecnología necesaria para tener un control y manejo eficiente de las labores del patio de equipajes (en adelante PEQ) así como un ordenamiento adecuado para enfrentar situaciones de estrés, las cuales se han hecho bastante recurrentes en el último tiempo debido a un explosivo aumento tanto de la demanda como de la oferta de vuelos, situación que no ha estado alineada con un aumento y mejora de las instalaciones del aeropuerto para facilitar estas tareas.

De hecho, durante los meses de Enero y Febrero de 2011, el Aeropuerto Internacional de Santiago enfrentó la demanda record histórica. Solamente durante Febrero 1.077.193 pasajeros pasaron por el terminal, lo que representa un aumento cercano al 25 % con respecto al mismo periodo del año 2010. Durante el año 2010 se transportaron un total de 10 millones de pasajeros, constituyendo un alza del 14,3 % con respecto al año 2009. En los meses que van del año 2012, la demanda se sigue incrementando considerablemente, mostrando una tendencia preocupante e inmanejable si no se toman medidas radicales en cuanto a los protocolos de operación en el corto plazo. La capacidad del aeropuerto AMB fue ampliada en el año 2001 y está estimada en 9,5 millones de pasajeros por año. Bajo este escenario, todos los sistemas que operan el terminal están sometidos a un nivel de estrés sin precedentes. Como consecuencia

se producen largas esperas para los pasajeros, retrasos en los vuelos y posibles pérdidas (daños) de equipajes en el proceso de manipulación desde su llegada al sector de *counters* hasta que son subidos a los aviones.

Todo lo anterior representa una motivación especial para estudiar y proponer mejoras de corto y mediano plazo para mejorar la operación optimizando las operaciones, procesos y el uso de los recursos disponibles con el fin de soportar este aumento en la intensidad de la demanda, bajo un escenario (infraestructura disponible) que no se espera que cambie al menos en los próximos dos años. El tipo de medidas que deben ser consideradas van desde mejorar los indicadores de rendimiento hasta poder cuantificar las dotaciones necesarias de personal, mejorar en una primera instancia los procesos en la operación, para finalmente rediseñar los protocolos y proponer medidas concretas de mejoramiento en los plazos requeridos. Notar que una adecuada operación logística del sistema y manejo de equipajes permite optimizar los recursos disponibles, aprovechando al máximo la capacidad instalada en una primera etapa, y proponiendo mejoras razonables en la línea de potenciales aumentos de capacidad en el mediano y largo plazo.

En este artículo se presenta una primera etapa de mejoramiento que contemple la implementación de un simulador de todos los procesos que involucran el traslado de las maletas desde el sector de *counters* hasta el carro que finalmente las lleva al avión. Del resultado de las simulaciones será posible analizar en profundidad el BHS para el área de embarques nacionales e internacionales, identificando los cuellos de botella en la operación, así como los procesos críticos y su impacto en el resto del sistema. La métrica fundamental utilizada para cuantificar el rendimiento del sistema es el número de maletas que quedan en tierra, es decir maletas que a pesar de ser ingresadas en *counters*, no logran acceder al avión.

En la simulación se ha capturado la relación entre todos los componentes que afectan el equipaje de aquellos pasajeros que embarcan. Se ha modelado la ruta completa que siguen las maletas a través del sistema, considerando desde el momento en que los pasajeros ingresan al terminal y se ponen en cola, el *check-in* e ingreso de sus maletas al sistema, el tránsito por las cintas transportadoras desde el sector de *counters*, el paso de éstas por los sistemas de seguridad a través de los escáners localizados en lugares estratégicos, hasta la llegada a los carruseles del patio de equipaje donde son cargadas en carros y despachadas a los correspondientes aviones. Debe mencionarse que Andes Airport Services maneja el 85 % del equipaje del aeropuerto, lo que corresponde a más de 18 mil maletas diarias en embarques en los periodos del año con mayor demanda (meses de verano principalmente).

Existe abundante literatura en temas de simulación del *check-in* en aero-

puertos. En [6] se analiza con profundidad las principales ventajas de estudiar este tipo de sistemas utilizando simulación pura o en combinación con otras herramientas, tales como teoría de colas u optimización lineal. En [3] entregan argumentos a favor de utilizar simulación para modelar los procesos de *check-in* de pasajeros en los aeropuertos y se apoya con un estudio de caso correspondiente al aeropuerto de Amsterdam. Las colas en los aeropuertos se explican como función de fuertes fluctuaciones y *peaks* durante el día en la cantidad de pasajeros que llegan. La teoría de colas es incapaz de explicar esta variabilidad y por lo tanto no es apropiada para calcular la cantidad de *counters* requeridos. Una aproximación alternativa se encuentra en [2], donde mediante el uso de simulación se estiman tiempos de espera para pasajeros en función de la cantidad de *counters* disponibles para cada vuelo en forma dinámica a lo largo del día. En [5] se explica en detalle el modelo necesario para optimizar la asignación de *counters* basándose en el patrón de llegada de pasajeros.

En cuanto al modelamiento de sistemas de equipajes, existen trabajos a nivel macroscópico, como [1, 4]. En ambos trabajos el BHS es parte de un simulador que representa todos los procesos relacionados en el terminal, donde cada proceso es un módulo, lo que resulta muy útil a la hora de evaluar el desempeño global del terminal. Por otro lado existen simulaciones del BHS, también detalladas en [1], pero con modelos construidos *ad hoc* para aeropuertos específicos, por lo que su extensión a casos generales no directa.

Observando globalmente la literatura en relación con el modelamiento de BHS, notamos que los trabajos son ya sea muy desagregados (micro) o bien muy agregados (macro), lo que dificulta capturar las relaciones existentes entre la llegada de pasajeros al terminal, el ingreso al sector de *check-in* y el trabajo de los operarios que cargan las maletas al avión al final de la cadena. La simulación propuesta en este trabajo está estructurada y construida sobre un microsimulador de tráfico urbano, que se ha adaptado vía API para emular el movimiento de las maletas sobre una red de correas transportadoras con prioridad. Esta construcción nos permitió estudiar de mejor forma la relación entre los procesos mencionados anteriormente.

En la siguiente sección, se entrega una breve descripción del funcionamiento del patio de equipajes BHS, para el caso de los embarques, notando que el presente estudio se ha centrado en el movimiento de maletas desde los *counters* hasta los aviones que salen del aeropuerto, no incluyendo por el momento la operación para recuperar las maletas de los vuelos que llegan, proceso que debería ser bastante más sencillo de enfrentar. En la sección 3 se describe en forma detallada como ha sido estructurado el simulador, mientras que en la sección 4 se presentan los resultados que se obtienen del simulador. La sección 5 cierra este artículo con conclusiones del trabajo, el estado actual del desarrollo

y las tareas futuras.

---

## 2. El Sistema BHS de Embarques

---

Con el objeto de entender las componentes y lógica de funcionamiento del simulador construido, en primer lugar es importante describir en detalle el sistema de manejo de equipajes del Aeropuerto Internacional de Santiago. El BHS en su forma más pura está constituido por el conjunto de cintas transportadoras, puertas y carruseles que se utilizan para llevar las maletas de los pasajeros desde el punto de entrega en *counters* hasta los contenedores que se ingresan al avión. En la definición del BHS incluiremos todos los sistemas anexos al manejo de equipajes que de alguna forma se relacionan con su funcionamiento, desde la llegada del pasajero al aeropuerto hasta el momento del carguío en la aeronave.

Se revisan primero los componentes principales del BHS (Figura 1) y luego se realiza una descripción del recorrido de los procesos involucrados. El aeropuerto bajo estudio posee 104 mesones para el registro de pasajeros (*counters*), los cuales se encuentran agrupados en cuatro subsistemas (T1, T2, T3 y T4). Los 28 *counters* de cada "T" (20 en el caso de la T4) están conectados a una cinta común llamada colector, el ingreso de los equipajes desde el mesón al colector es automático. Cada colector termina en una profunda bajada hasta el patio de equipajes, al final de la cual se localiza un escáner de seguridad conocido como N2 (nivel de seguridad 2).

En el primer piso del aeropuerto se encuentra el patio de equipajes (que ya hemos denotado PEQ), lugar en el que se manejan todos los equipajes que llegan o salen del terminal. Cada uno de los subsistemas "T" desemboca en dos carruseles donde los equipajes son segregados y cargados en los carros para ser trasladados finalmente a sus aviones. En total existen ocho carruseles: M1 y M2 asociados a la T1, M3 y M4 a la T2, desde la T3 se descarga a los carruseles M5 y M6, y finalmente las maletas de la T4 llegan hasta los carruseles M7 y M8. En forma transversal a todo el patio existe la cinta L3, que puede recoger equipajes de todas las "T" y los lleva a otro subsistema T5. En el subsistema T5 se procesan todos los equipajes que presentan algún tipo de inconveniente, ya sea porque el sistema de dirección ha perdido su identificación (conocido como error de rastreo) o porque ha sido marcado como "sospechoso" por el escáner N2. La T5 está formada por un escáner de mayor potencia (conocido como N3 o nivel 3), un sector cerrado de alta seguridad para los casos especiales y un carrusel donde terminan los equipajes liberados llamado M9.

Además de las cuatro “T” hay otras dos bajadas de equipajes, cuales son la cinta para equipajes sobredimensionados y la cinta para los *counters* de pasajeros preferenciales. Estas dos cintas poseen su propio escáner de seguridad N2. Aunque en este estudio el foco está en los equipajes de salidas, por completitud cabe mencionar que existen en el patio nueve cintas para arribos, numeradas de R1 a R9.

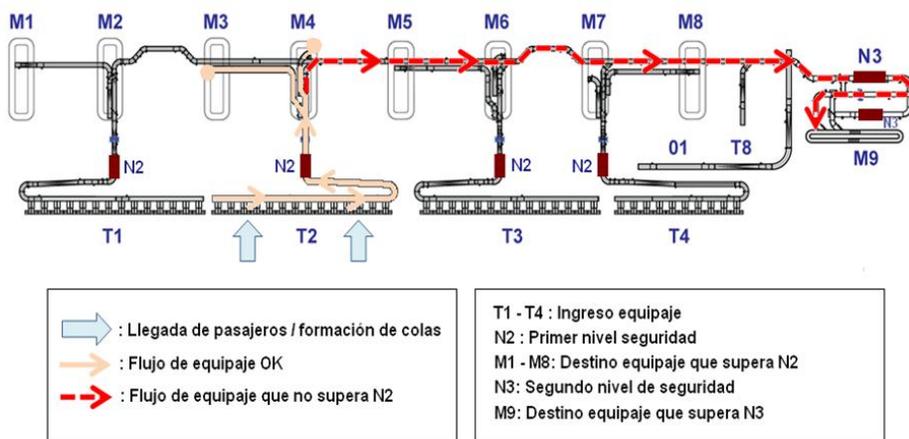


Figura 1: Plano esquemático del BHS del aeropuerto Internacional de Santiago

Habiendo revisado los elementos más importantes de sistema BHS, se describirá a continuación el recorrido de un equipaje por el sistema, desde el momento del ingreso del pasajero al edificio del terminal hasta que es colocado en el carro o contenedor correspondiente al vuelo asociado.

**Sector Counters (tercer piso)** Los pasajeros ingresan al terminal por el tercer piso del edificio, desde ahí acceden a la cola correspondiente a su vuelo. Cada fila está asociada a un conjunto de *counters*. Se denota *corral* al conjunto de *counters* que atienden un mismo grupo de vuelos y a su cola de pasajeros correspondiente.

Una vez en el mesón correspondiente a su vuelo, el equipaje es depositado en la cinta sobre una bandeja especial y la persona a cargo del mesón hace ingreso de este en el sistema utilizando una pistola de código de barras. A partir de este momento, el sistema controlador del BHS tiene registrada la posición de la maleta, conoce el carrusel que tiene por destino (que depende del *counter* por el que ingresó) y envía la orden de ingreso del equipaje a la cinta del colector. La maleta esperará en la entrada del colector hasta el momento que se genere una brecha espacial en el colector. Debe notarse que si por algún motivo el operario fuerza la entrada al colector o deposita un equipaje no registrado,

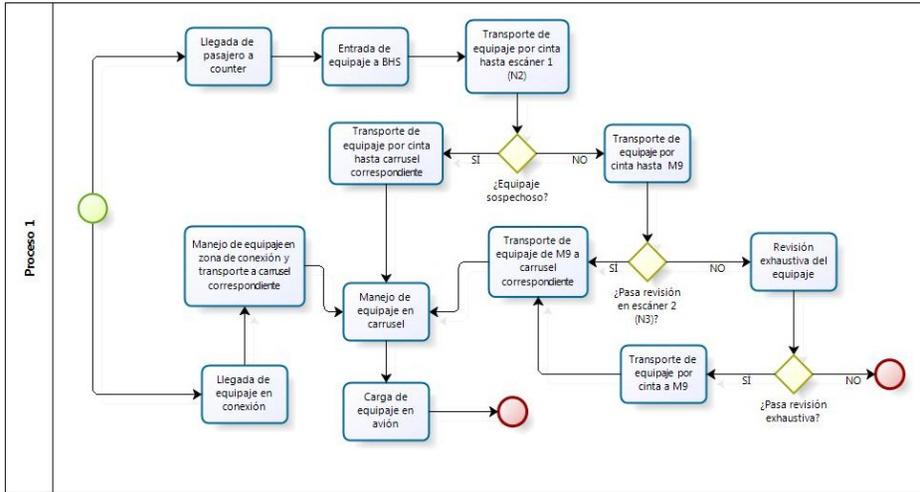


Figura 2: Esquema de operación del sistema BHS

éste será enviado directamente al sector M9.

En caso que el equipaje exceda las dimensiones de la cinta, el personal del aeropuerto lo llevará desde el mesón hasta la cinta de sobredimensionados, donde es escaneado y enviado directamente al PEQ. Esta cinta se utiliza también en el caso que ocurra una falla que imposibilite el descenso normal de equipaje por alguna T.

**Patio de Equipajes (primer piso)** Una vez dentro del colector, la maleta descende hasta el escáner N2 y llega al patio de equipajes. Luego de la salida del escáner se encuentra con un *diverter* (sistema de palas metálicas) la cual la desviaré hacia alguno de los dos carruseles dependiendo del mesón por donde ingresó o, en caso de haber sido encontrada sospechosa en el escáner, seguirá directo hacia la cinta L3.

Asumiendo que la maleta arriba sin contratiempos al carrusel que le corresponde, permanecerá ahí dando vueltas hasta que un operario de la empresa a cargo del vuelo la retire. A partir de este punto el proceso es principalmente manual y se denomina “preparación del vuelo”. En primer lugar se segrega y deposita en carros el equipaje que ha llegado a cada carrusel de acuerdo al vuelo que pertenece, proceso a cargo de uno o dos operarios, dependiendo de la complejidad del vuelo. Para distintos tipos de vuelo, los operarios estarán disponibles entre 90 a 150 minutos antes de la salida del vuelo. Entre veinte a catorce minutos antes de la hora de salida del vuelo estos contenedores salen hacia el avión, quedando en tierra cualquier maleta no cargada hasta ese momento.

Existen dos reglas de asignación de operarios utilizadas en el patio de equipajes. El *sistema operativo-vuelo* en la cual cada operario es asignado exclusivamente a la preparación de un único vuelo, tal como fue descrito en el párrafo anterior. La regla alternativa se denomina *sistema pool*, en el cual se asigna un grupo de operarios al trabajo de un carrusel y es el jefe de este grupo (llamado coordinador) quien debe priorizar la carga de los vuelos. El sistema *pool* se utiliza principalmente en la preparación de vuelos domésticos de baja complejidad, mientras que la asignación operario-vuelo se usa en el caso de los destinos internacionales.

En caso que la maleta haya sido desviada hacia la cinta L3, ésta llegará hasta el final del patio, donde pasará por un nuevo escáner (N3). Si luego de la segunda revisión la maleta aún está bajo sospecha, ésta será desviada al sector de mayor nivel de seguridad para una revisión exhaustiva. Una vez superados los controles de seguridad los equipajes arriban al carrusel M9, donde un operario de la empresa a cargo del vuelo deberá registrar su llegada en el sistema y colocarla en un carro que la lleve hasta el carrusel donde se está preparando su vuelo o en caso de estar cerca de la hora de salida del vuelo, la trasladará directamente el avión.

---

### 3. Herramienta de Simulación del BHS

---

Para poder entender dónde se producen los cuellos de botella en situaciones de alta demanda y analizar en profundidad distintas medidas y escenarios posibles de implementar en el sistema de procesamiento de equipajes que llegan al aeropuerto, se decidió programar un simulador del sistema, desde la llegada de los pasajeros a su respectiva cola para ser atendidos en *counters* hasta que el equipaje es puesto en el carro que lo llevará al avión. La necesidad de partir la modelación en las colas de los *counters* se debe a que varios de los escenarios bajo estudio tienen un impacto potencial en los tiempos de espera de los pasajeros en los corrales antes descritos.

El simulador fue programado utilizando el paquete de microsimulación de tráfico QUADSTONE PARAMICS v6. Esta plataforma utiliza un esquema de simulación de tiempo continuo, donde el estado de cada entidad es actualizado cada medio segundo. Una contribución importante de este trabajo es adaptar el modelo cuyas entidades originalmente correspondían a vehículos moviéndose en las calles, al caso de representar entidades que ahora son maletas moviéndose a lo largo de las cintas transportadoras del sistema BHS. En simulación microscópica de tráfico se codifica una red vial fija, un conjunto de zonas (que representan los orígenes y destinos de los viajes) y varias entidades que se des-

plazan por la red entre estas zonas con el fin de satisfacer tales necesidades de viaje. La mayor ventaja de este programa, y principal motivo para elegir el uso de un simulador de tráfico, está en que mediante el uso de APIs (*Application Programming Interface*) es posible controlar todos los parámetros y variables de la simulación en todo momento, haciendo factible la adaptación de los modelos de tráfico a la lógica de la red de manejo de equipaje.

Las principales ventajas de usar esta metodología de adaptación de un modelo de tráfico para emular el funcionamiento de un BHS son las siguientes: Flexibilidad de modelación. A través de la API y la implementación de módulos programados en C++, es posible aumentar las capacidades del software a escenarios distintos a los que por defecto corresponden a la simulación del tráfico urbano. Así, en este caso se modeló la llegada de pasajeros, atención en *counters*, conexiones, y recepción y carga de maletas en el patio de equipajes a través de módulos programados en C++ que interactuaban con el simulador del BHS.

Representación del comportamiento del BHS. Una vez que se adaptó apropiadamente el programa a la lógica de movimiento de las maletas sobre el sistema de cintas transportadoras, fue posible modelar de manera satisfactoria y muy realista el comportamiento mecánico de las cintas, especialmente las reglas de prioridades en las intersecciones, detenciones de cinta y cambios de velocidad por tramos.

Nivel de detalle. PARAMICS permite controlar todos los elementos del simulador en intervalos de medio segundo o menos, de esta manera es posible rastrear la posición y estado de todos los elementos del simulador al nivel de detalle que se requiera para cada experimento.

Capacidad gráfica. PARAMICS permite generar una representación gráfica del funcionamiento del BHS de manera directa y amigable. Además, permite comunicar resultados en un lenguaje natural a cualquier público.

De los cuatro módulos principales estudiados, los sectores de *counters* y el PEQ se encuentran programados “sobre” PARAMICS, es decir, son ejecutados independientemente y terminan con la creación de un evento en la red (ej. creación de maletas) o se ejecutan en respuesta a un evento (ej. llegada de un equipaje a una zona de destino). Por otro lado, los módulos BHS y Conexiones son modificaciones al comportamiento de las entidades en la red y se encuentran en constante ejecución durante la simulación.

El simulador está formado por cuatro módulos fundamentales, los cuales operan de manera conjunta e interconectada. Estos son sector *counters*, comportamiento BHS, patio de equipajes y conexiones. En las siguientes subsecciones se detallará el funcionamiento de cada proceso.

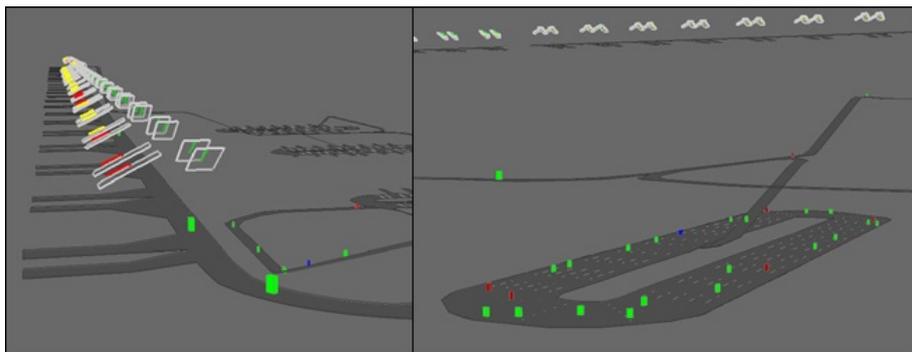


Figura 3: Sector de *counters* (izquierda) y carrusel (derecha) modelados en PARAMICS

### 3.1. Sector *Counters*

Este módulo se encarga de representar: llegadas de pasajeros al aeropuerto, colas, asignación de corrales, atención de pasajeros e ingreso de equipajes al BHS. El diagrama de la figura 4 muestra el proceso.

**Generación de Pasajeros** Se utiliza el itinerario del día y la proyección de pasajeros del *booking* para determinar la cantidad de pasajeros por vuelo. Gracias a estudios realizados previamente por las aerolíneas se conoce la distribución del momento de llegada de los pasajeros al terminal para la mayoría de los vuelos. En los casos en que ésta se desconoce, se estima la cantidad de pasajeros utilizando el itinerario y el tipo de aeronave utilizada. La llegada de los pasajeros se supone igual a un vuelo de similar destino que tenga distribución conocida.

Cabe mencionar, que se decidió trabajar con distribuciones de llegadas empíricas, por un lado porque es un dato de fácil acceso que la aerolínea mantiene actualizado, y por otro porque no es posible encontrar una distribución teórica que se ajuste adecuadamente a todos los vuelos.

Utilizando estas distribuciones, se sortean para cada pasajero en forma independiente el intervalo de 5 minutos en que arribará al terminal, y dentro de dicho intervalo el momento exacto sigue una distribución uniforme discreta. Todos los pasajeros son generados al momento del inicio de la simulación.

**Asignación de Corrales** Como se mencionó anteriormente, un corral consiste en una fila de pasajeros y un grupo de *counters* que la atiende. Salvo casos excepcionales, varios vuelos se encuentran asignados a un mismo corral. En la medida que los pasajeros (generados anteriormente) van llegando al terminal, van ingresando a la cola correspondiente al corral asignado a su vuelo.

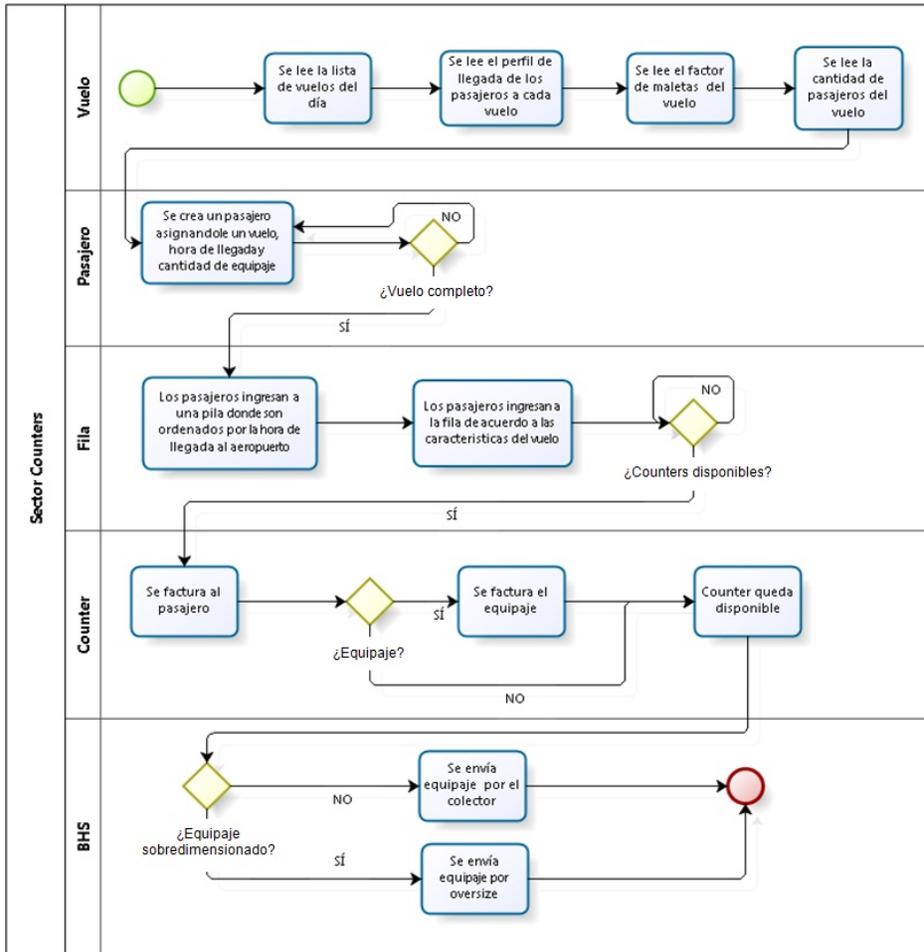


Figura 4: Diagrama de flujo de operación del sector *counters*

El simulador está diseñado para tener la mayor flexibilidad en la atención de las filas por los *counters*. Para modelar este proceso en forma realista y rigurosa, al simulador se le entrega el horario de funcionamiento de cada *counter*, las filas que atiende y el carrusel destino que tendrán los equipajes por allí ingresados.

Aunque la cantidad de *counters* abiertos de cada aerolínea obedece a una asignación diaria inicial, a lo largo del día y en la medida que las condiciones de la operación lo ameritan se vuelve necesario modificar dicha asignación y redistribuir el personal. Para dar al simulador la capacidad de reasignar de forma dinámica los *counters*, cada diez minutos de simulación se ejecuta una rutina que evalúa las condiciones de las filas de espera de cada aerolínea (principalmente el tiempo de espera estimado para los pasajeros y la proximidad de la salida del vuelo) y reasigna los recursos según sea posible.

**Atención en counters** A través de mediciones en terreno, se estimó que el tiempo de atención de un pasajero en el *counter* se compone de la siguiente forma:

Tiempo de atención total = Tiempo de registro en el sistema + 30 seg por maleta.

Para determinar el tiempo de registro en el sistema, se realizó un análisis estadístico de tiempos de atención en base a las mediciones periódicas que efectúan las aerolíneas, con datos que abarcan desde Enero a Junio del año 2011, para las distintas filas existentes. La cantidad de maletas de cada pasajero es una variable aleatoria distribuida uniforme discreta. Las aerolíneas conocen el *factor de maletas* de cada vuelo, es decir, la cantidad promedio de equipajes por pasajero. Este factor es actualizado constantemente de acuerdo a la temporada.

**Creación de Maletas** Una vez atendido el pasajero, pero antes de que su maleta sea creada en el sistema, se debe sortear cuál es la probabilidad que dicha maleta genere un atasco en la cinta. Para ello se realizaron mediciones en terreno que permitieron conocer los tipos de errores que se producen en *counters* y la probabilidad que éstos generen un bloqueo. Los datos fueron recogidos desde el 1 al 6 de Noviembre de 2010, y desde el 10 al 17 de Enero de 2011. En síntesis, se clasificaron los equipajes en cuatro categorías que se muestran en la tabla 1. A cada maleta creada se le asigna algún tipo de manera independiente.

Categoría	Descripción	Proporción
Tipo 1	Equipaje enviado sin bandeja	9,47 %
Tipo 2	Equipaje con ruedas hacia abajo <b>o</b> parado <b>o</b> con manilla arriba	27,55 %
Tipo 3	Equipaje parado <b>y</b> con ruedas abajo	0,47 %
Tipo 4	Equipaje OK	62,51 %

Tabla 1: Clasificación para el simulador de equipajes al ingresar vía *counter*

Finalmente existe una probabilidad de que el tamaño del equipaje sea mayor al permitido por la cinta. En ese caso en lugar de crearse en la cinta frente al *counter* se creará en frente de la cinta de sobredimensionado en una cantidad de unidades de tiempo más tarde dependiendo de la distancia entre el *counter* y dicha cinta.

### 3.2. Comportamiento BHS

Este módulo representa el núcleo del simulador y en él se encuentran todas las reglas de operación del BHS. En este módulo se definen las modificaciones que permiten representar el sistema de equipajes utilizando PARAMICS.

**Comportamiento de equipajes en la cinta** La primera rutina de este módulo consiste en adaptar el comportamiento de las entidades para que corresponda al de una cinta transportadora. En cada paso del reloj de simulación se define la velocidad de cada maleta de acuerdo a las siguientes reglas:

1. Si la maleta no es la primera en la sección de la cinta (llamada *Líder*) se fija su velocidad igual a la que está inmediatamente delante. En caso contrario se procede al paso 2.
2. Para la maleta *Líder*, se revisa primero la velocidad de la última maleta del tramo siguiente. Si aquella se encuentra detenida, estamos frente a un atasco (ver sección detenciones) y por lo tanto su velocidad es cero. En caso contrario, se fija la velocidad del *Líder* igual a la determinada para el tramo correspondiente de la cinta.

La velocidad de cada tramo de la cinta está determinada por las especificaciones de la cinta y sólo pueden ser modificadas por Aerotech, empresa a cargo de su funcionamiento.

**Inyección de Maletas al Colector** Cuando las maletas son creadas en el sistema, aparecen en una cinta que une el *counter* con la cinta colector de la T correspondiente. En el momento que el operario del *counter* pide al sistema ingresar una maleta al colector, ésta debe esperar hasta que exista un espacio suficiente en ella para poder ingresar. Sucede que en la medida que aumenta la cantidad de *counters* operando, aquellos ubicados “aguas abajo” tienen serias dificultades para poder inyectar las maletas, disminuyendo considerablemente su tasa de atención.

Para simular la forma en que el BHS inyecta maletas al colector de cada T, se utiliza esta rutina que inserta un semáforo en la intersección de ambas cintas y sólo permite la inyección de la maleta al colector si existe el espacio suficiente. Por ejemplo, en la figura 5, producto del flujo sobre el colector, los *counters* 4, 7 y 8 no pueden ingresar sus maletas a la cinta.

Esta misma rutina, pero con distintos tiempos de paso, se utiliza también en las demás intersecciones del sistema.

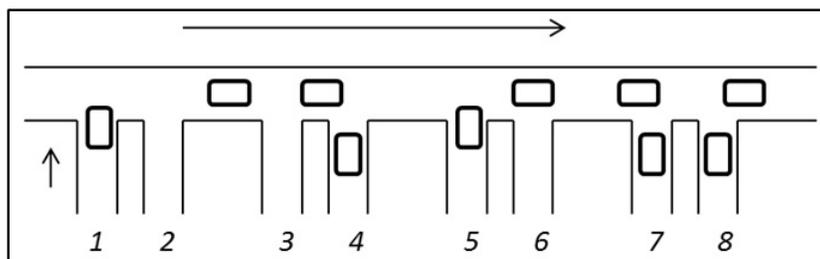


Figura 5: Ejemplo de funcionamiento y prioridades del colector

**Detenciones de Cinta** La probabilidad que una maleta produzca un atasco en algún punto de la cinta fue determinada al momento de su creación. Esta rutina hace efectiva esta probabilidad. Un atasco produce la detención de toda una sección de la cinta y de todos los tramos anteriores hasta llegar al colector en el sector de *counters*. Sin embargo, el sistema continúa funcionando normalmente aguas abajo del punto de detención.

Por simplicidad se definieron ciertos “puntos de detención” como los únicos lugares donde es posible que se produzcan incidentes dentro de la cinta. Estos puntos están localizados en aquellos lugares donde los atascos son más frecuentes. Cada vez que un equipaje pasa por un punto de detención, se sortea si se produce o no la detención así como su duración.

Categoría	Duración de la detención (seg)	Probabilidad de detención	Tipo de maleta asociado
Equipaje sin bandeja	$U[60, 120]$	5 %	Tipo 1
Equipaje en mala posición	$U[120, 360]$	1 %	Tipo 2
Equipaje en muy mala posición	$U[180, 300]$	50 %	Tipo 3

Tabla 2: Características de los tipos de detenciones

**Redirección de Equipajes a M9** Por omisión, el destino de cada equipaje está definido por el *counter* en el cual ingresa al sistema. Sin embargo, en ocasiones es necesario redirigir este equipaje al sector de M9. Los casos más frecuentes son por haberse encontrado sospechosa en el escáner de seguridad o por haberse visto envuelta en algún atasco. Lo que hace esta rutina es cambiar la zona de destino del equipaje.

**Escáneres N2 y N3** En cada T existe una máquina de rayos X que revisa todos los equipajes. Cada vez que un equipaje ingresa al tramo de la cinta que corresponde al escáner, se ejecuta con una probabilidad constante su redirección a M9, lo cual modela una maleta que ha sido encontrada sospechosa. En el caso del escáner N3, la rutina es la misma, salvo que redirige el destino del equipaje hace el sector de escaneo de alta seguridad.

**Escáner de Alta Seguridad** Cuando alguna maleta se redirigida a esta zona, se detiene en el lugar del escáner por un tiempo aleatorio y luego es reingresada a la red por el punto de salida.

**Ingreso y Estadía en Carrusel** Los carruseles están formados por tramos de cinta con varias pistas (en el lenguaje de simulación de tráfico). Esta condición se aplica para simular la realidad, donde los equipajes se van apilando unos encima de otros a medida que el carrusel se llena. Por esta circunstancia el ingreso a carrusel es distinto a las intersecciones normales modeladas con la rutina inyección al colector.

Cuando llega una maleta a la entrada del carrusel proveniente de *counters*, se revisa la cantidad de equipajes en el primer tramo del carrusel. Si las tres líneas se encuentran ocupadas, la maleta deberá esperar hasta que exista un espacio en alguna de ellas donde pueda ingresar. En el caso de los equipajes que no provienen de *counters*, estos ingresan por una pista especial al carrusel y sólo requieren que exista algún espacio suficiente de ingreso que esté disponible.

### 3.3. Patio de Equipajes

Las rutinas del módulo de Patio de Equipajes principalmente controlan la salida de las maletas del sistema o definen el estado de los recursos del sistema.

**Atención en Carruseles** Se ejecuta cada vez que un equipaje pasa por el punto de salida del carrusel. Esta rutina tiene dos variantes dependiendo del tipo de política de atención que se esté implementando. En el caso de tener personal específico trabajando en cada vuelo se tiene:

1. Si la maleta pertenece a un vuelo cerrado, se registra el arribo tardío y se elimina del sistema.
2. Se revisa si el equipaje pertenece a un vuelo que esté ya sea en preparación o en cierre. Si no, el equipaje da otra vuelta al carrusel.
3. Se revisa si existe personal asignado a ese vuelo disponible. Si no, el equipaje da otra vuelta al carrusel.

4. Se recuerda la hora y lugar de retiro del equipaje. El operario queda ocupado por un tiempo distribuido exponencialmente.

En el caso alternativo que el personal sea asignado al carrusel y no a un vuelo específico, la rutina cambia ligeramente para revisar que exista personal total disponible.

**Gestión de Personal** En realidad corresponde a una serie de rutinas que gestionan constantemente la cantidad de personal disponible en los distintos puntos del aeropuerto. A continuación, se entrega una breve descripción de estas funciones:

Disponibilidad de personal asignado: El total de personal disponible en cada puesto de trabajo a lo largo del día es definido como un parámetro de la simulación. Este conjunto de rutinas actualiza constantemente el personal máximo disponible en las diferentes posiciones de acuerdo a dicha planificación.

Liberar operarios ocupados en carruseles: En cada paso del reloj se revisa si alguno de los operarios ocupados está nuevamente disponible. El tiempo que un operario se demora en procesar una maleta se distribuye exponencialmente con tasa  $\mu$  [maletas/minutos], por lo tanto, si se destinan  $n$  operarios en el mismo vuelo o carrusel, tendremos que el tiempo que se demora en quedar libre el primero de los  $n$  operarios se distribuirá exponencialmente con media  $1/(n\mu)$  [minutos]. .

**Estado de los Vuelos** En cada minuto de simulación se actualiza el estado de todos los vuelos. Los estados posibles son:

Pendiente: corresponde al estado inicial de todos los vuelos y significa que no se han ejecutado acciones relacionadas con él. Una maleta de un vuelo pendiente tendrá la menor prioridad para ser procesada.

En preparación: significa que los operarios del patio han comenzado a buscar activamente las maletas de este vuelo y a colocarlas en carros. Equipajes que se encuentren en el sector M9 serán redirigidos a los carruseles correspondientes.

En cierre: a partir de veinte minutos antes de la hora de salida, un vuelo ingresa en esta etapa, lo que significa que los procesos se aceleran y los equipajes que están en M9 son enviados directamente al avión en lugar de retornar al carrusel.

Cerrado: El vuelo no admite más equipajes. Cualquier equipaje que arribe después de este momento se considera irremediablemente perdido y es eliminado del sistema. En la práctica estos equipajes deberán ser reprogramados para ser enviados en el siguiente vuelo al mismo destino.

**Atención en M9 y Redirección de Equipajes** El carrusel M9 (donde llegan las maletas con problemas) funciona similarmente a los otros ocho carru-

seles, salvo dos excepciones: primero, siempre se trabaja con una cantidad fija de operarios que vigilan todos los vuelos que llegan y segundo, las maletas en lugar de ser eliminadas del sistema deben ser colocadas en pilas especiales para regresarlas al carrusel donde originalmente debieron llegar (si es que se dispone del tiempo suficiente antes de la salida del vuelo).

El regreso de los equipajes desde M9 a los respectivos carruseles ocurre cuando alguna de las pilas de equipajes alcanza el tamaño máximo o se ha cumplido el límite de tiempo desde la última devolución. Cualquiera sea la condición, se reparten todos los equipajes pendientes. Esta rutina crea (en una cantidad de unidades de tiempo que depende de la distancia entre M9 y el carrusel correspondiente) nuevas maletas con el mismo número de identificación que las que se entraban en la pila. Estas maletas son creadas en la pista especial para ingreso de cada carrusel.

### 3.4. Parámetros del Simulador

Los parámetros utilizados por el simulador se dividen en:

- (a) *Parámetros históricos*: Son aquellos parámetros que no cambian en cada escenario. Estos parámetros provienen de mediciones, estimaciones o información histórica proporcionada por las compañías aéreas. Esto no significa que no puedan ser modificados, ya que pueden actualizarse para recrear de mejor manera el día que se quiere simular.
- (b) *Parámetros de escenario*: Para construir diferentes escenarios de un mismo día simulado, se debe cambiar un set limitado de datos, por ejemplo la cantidad de operarios de *counters* atendiendo o el carrusel del patio de equipaje que atenderá a cada vuelo, dependiendo del fenómeno que se quiera estudiar.

En la tabla 3 se describen los parámetros más relevantes del sistema, clasificados como parámetro histórico o de escenario.

### 3.5. Salidas e Indicadores

El resultado de cada simulación consiste en el detalle de la vida de cada maleta que pasa por el sistema. En particular es posible registrar los siguientes indicadores asociados a una maleta específica:

- Identificador único de cada maleta.
- Vuelo al que pertenece.
- *Counter* por el que ingresó al sistema.

Elemento del simulador	Parámetro	Tipo
Llegada de pasajeros	Itinerario de salida y llegada de vuelos	Histórico
	Perfil de llegada de pasajeros	Histórico
	Pasajeros por vuelo	Histórico
	Maletas por pasajero	Histórico
Counter	Errores en ingreso del equipaje al sistema	De escenario
	Cantidad de countesr abiertos a lo largo del día	De escenario
	Tiempo de atención en <i>counter</i>	Histórico
	Porcentaje de pasajeros Bag Drop por vuelo	Histórico
	Carrusel al que debe llegar el equipaje según vuelo	De escenario
BHS	Velocidad de las correas	Histórico
	Tasa de maletas que terminan en L3	Histórico
Patio de equipajes	Velocidad de procesamiento de maletas por operario	Histórico
	Número de operarios en el patio	De escenario
	Largo del intervalo de atención de un vuelo	De escenario
	Cantidad de operarios que atienden un vuelo	De escenario
Sector de equipaje en conexión	Velocidad de procesamiento de maletas por operario	Histórico
	Número de operarios en el patio	De escenario
	Largo del intervalo de atención de un vuelo	De escenario
	Cantidad de operarios que atienden un vuelo	De escenario

Tabla 3: Parámetros utilizados por el simulador para construir escenarios

- Instante en que ingresa al BHS por *counter*, sobredimensionados o conexiones.
- Instante en que pasa por el escáner N1.
- Instante de llegada al carrusel.
- Instante de salida del carrusel hacia el avión.
- Instante de salida de M9, hacia el avión o de regreso a otro carrusel.

- Instante en que abandona el área de conexiones.
- Instante de eliminación por atraso.
- Instante salida vía sobredimensionados.

Adicionalmente se recolectan estadísticas de cada pasajero simulado:

- Número de vuelo.
- Fila en que se atendió.
- Cantidad de maletas.
- Hora de llegada a la fila.
- Hora de llegada a *counters*.
- Tiempo que demoró su atención en *counters*.

Con esta información y de acuerdo a lo requerido en cada experimento, se calculan los indicadores de rendimiento que permiten comparar los resultados de las distintas instancias. Los más frecuentemente usados son:

Maletas cargadas por vuelo: naturalmente interesa conocer que porcentaje de los equipajes de cada vuelo es cargado con éxito. Se calcula un llamado perfil de carga, que corresponde a la cantidad de equipajes que han salido del sistema en función del tiempo restante para la salida del vuelo. Este indicador se suele analizar en forma agregada para vuelos similares, como por ejemplo “nacional norte”.

Carga del carrusel: corresponde a la cantidad de maletas que pasarán por cada carrusel en intervalos de cinco minutos. Se utiliza para estimar el nivel de saturación y se calcula para cada M por separado.

Tiempo de espera en fila (TEF): corresponde al tiempo de espera promedio de todos los pasajeros que arribaron a una fila durante la última hora. Se calcula para todas las filas y a lo largo de todo el día.

Uso de cinta de sobredimensionados: corresponde a la fracción del tiempo que es utilizada esta cinta, considerando su uso normal para bajar equipajes, subir bandejas y en casos especiales para hacer frente a contingencias.

Simultaneidad en colector: para un instante dado, corresponde a la cantidad de vuelos pertenecientes a la misma T que saldrán dentro de un horizonte definido, generalmente durante la próxima hora.

Simultaneidad en carrusel: definido en forma similar al indicador anterior, pero en este caso correspondiente a los vuelos que están siendo preparados en cada carrusel simultáneamente.

---

## 4. Aplicaciones

---

En esta sección se ilustra el potencial de análisis de la herramienta de simulación discutiendo dos aplicaciones. Primero, se muestra un análisis sobre el impacto de las detenciones de la cinta transportadora ocasionadas por una manipulación inapropiada del equipaje en *counters* y luego se estudian los efectos de una posible modificación en la asignación de los *counters* en el sector de embarque.

### 4.1. Manipulación de Equipajes en *Counters* y Detenciones del BHS

El principal problema en la operación de las cintas de transporte del BHS son los atascos de equipajes. Además de la disminución de la tasa de procesamiento de equipaje por el tiempo inactivo, detenciones de pocos minutos pueden llevar a disrupciones más graves que involucren la pérdida de rastreo de un grupo de equipajes y su redirección a M9. Estos problemas tienen su origen en una mala disposición de equipajes potencialmente complicados en la cinta al momento de ingreso al sistema en el *counter*. Esta característica ha sido modelada como fue descrita en la sección anterior y los casos corresponden a los tipos 1 a 3 descritos en la Tabla 1 (equipaje sin bandeja cuando debe llevarla o mal posicionado en la cinta).

Para evaluar el impacto de esta operación, se analizaron escenarios donde la proporción de estos equipajes que pueden causar problemas fuera menor que la de la situación actual. De estos análisis se determinó que si la proporción de equipajes mal despachados se reducía en al menos un 70 % respecto de la situación base, el funcionamiento del BHS debería alcanzar los niveles descritos por el fabricante.

Estos hallazgos fueron comprobados en una experiencia limitada realizada en la T3 durante dos semanas del mes de Julio de 2011. Durante este periodo casi no se produjeron detenciones en la cinta y se alcanzaron los niveles de operación predichos por la simulación. La Figura 6 muestra el número de maletas que ingresa al sistema por la T3 por hora móvil entre las 6.30 y las 8.30. Los valores que se muestran son los promedios de los distintos días. La curva azul muestra los valores observados para las otras dos semanas del mes usadas como referencia.

Para reducir la cantidad de equipaje que potencialmente podría detener la cinta, se tuvo que modificar el protocolo de manejo en *counters*. Se requirió a

los agentes que todos los equipajes que pudieran ser enviados en bandejas, lo fueran. Con esto se alcanzó una reducción de casos potenciales entre un 70 y un 80 % consistente con el escenario de análisis de la simulación. La utilización de bandejas de manera masiva agregó el problema de su manipulación y reposición ya que los inventarios actuales y sus políticas de manejo no consideraban este uso intensivo. Para la experiencia fue entonces necesario definir también un procedimiento de reposición periódica de bandejas, el que utilizó la cinta de equipaje sobredimensionado 1 a 2 veces en la hora con la dirección revertida (del patio a sector embarque).

#### 4.2. Segregación de Vuelos y Asignación de *Counters*

De acuerdo a las políticas de trabajo en el patio de equipajes, los carruseles son asignados a los vuelos de distintas compañías de acuerdo, principalmente, a cuál operador administra sus equipajes y a agrupaciones de vuelos que tienen que ver con políticas comerciales. Recordemos que el BHS permite el ruteo de maletas asignando los equipajes chequeados en cada *counter* a un carrusel de destino. De esta manera, es usual que las compañías que separan sus vuelos en más de un carrusel definan corrales en el sector de *counters* que agrupan los pasajeros de los vuelos atendidos en el mismo carrusel. A modo de ejemplo, podemos considerar el manejo de los vuelos nacionales de LAN que los separa en dos corrales distintos, uno correspondiente a los vuelos al norte del país y el otro que atiende a los vuelos con destinos en el sur del país. Observemos que dos tipos de modificaciones son posibles: un cambio en el número de *counters* que conforman el corral que atiende a los pasajeros de un grupo de destinos determinado y modificaciones en la forma que se agrupan los vuelos.



Figura 6: Número promedio de maletas ingresando al BHS por sector T3 por hora móvil. Operación actual y piloto corresponden a valores promedio durante los días hábiles de dos semanas de julio de 2011

Las agrupaciones utilizadas actualmente por las compañías están restringidas por la política de asignación de *counters* que tiene el aeropuerto y dentro de estas condiciones, están definidas de acuerdo a la experiencia de los encargados y en general consiguen mantener los tiempos de espera de todos los pasajeros dentro de márgenes razonables que en la mayoría de los casos satisfacen los niveles estándar de calidad de servicio definidos. Desde el punto de vista del trabajo en patio, una asignación más equilibrada permite un trabajo más ordenado y con carga pareja a lo largo del turno, lo que facilita la faena.

Como ilustración de los análisis posibles, consideremos la configuración a los *counters* del sector T2 utilizada durante la temporada alta 2011-2012. Este uno de los sectores que atiende vuelos internacionales en el Aeropuerto de Santiago. En particular, los vuelos internacionales de LAN, TAM y otras compañías son despachados por este sector.

La configuración utilizada determinaba que aproximadamente el 75 % del equipaje de la T2 fuera procesado en el carrusel M4 y solo un 25 % en el carrusel M3. La configuración alternativa que analizamos contempla reasignar a M4 los vuelos de la compañía LAN con destino a Isla de Pascua y algunos a Río de Janeiro que se asignaban a M3 y reasignar a M3 los vuelos con destino a Argentina, todos ellos asignados a M4, sin modificar los otros vuelos. Adicionalmente se reasigna uno de los *counters* del corral M4 LAN al corral M3 LAN.

Con las modificaciones se consigue despachar un 40 % del equipaje por M3, reduciendo a un 60 %, el equipaje despachado por M4. Esto se logra sin modificar prácticamente los tiempos de espera de los pasajeros ni los tiempos de llegada de las maletas a los carruseles y distribuyendo mejor el trabajo a lo largo del periodo. La Figura 7 ejemplifica el nivel de carga de los carruseles: las curvas muestran el número de maletas presentes en el carrusel durante un día de operación simulando las dos configuraciones.

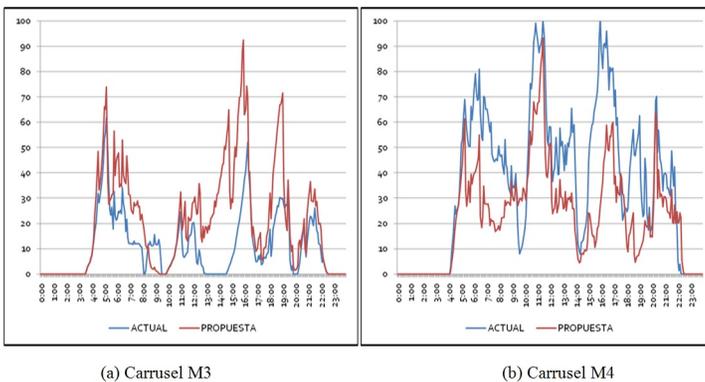


Figura 7: Número de maletas en los carruseles a lo largo de un día de operación

Como se puede apreciar, el uso de los carruseles ahora es más parejo durante todo el día. Además, con la configuración propuesta, no sólo se consigue equilibrar la carga de manera agregada sino que también se reducen el tiempo del día en que los carruseles están operando al nivel de congestión como resume el gráfico de la Figura 8.

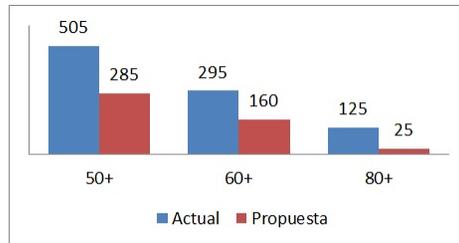


Figura 8: Minutos Diarios que los carruseles operan sobre determinados niveles de congestión: 50 o más maletas (50+), 60 o más maletas (60+) y más de 80 maletas (80+) según la configuración actual y la propuesta

---

## 5. Conclusiones

---

En este artículo se describe la construcción de una herramienta de simulación del sistema completo de traslado de las maletas para embarques (es decir, desde el área de *counters* hasta su ingreso al avión). La herramienta permitió encontrar los cuellos de botella en la operación, así como entender el funcionamiento de este complejo sistema con muchos procesos involucrados. Además, este simulador permite analizar alternativas hipotéticas de operación en patio e indirectamente en *counters*, así como medir capacidad del sistema bajo diversas modalidades de operación. Lo novedoso de esta herramienta es que fue construida sobre una plataforma de simulación destinada a simular el tráfico urbano, lo que permite analizar en forma muy precisa la complejidad del sistema de cintas transportadoras donde interactúa el movimiento del equipaje.

Una vez calibrada la herramienta, potencialmente es posible utilizarla para muchas aplicaciones interesantes, en particular la simulación de operaciones hipotéticas de escenarios de operación reales con el objeto de entender y cuantificar el impacto de diversas medidas de acción, y su impacto sobre los distintos indicadores del sistema. De tales resultados, es posible plantear políticas de operación para hacer más eficiente y ordenada la operación del sistema, así como tomar los resguardos necesarios y prepararse adecuadamente para

hacerse cargo de situaciones de contingencia, las que en la realidad ocurren frecuentemente en períodos de alta demanda e intensidad de uso del sistema.

Potencialmente la herramienta permitirá evaluar el rendimiento de diseños futuros del patio de equipajes, ampliaciones de capacidad, cambio de modalidad de operación y para estimar la dotación de personal necesaria para cumplir con las operaciones del PEQ ante distintos escenarios en el futuro.

**Agradecimientos:** Esta investigación fue parcialmente financiada por Fondecyt (proyecto 1100239) y el Instituto Sistemas Complejos de Ingeniería (ICM P-05-004-F, CONICYT FBO16).

## Referencias

- [1] G. Andreatta, L. Brunetta, , and L. Righi. Evaluating terminal management performances using SLAM: The case of Athens International Airport. *Computers & Operations Research*, 34:1532–1550, 2007.
- [2] H.W. Chun and R.W.T. Mak. Intelligent resource simulation for an airport check-in counter allocation system. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics Part C: Applications and Reviews*, 29:325–335, 1999.
- [3] P.E. Joustra and N.M. van Dijk. Simulation of check-in at airports. *In Proceedings of Winter Simulation Conference 2001*, pages 1023–1028, 2001.
- [4] I.E. Manataki and K.G. Zografos. A generic system dynamics based tool for airport terminal performance analysis. *Transportation Research C.*, 17:428–443, 2009.
- [5] Y. Park and S. Ahn. Optimal assignment for check-in counters based on passenger arrival behaviour at an airport. *Transportation Planning and Technology*, 26:397–416, 2003.
- [6] N.M. van Dijk and E. van der Sluis. Check-in computation and optimization by IP and simulation in combination. *European Journal of Operational Research*, 171:1152–1168, 2006.

---

# UNA APLICACIÓN DE HERRAMIENTAS DE EYE-TRACKING PARA ANALIZAR LAS PREFERENCIAS DE CONTENIDO DE LOS USUARIOS DE SITIOS WEB

---

LARRY GONZÁLEZ\*  
JUAN D. VELÁSQUEZ\*

## Resumen

En el presente artículo introducimos el seguimiento ocular de los usuarios que visitan un sitio Web, como una nueva fuente de datos para analizar su comportamiento de navegación y preferencias. La aplicación práctica de este nuevo enfoque, es la identificación de los objetos más importantes de un sitio, desde el punto de vista del usuario, también llamados *WebSite KeyObjects*. La captura de este tipo de datos se logra a través del uso de una herramienta de eye-tracking, para dar seguimiento al movimiento ocular de un usuario en una pantalla del computador. Utilizando estos datos, se propone mejorar la efectividad de una metodología de identificación de Website KeyObjects, la cual necesita de la aplicación de una encuesta de percepciones a los usuarios para categorizar la importancia de los contenidos de las páginas web. Con el uso de la tecnología eye-tracking, la encuesta se vuelve innecesaria, lográndose un análisis más objetivo y certero de las preferencias de los usuarios en un sitio web. Esta nueva forma de captura de datos fue probada en un sitio web nacional, correspondiente a un programa de MBA. Al contrastar los resultados de la metodología para la identificación de Website Keywords usando la encuesta versus el uso de los datos obtenidos por sistema de eye-tracking, se puede observar una mejora en la detección de dichos objetos de entre un 15 % al 20 %, lo cual demuestra la utilidad práctica de este nuevo enfoque en el contexto del análisis del comportamiento del usuario en la Web.

**Palabras Clave:** *Web Mining, Eye Tracking, Website Keyobjects.*

---

\*Departamento de Ingeniería Industrial, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile, Santiago, Chile.

---

## 1. Introducción

---

En los últimos años, el *Web Mining* se ha transformado en una de las áreas de investigación más prometedoras para entender los cambios relacionados con el fenómeno de la Web. Gracias a las técnicas, métodos y algoritmos consignados en esta disciplina, es posible extraer información valiosa que permite una mayor comprensión sobre el comportamiento de navegación y preferencias de los usuarios de un sitio.

Dependiendo del tipo de dato a procesar, *Web Mining* puede ser dividido en tres grandes grupos [17] : Web Structure Mining (WSM), en el análisis de la evolución de la estructura de hipervínculos de un sitio, Web Content Mining (WCM), relacionado con el análisis de los contenidos y Web Usage Mining (WUM) para conocer un poco más de la navegación de los usuarios en el sitio.

Un resultado interesante, y que surge de la combinación del WCM y WUM, son las *Website Keywords* [19], que se definen como una palabra o un conjunto de palabras utilizadas por los usuarios en su proceso de búsqueda de información y que caracterizan el contenido de una página o sitio web. Al encontrarlas, los sitios pueden ser re-diseñados de acuerdo a las necesidades y requerimientos de sus usuarios y, de esta forma, estar a la vanguardia. Si bien identificar los *Website Keywords* de un sitio ayuda a conocer las preferencias de los usuarios, la metodología utilizada para su identificación se enfoca principalmente en el contenido textual, dejando prácticamente de lado el análisis el contenido multimedia de los sitios web [15]. Por esta razón en [5] extendieron esta metodología e integraron, tanto el contenido textual como el contenido multimedia en su análisis.

Se define un *Web Object* como cualquier “*grupo estructurado de palabras o un recurso multimedia que está presente en una página web que posee metadatos que describen su contenido*”. Asimismo, un *methodologyIdentifyingKeyobjects* es un *Web Object* que captura la atención de los usuarios y que caracteriza el contenido de un sitio web [16]. A partir de las definiciones anteriores se puede deducir que todo sitio Web está formado por un grupo de *Web Object* y que el conjunto de *Website Keyobject* que posee es sub-conjunto del primero.

En [16] se propuso una metodología que permitió identificar los *Website Keyobjects* de un sitio. Estos, al igual que *Website Keywords*, dan directrices para que los Web Sites sean re-diseñados en función de las necesidades de los usuarios. Esta metodología requiere conocer el tiempo de permanencia de los usuario en los *Web Objects*, es decir, cuánto tiempo gasta un usuario mirando

cada *Web Object*. Para determinar el tiempo de permanencia, plantean dos pasos: *Sesionización* y *Aplicación de una encuesta*.

1. **Sesionización:** es el proceso que reconstruye las sesiones de usuarios. Una sesión es la secuencia de páginas web que visita un usuario mientras navega en un sitio. Mediante este proceso es posible determinar, por ejemplo, el tiempo de permanencia de un usuario de cada página, entre otras cosas.
2. **Aplicación de una encuesta:** se refiere a la aplicación de una encuesta sobre un grupo de control, con la que los *Web Objects* fueron ordenados según su importancia, dentro de cada página del sitio Web.

Al mezclar ambos procesos [16], se logra estimar tiempo de permanencia de los usuarios en los *Web Object*. Lo anterior no está exento de ruidos, siendo el principal la aplicación de una encuesta que por sus características, los datos que entrega son altamente subjetivos.

La utilización de la tecnología *Eye Tracking* permitirá cuantificar del tiempo de permanencia de un grupo de usuarios de control en los *Web Objects*, con lo que se tendrá una medida más certera y objetiva de su interés en los objetos que componen el sitio.

El presente artículo muestra en la sección 2 un estado del arte respecto de las técnicas de extracción de información desde los datos originados en la Web, de las herramientas de seguimiento ocular, conocidas como *Eye Tracking* y como se combinan en el análisis del comportamiento de navegación y preferencia de los usuarios que visitan un sitio web. En la sección 3, se profundiza en la explicación del método propuesto para mejorar la detección de los *Web Objects*, lo que luego conducirá a la identificación de los *Website Keyobjects*, a través de los experimentos detallados en la sección 4. Finalmente, en la sección 5, se muestran las principales conclusiones y trabajos futuros a desarrollar.

---

## 2. Trabajo Relacionado

---

En esta sección, se explicarán los fundamentos teórico-prácticos del funcionamiento de la Web, cómo la navegación de un usuario en un sitio puede ser monitoreada, la aplicación de las herramientas de *Eye Tracking* en la detección de los objetos observados por los usuarios y como se pueden combinar todas estas técnicas para la detección de los *Website Keyobjects*.

## 2.1. La Web

En palabras de su creador, *Berners-Lee*, la Web “*es el universo de información accesible desde la red, una encarnación del conocimiento humano*”. Por su parte, en [18] se definió la Web como “*un canal masivo para la difusión e intercambio de información*”.

### 2.1.1. Datos Originados en la Web

Los datos que se originan en la Web son clasificados en tres tipos: contenido, estructura y usabilidad.

**Contenido:** se refiere a los objetos presentes en las páginas Web, como texto, imágenes, sonidos y videos, en otras palabras, todo lo que se puede ver en una página.

**Estructura:** Son los enlaces o *links* entre las páginas. Por lo general cuando existe un enlace entre dos páginas, éstas están relacionadas por su contenido.

**Usabilidad:** Son los datos generados por los usuarios en su proceso de navegación, en tanto los servidores Web almacenan cada petición realizada por los usuarios en un archivo llamado *web log*.

## 2.2. Web Mining

El *Web Mining* es la aplicación de Data Mining a los Datos originados en la Web [3]. Se concibe como un producto del cruce de varias áreas de investigación, como Bases de Datos, Recuperación de la Información, Inteligencia Artificial, especialmente, las subáreas de aprendizaje de máquina y procesamiento del lenguaje. La investigación en este campo está experimentando un importante crecimiento, a causa de la gran cantidad de datos disponibles para ser analizados [9].

Los datos originados en la Web pueden ser clasificados en tres categorías [17]:

- **Web Content Mining (WCM):** El objetivo es descubrir información útil desde los documentos Web [9]. WCM no está limitado sólo al análisis del texto de las páginas Web, sino que también incluye otros tipos de documentos, como imágenes y videos [18]. Sin embargo, el análisis sobre este tipo de datos, denominado *Multimedia Data Mining*, no recibe tanta atención como el análisis de texto.
- **Web Structure Mining (WSM):** Estudia los enlaces presentes en las páginas Web. Las páginas y enlaces se modelan como los nodos y los arcos

de un grafo dirigido respectivamente. El arco parte en el nodo que representa a la página que posee el enlace y termina en el nodo que representa a la página que es apuntada.

- Web Usage Mining (WUM): Está enfocado en la aplicación de técnicas de *Data Mining* para descubrir patrones útiles que puedan predecir la conducta del usuario mientras interactúa en la Web [9], a través del análisis de las sesiones de navegación entendidas como la secuencia de páginas que un usuario visita mientras navega en un sitio Web.

### 2.3. Percepción del Usuario Web

Un aspecto importante a considerar en el diseño de una página Web es la percepción que el usuario tendrá respecto de cuánto realmente entiende acerca del contenido y estructura que se le presenta [10]. La percepción es una función del pensamiento, i.e., cómo reconocemos e interpretamos un objeto a través de nuestros sentidos para luego codificarlo y memorizarlo, integrando información referente a nuestros conocimientos previos.

Entender la la percepción del usuario web, es sumamente importante para luego hacer mejores sitios, los que finamente atraerán y mantendrán a los usuarios. Sin embargo, no se trata de una tarea trivial a realizar, por cuanto la percepción está muy relacionada con el conocimiento previo que pueda tener un usuario, y más aun, con su experiencia personal [13].

De acuerdo al modelo conceptual de flujo propuesto por [6], durante la navegación, el usuario percibe la estructura de un sitio como un estado de cognición basado en su experiencia, el cual está determinado por: "*altos niveles de habilidad y control; altos niveles de desafío y excitación; atención focalizada, la que se ve reforzada por la interactividad y la telepresencia*". Quizás el único factor que podría ser influenciado a través del diseño del sitio web es la focalización de la atención del usuario. Sin embargo, esto podría ser una espada de doble filo, i.e., la atención puede ser capturada por el contenido del sitio es atractivo o por que es realmente desagradable, lo que motivará al usuario a nunca más volver a visitar sus páginas.

Independiente de cómo se realice el proceso, entender un poco más qué atrae al usuario cuando visita un sitio, o al menos más de claridad respecto de qué objetos le llaman la atención, serán factores claves en la mejora continua de la estructura y contenido del sitio. Al respecto, se han desarrollado varias teorías, técnicas y algoritmos para extraer información y conocimiento desde los datos originados en la Web [9]. También son destacables los trabajos en el ámbito de la teoría y practica de la usabilidad en el desarrollo de los sistemas basados en la Web [12].

## 2.4. Abordando la Usabilidad

En [11], se define la usabilidad como *“un atributo que permite evaluar cuán fácil para el usuario resulta ser la interfaz que se le presenta”*. Este atributo posee cinco componentes a ser analizados:

- **Facilidad de Aprendizaje:** ¿Es fácil para los usuarios realizar tareas básicas la primera vez que usan la aplicación?
- **Eficiencia:** ¿Cuán rápido el usuario puede realizar tareas una vez que ha aprendido lo básico respecto del diseño de la aplicación?
- **Memorabilidad:** Si los usuarios usan nuevamente la aplicación después de un tiempo, ¿Es fácil para ellos recordar cómo usar las operaciones básicas?
- **Errores:** ¿Están cometiendo muchos errores los usuarios? ¿Son muy malos los errores?
- **Satisfacción:** ¿Están los usuarios felices con el diseño de la aplicación?

Para analizar la usabilidad de una aplicación, utilizando los conceptos anteriormente descritos, es necesario definir una serie de indicadores que ya sea en forma cualitativa o cuantitativa permitan medir la experiencia que ha tenido un usuario frente a los estímulos que le presenta un sitio web. En este sentido, se han desarrollado varios métodos [7]:

- **Cuestionarios.** Un conjunto de preguntas creadas para conocer la opinión de un usuario frente a una aplicación.
- **Observación.** Consiste en observar directamente las acciones que ejecuta un usuario frente a una aplicación. Aquí un evaluador humano toma notas para luego mejorar la aplicación.
- **Entrevistas.** Usualmente, las entrevistas vienen después del proceso de observación y consisten en una conversación con el usuario para conocer sus impresiones acerca de una aplicación.
- **Focus group.** Es un tipo de método para hacer entrevistas donde un grupo escogido previamente de personas son consultadas por un determinado tema.
- **Pensamientos en voz alta.** Los usuarios son invitados a verbalizar sus pensamientos, sentimientos y opiniones respecto de una aplicación particular.

- Captura de pantalla. Se crea un conjunto de imágenes respecto del funcionamiento de la interfaz de una aplicación, mostrándole a los usuarios lo que se ve en la pantalla para que luego respondan un cuestionario con sus impresiones y opiniones.
- Eye-tracking. Este tipo de herramientas tecnológicas, permiten dar seguimiento al movimiento ocular del usuario frente a la pantalla del computador. Estos datos son utilizados para analizar el comportamiento de uso de la aplicación por parte del usuario.

Por supuesto que cada método expuesto tiene sus ventajas y desventajas al momento de proponer una investigación científica respecto del análisis del comportamiento del usuario en la Web. En algunos casos, para lograr una mayor objetividad en el análisis, se pueden combinar dos o más métodos. Sin embargo, el uso de los sistemas de eye-tracking están cobrando una tremenda relevancia, puesto que se trata de una forma objetiva de obtener datos referente a lo que el usuario mira en un determinado momento. Por esta razón, se les ha comenzado a usar intensivamente en el ámbito del análisis de la usabilidad de aplicaciones [12].

## 2.5. Eye Tracking

Es una técnica mediante la que los movimientos oculares de un individuo son medidos. De esta manera, un investigador puede conocer lo que una persona está mirando en cada momento y la secuencia en la que sus ojos se desplazan de un lugar a otro. Seguir los movimientos oculares de los usuarios puede ayudar a los investigadores de la Interacción Humano-Computador a entender el procesamiento de la información visual y los factores que pueden tener repercusiones en la usabilidad de la interfaz. Así, las grabaciones de los movimientos oculares pueden proporcionar una fuente de datos objetiva para la evaluación de interfaces, que a su vez pueden otorgar información para mejorar el diseño de las mismas [14].

### 2.5.1. Movimientos Oculares

Cuando observamos una escena cualquiera, los ojos de una persona se mueven entre puntos que capturan su atención, con la que logran recrear una imagen cerebral de la escena [12]. Si bien existen modelos de los movimientos oculares complejos que constan de cinco pasos [4], el modelo típico (y suficiente para los estudios de *Eye Tracking*) está constituido por dos conceptos: *fixation* (o fijación) y *saccades* (o movimientos sacádicos). La fijación se define como el momento en el que los ojos permanecen fijos sobre un objeto y es posible

apreciarlo en detalle; mientras que los movimientos sacádicos corresponden a los rápidos movimientos oculares entre dos *fixations* [12]. Es importante notar que mientras se produce un movimiento sacádico permanecemos ciegos (no somos conscientes de lo que está entre los dos objetos que capturaron nuestra atención). Sin embargo, nuestro cerebro es capaz de interpretar esta “secuencia de imágenes” como un continuo, y por ende, nuestra apreciación parece más un video que una secuencia de imágenes.

### 2.5.2. Atención Visual

Es un fenómeno que ha sido estudiado por cerca de cien años y que todavía no se logra comprender. Los primeros estudios estaban limitados por la tecnología, y correspondían sólo a observación e introspección. En la actualidad, este campo es estudiado por distintas disciplinas como psicofísica, neurociencia cognitiva y ciencias de la computación, por nombrar sólo algunas [4]. En términos generales, la visión humana tiene dos partes: una pequeña zona central con una resolución muy alta, llamada *visión foveal*, y la gran mayoría del campo visual con una baja resolución, llamada la *visión periférica*.

Usualmente el hecho de prestar atención a regiones de interés está relacionado con realizar movimientos oculares (*overt attention*). Sin embargo, también podemos colocar atención en objetos periféricos sin realizar este tipo de movimientos (*covert attention*).

Por otro lado, se conocen dos formas en las que la atención es guiada: *bottom-up* y *top-down*. La primera, derivada sólo de la escena visual, establece que las regiones de interés atraen nuestra atención lo suficientemente fuerte como para que no observemos el resto de la escena (visión foveal). A su vez, *top-down* es conducida por otros factores cognitivos, como el conocimiento, la expectativa y las metas actuales. Bajo este modelo, las personas son más propicias a ver a su alrededor (visión periférica); a modo de ejemplo, un individuo que conduce con regularidad, más propenso a notar las estaciones de combustible mientras realiza otra actividad que alguien que no lo conduce.

En la actualidad, aún no está claro qué es lo que realmente captura nuestra atención, ni cómo respondemos a diferentes estímulos. Existe evidencia de que prestamos atención a ubicaciones espaciales, características y objetos. La mayoría de los investigadores creen que estas teorías no son excluyentes entre sí y que, además, la atención visual puede ser desarrollada en cada una de estas subáreas. Vale la pena mencionar que los humanos podemos prestar atención simultáneamente a múltiples regiones de interés (máximo cinco).

### 2.5.3. La Hipótesis Mente-Ojo

Considerando las teorías descritas en la sección anterior, se planteó el siguiente modelo:

1. Dado un estímulo como una imagen, la escena es vista en su mayor parte en paralelo, a través de la visión periférica y, por lo tanto, en baja resolución. En esta etapa, las características interesantes de la imagen pueden “aparecer”.
2. En estos momentos, la atención está desconectada de la vista foveal (alta resolución), pero los ojos son rápidamente posicionados en la primera región que ha atraído.
3. Una vez que los ojos son posicionados, la fovea se alinea hacia la región de interés y la atención está ligada con la percepción, es decir, la atención del usuario ha sido capturada y, por ende, se logra observar en alta resolución.

In [12] se propuso que *“las personas están usualmente pensando en lo que están mirando. Aunque no siempre entienden lo que ven o no están totalmente enfocados en esto; si están observando algo, entonces están colocando atención, especialmente cuando están concentrados en una tarea en particular”*.

## 2.6. Técnicas Comúnmente Usadas en Eye Tracking

### 2.6.1. Electrooculografía

En la década de 1950, la electrooculografía [8] fue la técnica más usada de *Eye Tracking*. Se basaba en la medición de la diferencia de potencial eléctrico de la piel mediante el uso de electrodos ubicados al rededor de los ojos. Esto es posible, dado que la córnea se mantiene unas décimas de  $mV$  más positiva que la retina con lo que se produce la diferencia de potencial que es medida y que varía de acuerdo al movimiento de los ojos. Esta técnica mide la posición relativa de los ojos con respecto a cabeza, por lo que no es adecuada para calcular el punto de atención [1].

### 2.6.2. Lentes de Contacto Esclerales

Esta técnica consiste en adjuntar una referencia mecánica u óptica a un lente de contacto que será usado directamente sobre los ojos. Es necesario que el lente de contacto sea particularmente grande, de modo que se extienda sobre la córnea y la esclerótica, pues así se reduce la posibilidad de que se desplace sobre el ojo [4]. Se han usado distintos tipos de referencias sobre los lentes

de contacto siendo la más común una pequeña bobina, que puede ser ubicada desde el exterior al aplicar un campo electromagnético [1]. Si bien es una de las técnicas más precisas para medir los movimientos oculares, es también la más invasiva y causa malestar al usarlo.

### 2.6.3. Foto/Vídeo Oculografía

Estas técnicas son de las más atractivas debido a su versatilidad y simplicidad [2]. Normalmente, consisten en una serie de fotos y/o vídeos que guardan los movimientos oculares y que posteriormente son analizadas de forma manual o automática. Varios de estos métodos requieren que la cabeza esté fija, por ejemplo, mediante una mentonera.

### 2.6.4. Reflejo de la Córnea y Centro de la Pupila basado en Vídeo

Es la técnica *Eye Tracking* más usada en la actualidad. Consiste en un computador estándar de escritorio con una cámara infrarroja montada debajo de un monitor, con el software de procesamiento de imágenes para localizar e identificar el *Reflejo de la Córnea* y el *Centro de la Pupila*. Con estas características, es posible disociar los movimientos oculares de la cabeza, con lo que es posible calcular el punto de atención de los usuarios [14].

En funcionamiento, una luz infrarroja de un LED es dirigida hacia el usuario para crear reflejos notorios de las características de los ojos y, con esto, conseguir que sean más fáciles de rastrear (se ocupa luz infrarroja para evitar deslumbrar al usuario). La luz entra en la retina y una gran parte de ella se refleja, por lo que la pupila aparece como un disco brillante y bien definido (efecto conocido como *pupila brillante*). El reflejo de la córnea también es generado por la luz infrarroja, apareciendo como un pequeño, pero fuerte brillo [14]. En la Figura 1 se puede apreciar el efecto *pupila brillante* y el reflejo de la córnea. Una vez que el software de procesamiento de imágenes ha identificado el centro de la pupila y la ubicación del reflejo de la córnea, el vector que resulta de ellos se mide, y con algunos cálculos trigonométricos, el punto de atención puede ser encontrado.

## 2.7. Website Key Object

En [16] se definió un *Web Object* como “*un grupo estructurado de palabras o contenido multimedia, que está presente en una página Web y que posee meta datos que describen su contenido*”. En la definición anterior los meta datos son fundamentales ya que son la base de la información para construir el vector que representará el contenido de la página. Además, dos archivos

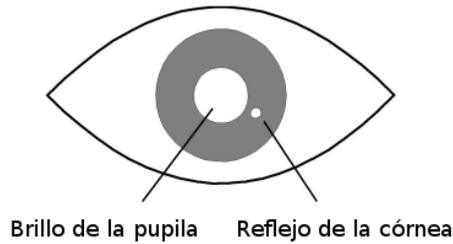


Figura 1: Reflejo de la córnea y brillo de la pupila.

multimedia pueden ser comparados mediante sus metadatos, problema que es considerablemente más abordable que el comparar directamente los archivos, debido a que sólo se compara texto. Junto con lo anterior, definieron [16] los *Web Site Key Object* como “uno o un grupo de *Web Object* que atraen la atención del usuario y que caracterizan el contenido de una página o sitio Web”. Estos proveen conocimiento acerca del contenido y formato que más interesan a los usuarios de un sitio Web, por lo que encontrarlos puede ser útil para mejorar el sitio tanto en presentación como en contenido.

### 2.7.1. Implementación

Considerando la primera definición, para que una página Web esté compuesta por *Web Object*, es necesario que sus objetos posean los meta datos, cosa que por lo general no ocurre. Existe una gran variedad de formas para agregarlos a las páginas Web, dependiendo de la ontología que se quiera ocupar. En [16] se asoció a cada objeto un documento XML que contiene los meta datos que describen su contenido y la página a la que este pertenece. Asimismo, en la página Web también se establece la relación entre el objeto y el documento XML. Para esto se usan *tags* de HTML. El siguiente es el formato con el que se guardaron los meta datos:

- identificador de la página
- objeto:
  - identificador.
  - formato.
  - concepto(s).

Cada objeto debe poseer al menos un concepto asociado pues en caso contrario, el objeto no tiene significado alguno. Cada concepto es un grupo de tres

sustantivos pues, en español, permiten una completa mas no suficiente definición de cualquier concepto. Cada concepto debe pertenecer a una categoría que los agrupe. Al usar estas categorías los conceptos podrán relacionarse con otros.

### 2.7.2. Comparación entre Objetos

Para comparar dos *Web Objects*, en ikom se guiaron por la noción de que los objetos son un cúmulo de conceptos. El siguiente procedimiento muestra cómo lograron establecer una medida de similitud entre objetos.

Considere los objetos  $O_1$  y  $O_2$  tal que  $|O_1| = N$ ,  $|O_2| = M$ ,  $N \geq 0$ ,  $M \geq 0$  y  $N \leq M$ . Además, sea  $C_i(O)$  el  $i$ -ésimo concepto del objeto  $O$ .

**a) Enlazar conceptos:** El siguiente algoritmo permite enlazar los conceptos de  $O_1$  y  $O_2$ .

- $\forall C_i(O_1), i = 1..N$ 
  - $\forall C_j(O_2), j = 1..M$ 
    - Comparar  $C_i(O_1)$  con  $C_j(O_2)$  (Comparación de conceptos).
    - Guardar el resultado de la comparación en un contador.
  - Guardar un enlace entre  $C_i(O_1)$  y  $C_j(O_2)$  con el contador más grande (Conceptos más parecidos).

Para contrastar conceptos, se comparan las palabras que los componen. Si una palabra del primer concepto está en el segundo, se suma 1 al contador; si posee un sinónimos, se suma 0,5.

**b) Ordenar conceptos:** Una vez almacenados todos los enlaces entre los conceptos correspondientes a  $O_1$  y  $O_2$ , son ordenados de modo que queden en la misma posición relativa en función de los enlaces recientemente creados, es decir, que el primer concepto de  $O_1$  termine enlazado con el primer concepto de  $O_2$ .

**c) Transformar conceptos en un string:** Como se mencionó anteriormente, cada concepto debe pertenecer a una categoría. Cada categoría, la que es representada por un carácter. Luego, al reemplazar cada concepto por el carácter que representa a su categoría, el cúmulo de conceptos queda transformado en un string.

**d) Aplicar una distancia de comparación de caracteres, e.g. Levenshtein.** Entonces, como  $O_1$  y  $O_2$  fueron transformados en strings, son comparados mediante la distancia de Levenshtein, con lo que se tiene un indicador de qué tan parecidos son dos objetos. Mientras menor sea la distancia, más parecidos serán los objetos.

Finalmente la ecuación 1 define una similitud que permite comparar objetos, donde  $L(O_1, O_2)$  es la distancia de Levenshtein de los strings que representan a los objetos y  $|O|$  es el número de conceptos del objeto  $O$ .

$$do(O_1, O_2) = 1 - \frac{L(O_1, O_2)}{\max(|O_1|, |O_2|)} \quad (1)$$

## 2.8. Metodología para Encontrar Website Keyobject

A continuación se describen los subprocesos que permiten identificar los Website Keyobject.

**Sesionización:** Detallada con anterioridad (subsección 2.2), el objetivo de esta etapa es finalizar con la secuencia de páginas que visitaron los diferentes usuarios de un sitio. Además, esta secuencia debe tener asociados los tiempos de permanencia de los usuarios en cada página.

**Incorporación de Metadatos:** El primer paso de esta etapa es identificar los objetos que componen las páginas del sitio. Una vez identificados, se deben definir los conceptos que describen a cada uno de los objetos. Luego, esta información debe ser almacenada en una base de datos. El levantamiento de estos datos debe ser en conjunto con el *webmaster*, para asegurar que los conceptos reflejen fielmente el contenido de los objetos.

**Tiempos de permanencia en objetos:** Luego de definir los objetos, se realizó una encuesta a un grupo de usuarios de control de modo que cada persona entrevistada distribuyera un total de 10 puntos de interés entre todos los objetos de una página. Con estos datos, se estimó el porcentaje de permanencia de cada usuario en los objetos de cada página.

Posteriormente, en la lista de sesiones se reemplazó cada registro de página visitada por los objetos que componen dicha página, intercambiando el tiempo de permanencia de la página por el tiempo ponderado de permanencia en cada objeto.

**Vector de comportamiento del usuario:** Finalmente, para cada sesión identificada se seleccionaron los  $n$  objetos que capturaron más la atención del usuario, definiendo así el *Important Object Vector* (IOV) según la ecuación 2

$$v = [(o_1, t_1) \dots (o_n, t_n)] \quad (2)$$

### Algoritmos de Clustering

Una vez realizada toda la limpieza y transformación de datos, se procede a procesar algoritmos de *clustering* sobre las sesiones de los usuarios, representadas mediante el *Important Object Vector*. Para poder ejecutar estos algoritmos, es de crucial importancia definir una medida de distancia, o similitud, entre estos vectores.

**Medidas de similitud para sesiones:** Se definió la similitud entre dos IOV mediante la ecuación 3.

$$st(\alpha, \beta) = \frac{1}{i} * \left( \sum_{k=1}^i \min\left(\frac{\tau_k^\alpha}{\tau_k^\beta}, \frac{\tau_k^\beta}{\tau_k^\alpha}\right) * do(o_k^\alpha, o_k^\beta) \right) \quad (3)$$

En la ecuación 3,  $\alpha$  y  $\beta$  corresponden al identificador de las sesiones de usuarios a ser comparadas,  $\tau_k^\alpha$  corresponde al tiempo de permanencia del usuario  $\alpha$  en el objeto  $o_k$  y  $do(o_k^\alpha, o_k^\beta)$  es la similitud entre los respectivos objetos, definida en la ecuación 1. La ecuación 3 está definida entre los valores 0 y 1, siendo 0 cuando los IOV no se parecen en nada y 1 cuando son idénticos.

Esta medida de similitud fue ocupada como parámetro de entrada para los algoritmos de clustering. En [16] implementaron tres de estos algoritmos, principalmente para comparar los resultados que entregaron estas técnicas. Los algoritmos de clustering ocupados fueron: *Self Organizing Feature Maps*, *K-means* y *Association Rules*.

---

### 3. Mejorando la Detección de los Web Objects

---

Se plantea como hipótesis de investigación que si se puede cuantificar el tiempo de permanencia de un grupo de los usuarios en los *Web Objects*, entonces es posible mejorar la precisión al identificar los *Website Keyobject*.

#### 3.1. Diseño del Experimento

Sobre un sitio, se ejecutará la metodología diseñada [16], en adelante la metodología original, y además se ejecutará la metodología modificada, a la cual se le incorporarán los tiempos de permanencia calculados con un *Eye Tracker*.

##### 3.1.1. El Entorno

**El sitio.** En cuanto al sitio, se requiere satisfacer tres requerimientos: en primer lugar, debe tener un número de páginas adecuado. Además, la cantidad de objetos por páginas no puede ser excesivo y, por último, debe poseer una gran cantidad de visitas almacenadas (sesiones).

**El grupo de control.** No elegir una muestra suficientemente representativa de los usuarios que visiten el sitio, se podría llegar a resultados que no correspondan a la realidad. De contar con abundantes recursos (tiempo, dinero, personas), se recomienda altamente estudiar al menos a 39 personas distintas,

pues en este caso, el Teorema del Límite Central señala que la media y la varianza de la muestra serán similares a las de la población, donde aplicado a este caso, las variables aleatorias corresponden al tiempo de permanencia de los usuarios en los objetos Web.

**El *Eye Tracker*** En la actualidad, la mayoría de los *Eye Tracker* comerciales son precisos, pero su costo es elevado. Por lo que el elegido para realizar el experimento debe estar dentro del alcance económico del proyecto y su precisión debe permitir identificar los objetos que mira un usuario.

### 3.1.2. Captura y Transformación de Datos

**Páginas.** Una vez elegido el sitio, será examinado en todos sus componentes. Para realizarlo esto se empleará un *crawler* que recuperará desde la Web todas las páginas disponibles que conforman el sitio. De cada página, se almacenará su url, imagen y tamaño de la misma en pixeles.

**Objetos.** Como primer paso, la demarcación de los objetos debe ser, idealmente, realizada con el administrador del sitio. En caso de no ser posible trabajar en conjunto con él, será necesario que valide esta segregación. Para describir el contenido de cada objeto, se procederá según lo definido por [16], por lo que se guardará su formato y una lista de conceptos descriptores del objeto. Además, se almacenará su tamaño en pixeles y la ubicación de los mismos en la página. Luego, una vez cargados los datos de los objetos y los conceptos, se procederá a calcular la distancia conceptual entre objetos, según la ecuación 1. Estas distancias serán guardadas en una tabla relacional, de modo que al ejecutar los algoritmos de *Data Mining* no sea necesario volver a calcular la separación entre objetos.

**Weblog.** El archivo *weblog* (ver 2.1.1) será recuperado con el administrador de sistemas de la máquina donde está alojado el sitio. Posteriormente se llevará a cabo la sesionización, cuyos resultados serán almacenados en una tabla. Estos resultados darán a conocer la secuencia de páginas visitadas por los usuarios y la duración de su estancia en cada página.

**Interés de los usuarios.** Para capturar el interés de los usuarios en los diferentes objetos de las páginas, se procederá de dos maneras: uso de un *Eye Tracker* y aplicación de una encuesta.

1. *Eye Tracker*. La idea principal es dado los tamaños de páginas y objetos en pixeles y la ubicación de estos últimos, mapear las coordenadas que entrega el *Eye Tracker*, también en pixeles, sobre los objetos de una página que observó un usuario en cierto instante. Una vez mapeado al objeto correspondiente, se almacenará el tiempo que gastó cada usuario en cada objeto del sitio. Luego, este valor se transformará en un porcentaje de

permanencia del usuario en los objetos para finalmente promediar los tiempos de permanencia de todos los usuarios en los objetos.

2. Encuesta. Luego de realizar la medición con el *Eye Tracker*, se procederá a realizar la misma encuesta que aplicaron en [16] a los participantes del experimento para luego comparar ambas mediciones y contrastar lo que indican que vieron los usuarios, con lo que realmente vieron.

**Usuarios de control** Los campos sexo, edad, profesión, nivel académico, dominio de Internet y conocimiento del sitio se almacenarán para llevar control sobre la muestra seleccionada para el estudio, con el objetivo de que sea lo más representativa posible.

### 3.1.3. Comparación de Resultados

Las distintas versiones de la metodología para encontrar *website keyobjects* entregarán como resultados distintos conjuntos de objetos. Para poder comparar estos resultados, nuevamente se usará el conocimiento experto del encargado del sitio, quien establecerá si un objeto clasificado como *website keyobjects* realmente lo es. Una vez adquirido este conocimiento se compararán los conjuntos obtenidos por las metodologías mediante el indicador *precision*. Este indicador es usado para evaluar la predicción de un algoritmo de clasificación. Con estos resultados, se concluirá y se establecerá la validez de la hipótesis.

---

## 4. Aplicación del Experimento y Análisis de Resultados

---

### 4.1. Entorno

**El sitio elegido:** Los experimentos se desarrollaron sobre el sitio *www.mbauchile.cl*, perteneciente a la dirección del Magíster en gestión y dirección de empresas del Departamento de Ingeniería Industrial de la Universidad de Chile. Está compuesto por 124 páginas y 163 objetos distintos que aparecen en 2.047 veces en el sitio. Con esto, el número promedio de objetos por página es 12,55. Con respecto a las visitas, cada mes acceden 4.158 personas distintas al sitio, se contabilizan 6.111 sesiones y se ven 26.589 páginas.

**Los usuarios entrevistados:** Antes de seleccionar a los usuarios de control que participarían en el experimento, se solicitó al experto del negocio información sobre el mercado objetivo del sitio en estudio con el objetivo de

elegir una muestra representativa de los individuos que visitan el sitio. Teniendo en cuenta esta información, se seleccionaron 33 personas. De estas, 16 son de sexo masculino y 17 femenino, mientras que su promedio de edad es de 24,3 años. Con respecto al conocimiento y uso de la Web, 15 de ellos se declararon expertos al navegar por la Web, 12 consideran que su conocimiento es regular y sólo 6 de ellos se declararon usuarios básicos.

**El Eye Tracker Utilizado:** Para el desarrollo de los experimentos se contó con herramientas de Software y Hardware de *Eye Tracking*. Acerca del hardware, se usó el *Eye Tracker Tobii T120*, que consiste en un monitor de 17 pulgadas al que se le incorpora dos emisores infrarrojos y un sensor de luminosidad. Este hardware posee una resolución temporal de 120 Hz y tiene un margen de error de 0,5°. Con respecto al software, se usó el programa *Tobii Studio Enterprise Edition*, solución que permite mapear fácilmente lo que se muestra en el monitor, con el lugar del mismo que los usuarios observan.

## 4.2. Captura de Datos

Para conocer la composición de el sitio <http://www.mbauchile.cl> se implementó un *crawler* ocupando la librería de Python *Beautiful Soup* que generó la lista de páginas que componen el sitio. Luego se procedió a identificar los objetos del sitio considerando dos criterios: diferencias en el contenido (Conceptos) y la separación espacial entre objetos de cada página.

Para conocer cuáles eran las coordenadas de los objetos dentro de las páginas se empleó la librería *Python Imaging Library (PIL)*, que permite trabajar con imágenes sobre el interprete de Python. Se implementó un script, que a partir de las imágenes de las páginas del sitio, generaba las coordenadas de los distintos objetos pertenecientes a cada página. Una vez definidos los objetos fueron generados los conceptos que describen su contenido. Se procedió de forma análoga a [16], es decir, cada concepto fue creado de forma manual. Con respecto a las visitas del sitio, se logró recuperar el *weblog* desde el servidor donde se aloja el sitio en conjunto con el administrador de sistemas, para el mes de Agosto de 2011, en el que 3.031 usuarios visitaron el sitio, en 5.480 sesiones.

Para medir el interés de los usuarios en los objetos web, se midió y estimó su tiempo de permanencia en ellos. Esto se realizó de dos formas: mediante el uso de un *Eye Tracker* y mediante la aplicación de la encuesta empleada por [16].

**Eye Tracker.** A 15 de los usuarios de control, se les planteó la siguiente situación: “Usted tiene la inquietud de postular a un programa MBA, pero aún no toma una decisión definitiva, por lo que su primer paso será informarse. En

la búsqueda de información ha llegado al sitio <http://mbauchile.cl>, que provee datos relevantes sobre el MBA que dicta la Universidad de Chile. Partiendo desde el *home* del sitio, navegue libremente hasta que pueda tomar una decisión o decida realizar un nuevo paso.” De esta forma, se buscó emular la navegación típica de los usuarios en sus casas. Los restantes 18 individuos no navegaron libremente, sino que se les instruyó a mirar las páginas que se les presentaran, sin seguir ningún enlace. A cada uno de ellos se les presentaron páginas semi-aleatorias del sitio. Los usuarios podían pasar a la página siguiente cuando lo estimaran conveniente, pero si pasaban más de un minuto en una página, automáticamente se le redireccionó a la página posterior. El número de páginas presentadas a los usuarios no fue superior a 30.

**Encuesta.** Luego de ser enfrentados al *Eye Tracker*, independiente de la forma en que se capturaron sus movimientos oculares, se solicitó a los sujetos responder una encuesta en la que por cada página vista, indicaran los objetos que más capturaron su atención. Para medir el interés prestado por los usuarios, se les indicó repartir 10 puntos, como ellos quisieran, sobre los objetos de cada página, teniendo en cuenta que mientras más puntos tenía un objeto, más interés les prestó el usuario.

### 4.3. Selección, Limpieza y Transformación de Datos

Una vez que se identificaron los 163 objetos del sitio, el experto del negocio validó esta separación, pero también agrupó, disgregó y eliminó algunos objetos pre-seleccionados.

**Eye Tracker** El primer paso para transformar estos datos fue agruparlos según el punto observado (en una vecindad pequeña), aumentando el tiempo de duración de la fijación según la cantidad de registros agrupados. Un resultado estadístico conocido es el rango de duración de las fijaciones, que están entre los 150 y 600 milisegundos (*ms*) [4], por lo que la cota inferior para que el cerebro comprenda lo que se está observando es de 150 *ms*. Como se señaló anteriormente, el *eye tracker* empleado tiene una resolución de 120 Hz, por lo que captura información cada 8 *ms*. Se logró una identificación de objetos superior al 86 % lo cual es considerado como excelente.

**La encuesta.** Los resultados de la encuesta correspondieron a archivos donde se registró la página, el objeto, y los puntos de interés que le asignó el usuario. Estos datos fueron transformados, de modo que los 10 puntos que asignó cada usuario, correspondiera al 100 % del interés del usuario en dicho estímulo. A modo de ejemplo, si una persona asignó 5 puntos al objeto X en la página Y se asumió que el interés del usuario sobre el objeto X fue del 50 % en la página Y. Análogamente al caso anterior, se asignó 0 al interés del usuario en

los objetos que no obtuvieron puntos. Luego estos resultados se promediaron y almacenaron.

A partir de peticiones web recuperadas, se procedió a ejecutar el proceso de sesionización. Se obtuvo como resultado un conjunto de sesiones, en las que cada una de estas contenía una lista de páginas, asociadas a la cantidad de tiempo que permanecieron en estas. Luego, para cada registro se reemplazó la página por los objetos que la conformaban y se ponderó el tiempo de permanencia en la página por el porcentaje de permanencia en el objeto. Además se consideraron con especial cuidado los objetos que aparecieron en más de una página, pues para una sesión, el mismo objeto pudo haber sido visto dos veces. En este caso, se sumaron los tiempos correspondiente a ambas páginas, pues se le prestó atención dos veces. A continuación, se procedió a seleccionar los  $n$  objetos más importantes de cada sesión. El criterio de selección de los objetos más importantes fue el tiempo de permanencia en ellos. La determinación de  $n$  se realizó de forma análoga a cómo se procedió en [16].

#### 4.4. Aplicación de las Técnicas de Web Mining

La metodología para encontrar *Website Keyobject* [16] agrupa los vectores de comportamiento de los usuarios mediante tres técnicas: *Self Organizing Feature Maps*, *K-means* y *Association Rules*. Los resultados de estas técnicas son conjuntos de vectores donde sus elementos eran parecidos entre sí, pero distintos al tomar elementos de conjuntos diferentes. El criterio que usaron para determinar si un objeto era un *Website Keyobject* fue seleccionar los objetos que aparecieron más veces en los clusters arrojados por los tres algoritmos.

**Self Organizing Feature Maps (SOFM)** es un modelo de red neuronal que procesa una base de datos resultando en un mapa (usualmente bidimensional) donde casos similares se mapean en regiones cercanas. Ocupa un modelo de aprendizaje no supervisado, por lo que difiere de las redes neuronales comunes. Al igual que en el trabajo desarrollado por [16] se empleará una red de forma toroidal.

En este algoritmo cada neurona será definida como un IOV (Ver ecuación 2). La forma de actualizar los IOV, mientras se produce el entrenamiento, será modificada de modo que compare los vectores de objetos importantes presentes en cada una de las sesiones. Para cada IOV, se debe encontrar la neurona más parecida a este y actualizar los pesos de la red en función de las distancias calculadas. Este proceso se repetirá hasta que los cambios en los pesos de la red sean menores a un  $\epsilon$ .

**K-means** Es probablemente el método más conocido para realizar *clustering*. Consiste en partir con  $K$  IOVs aleatorios denominados centros. Para los

IOV restantes se calcula el centro más cercano a estos y se enlazan generando subconjuntos de IOVs. Luego se calcula el centro de masas de cada subconjunto y se vuelve a iterar hasta que la cantidad de cambios en los subconjuntos sea baja, es decir, cuando los subconjuntos converjan. La debilidad de este método es el valor inicial  $K$  que es desconocido. En este caso particular, para determinar el centro de masas de los subconjuntos mencionados, se calculará el objeto cuya distancia promedio a todos los demás objetos en el subconjunto es la menor.

**Association Rules** Es una técnica que permite encontrar relaciones entre distintos atributos de un conjunto de datos. De integrar los identificadores de las sesiones a los datos, no se encontraría ningún tipo de regla, ya que para todos los ejemplos el identificador es distinto. Como entrada para este algoritmo se implementó una pequeña transformación de datos para dejar los IOV como la lista de los objetos más vistos (Ecuación 4).

$$r = (o_1, \dots, o_n) \tag{4}$$

**Los experimentos.** Como primer experimento, se desarrolló la misma estrategia empleada en [16], donde fueron considerados como tiempos de permanencia en los objetos los resultados de la encuesta sobre las páginas del sitio. Por otro lado, el segundo experimento consistió en reemplazar en la metodología anterior los tiempos calculados a partir de los datos capturados por el *Eye Tracker*.

#### 4.5. Resultados Obtenidos

Luego de realizar varias pruebas con respecto a la cantidad de neuronas de la red SOFM se encontró que la grilla de 12x12 entregó los mejores resultados, con ocho *clusters* para cada experimento. La salida de este algoritmo se modificó para que entregara listas de los identificadores de sesiones pertenecientes a cada cluster, con el objetivo de poder contar el número de apariciones de los objetos en los distintos *clusters*.

Con respecto a la técnica *K-means*, se ocupó como  $K=8$ , para poder comparar los resultados con los obtenidos en el SOFM. Por otro lado, para la ejecución de *Association Rules* se usó la plataforma *Weka*. Se consideró solo los objetos presentes en los IOVs que fueron transformados de acuerdo a la plataforma. Se utilizó el algoritmo *Apriori* y se solicitó que generara sólo 30 reglas con una confianza mínima de 0,9. Tanto el algoritmo, como la plataforma a ocupar fueron los mismos empleados por [16] cuando implementó esta metodología.

#### 4.5.1. *Precision, Recall y F-measure*

Para comparar los resultados obtenidos por ambos experimentos se seleccionaron tres rangos, tomando 10, 20 y 30 *Website Keyobjects*.

La Tabla 1 muestra la precisión alcanzada en por experimentos para los tres rangos seleccionados. La Tabla 2 muestra el *Recall* y la Tabla 3 el indicador *F-measure*.

Experiment	10	20	30
First	70 %	72 %	68 %
Second	70 %	93 %	96 %

Tabla 1: *Precision*

Experiment	10	20	30
First	21 %	43 %	58 %
Second	21 %	61 %	77 %

Tabla 2: *Recall*

Experiment	10	20	30
First	32.3 %	53.8 %	61.6 %
Second	32.3 %	73.7 %	85.5 %

Tabla 3: *F-measure*

Se puede notar un aumento (15 % al 20 %) en la precisión al comparar ambos experimentos, con lo que se valida que esta tecnología resulta útil para medir el interés de los usuarios. Por otro lado, se puede notar que cuando se eligen 30 *Website Keyobjects* la precisión obtenida no aumenta significativamente. Esto ocurre pues a partir de 30 objetos se comienza a designar otros que no son relevantes. En este punto, si consideramos como *threshold*  $n = 24$ , se obtiene que la precisión del segundo experimento es 94 %.

Con respecto a *Recall*, cuando se toman 10 o 20 *Website Keyobjects* este indicador es considerablemente pequeño. Esto es esperable pues se están dejando de considerar *Keyobjects*. Sin embargo, en el segundo experimento se obtienen mejores resultados para todos los rangos observados.

Finalmente, *F-measure* es una medida que mezcla ambos indicadores *precision* y *recall*, por lo que en el segundo experimento se logren mejores resultados era esperable.

---

## 5. Conclusiones

---

En la presente investigación se probó que usar un *Eye Tracker* para medir la cantidad de tiempo que los usuarios gastan observando los distintos objetos de una página web en lugar de realizar una encuesta para estimar estos valores mejora la precisión a la hora de encontrar los *Website Keyobjects* de un sitio.

Para lograr este resultado se realizó un amplio estudio acerca de los datos originados en la Web, los modelos matemáticos que se usan para describir el comportamiento de los usuarios en la Web y las herramientas existentes de seguimiento ocular.

Una de las limitantes que tiene el seguimiento ocular es que sólo determina qué es lo que una persona observa. Esto es insuficiente cuando se busca calificar lo que una persona mira, en otras palabras, con estas herramientas no se puede determinar si lo que se observa me gusta o me desagrada. Por esto, los resultados entregados por el *Eye Tracker* deben ser considerados como el módulo (siempre positivo) del interés de una persona.

Como trabajo futuro, se plantea considerar que sienten o piensan los usuarios mientras miran un objeto Web. Esto se puede lograr al usar elementos de neurotecnología, como electrodos que midan que zona del cerebro se excita más cuando una persona navega por un sitio Web. *Emotiv.com* es una empresa que fabrica este tipo de aparatos (sólo para este tipo de investigaciones) a bajo costo.

**Agradecimientos:** El presente trabajo fue realizado gracias al aporte del proyecto Fondef D10I1198 y del Instituto Milenio de Sistemas Complejos de Ingeniería (ICM: P-05-004-F, CONICYT: FBO16).

## Referencias

- [1] A. Bulling, J.A. Ward, H. Gellersen, and G. Tröster. Eye movement analysis for activity recognition using electrooculography. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 33(4):741–753, 2011.
- [2] J. J. Cerrolaza, A. Villanueva, and R. Cabeza. Taxonomic study of polynomial regressions applied to the calibration of video-oculographic systems. In *Proceedings of the 2008 symposium on Eye tracking research & #38; applications*, ETRA '08, pages 259–266, New York, NY, USA, 2008. ACM.

- [3] G. Chang, M. Healey, J. McHugh, and J. Wang. *Mining the World Wide Web*. Kluwer, 2001.
- [4] A. T. Duchowski. *Eye tracking methodology: Theory and practice*. Springer Verlag, 2003.
- [5] L. E. Dujovne and J. D. Velásquez. Design and implementation of a methodology for identifying website keyobjects. In *Proceedings of the 13th International Conference on Knowledge-Based and Intelligent Information and Engineering Systems: Part I*, KES '09, pages 301–308, Berlin, Heidelberg, 2009. Springer-Verlag.
- [6] D. Hoffman and T. Novak. A new marketing paradigm for electronic commerce. *Information Society*, 13(1):43–54, 1997.
- [7] C. Jay, D. Lunn, E. Michailidou, S. Harper, and Y. Yesilada. End user evaluations. In S. Harper and Y. Yesilada, editors, *Web Accessibility*, pages 107–126. Springer, London, UK, 2008.
- [8] A. E. Kaufman, A. Bandopadhyay, and B. D. Shaviv. An eye tracking computer user interface. In *Proceedings., IEEE 1993 Symposium on Research Frontiers in Virtual Reality*, pages 120–121. IEEE, 1993.
- [9] R. Kosala and H. Blockeel. Web mining research: A survey. *ACM SIGKDD Explorations Newsletter*, 2(1):1–15, 2000.
- [10] S.J. Lee, W.N. Lee, and P.A. Stout. A comparison of objective characteristics and user perception of web sites. *Journal of interactive advertising*, 4(2):61–75, 2004.
- [11] J. Nielsen. *Usability Engineering*. Academic Press, San Diego, CA, USA, 2004.
- [12] J. Nielsen and K. Pernice. *Eyetracking web usability*. New Riders Pub, 2009.
- [13] T.P. Novak, D.L. Hoffman, and Y.F. Yung. Measuring the customer experience in online environments: A structural modeling approach. *Marketing Science*, 19(1):22–42, 2000.
- [14] A. Poole and L. J. Ball. Eye tracking in human-computer interaction and usability research: current status and future prospects. *Encyclopedia of human computer interaction*, pages 211–219, 2005.

- [15] J. D. Velásquez. Web site keywords: A methodology for improving gradually the web site text content. *Intelligent Data Analysis*, 16(2):327–348, 2011.
- [16] J. D. Velásquez, L. E. Dujovne, and G. L’Huillier. Extracting significant website key objects: A semantic web mining approach. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 24(8):1532–1541, 2011.
- [17] J. D. Velásquez and L. C. Jain. *Advanced Techniques in Web Intelligence - Part 1*. Springer Publishing Company, Incorporated, 1st edition, 2010.
- [18] J. D. Velásquez and V. Palade. *Adaptive Web Sites*. IOS Press, 2008.
- [19] J. D. Velásquez, S. Ríos, A. Bassi, H. Yasuda, and T. Aoki. Towards the identification of keywords in the web site text content: A methodological approach. *International Journal on Web Information Systems*, 1(1):11–15, 2005.





---

# Programas de Postgrado y Postítulos DII

---

## DOCTORADO

### Doctorado en Sistemas de Ingeniería

Formación de especialistas, con una sólida base tecnológica y un conocimiento profundo de las herramientas que permiten modelar, entender y optimizar sistemas complejos en que interactúan elementos físicos y de comportamiento humano.



El Doctorado en Sistemas de Ingeniería es un programa académico e interdisciplinario.

Los graduados, contarán con una visión rigurosa y transversal de la Ingeniería, con un énfasis en la investigación de alto nivel y estarán preparados para aportar a los crecientes desafíos de desarrollo productivo y social, tanto en instituciones de investigación y educación superior como en aquellas del ámbito empresarial y gubernamental.

#### Informaciones:

[www.sistemasdeingenieria.cl/doctorado/](http://www.sistemasdeingenieria.cl/doctorado/)

[fmelis@dii.uchile.cl](mailto:fmelis@dii.uchile.cl) - 9784073-9784017

El Plan de Estudios comprende un ciclo común, un ciclo de especialización en una de cuatro áreas (Economía, Gestión de Operaciones, Redes Eléctricas y Transporte) y cursos electivos. La elaboración de una Tesis y un Examen de Grado. Adicionalmente, los postulantes deberán aprobar un Examen de Calificación.

El claustro del programa de Doctorado en Sistemas de Ingeniería está conformado por académicos de muy alta calidad. Al claustro pertenecen académicos de los siguientes departamentos de la Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas de la Universidad de Chile: Ingeniería Civil, Ingeniería Eléctrica, Ingeniería Industrial e Ingeniería Matemática.

#### Requisitos de Admisión

Poseer el grado de licenciado en Ciencias de la Ingeniería o su equivalente.

#### Calendario de Postulaciones

##### Semestre Otoño

Período de postulaciones: de octubre a 15 de diciembre.

Inicio de clases: marzo de cada año.

##### Semestre Primavera

Período de postulaciones: de abril a 15 de junio.

Inicio de clases: julio de cada año.



# MAGÍSTERES



## Magíster en Gestión de Operaciones MGO

El Magíster busca formar graduados de excelencia en investigación de operaciones, quienes podrán enfrentar problemas complejos en gestión de operaciones, integrando herramientas matemáticas, económicas y tecnológicas.

El programa habilita a sus graduados para desempeñarse en cargos de primer nivel en empresas de servicios y manufactura, donde la logística, las operaciones y la planificación son fundamentales en su estrategia. Dada la sólida formación en contenidos metodológicos, sus titulados también pueden continuar con estudios de doctorado.



El Magíster en Gestión de Operaciones es impartido por académicos del área de gestión de operaciones e investigación operativa del Departamento de Ingeniería Industrial de la Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, de la Universidad de Chile. Además, académicos de otros Departamentos de la Facultad participan en el Magíster.

El Magíster en Gestión de Operaciones cuenta con más de 120 graduados que se desempeñan en cargos de primer nivel en empresas de servicios y manufactura. También trabajan como investigadores y académicos y realizan doctorados en universidades de prestigio mundial como MIT y Princeton, entre otras.

### Requisitos de Admisión

Poseer el grado de licenciado en Ciencias de la Ingeniería o su equivalente.

### Calendario de Postulaciones

#### Semestre Otoño

Período de postulaciones: de octubre a 15 de diciembre.

Inicio de clases: marzo de cada año.

#### Semestre Primavera

Período de postulaciones: de abril a 15 de junio.

Inicio de clases: julio de cada año.

Mayor información: [julie@dii.uchile.cl](mailto:julie@dii.uchile.cl) | [www.dii.uchile.cl/mgo](http://www.dii.uchile.cl/mgo) | Tel: (56 2) 978 4017 | (56 2) 978 4073



## Magíster en Economía Aplicada

El Magíster en Economía Aplicada tiene una orientación académica y busca formar profesionales y académicos de gran capacidad analítica y sólida base en economía.

El programa se ofrece en modalidad presencial y full-time.



El Magíster habilita a sus graduados para desempeñarse en empresas del sector financiero, de servicios, organismos internacionales, e instituciones reguladoras, entre otras, también los prepara para continuar estudios de doctorado y desarrollar una carrera académica.

El Magíster cuenta con un equipo académico de excelencia con diversidad de líneas de investigación. El programa es impartido por el Centro en Economía Aplicada (CEA). El CEA es uno de los centros de investigación económica con mayor productividad per-cápita científica en Chile y uno de los más fructíferos de América Latina. Además, el Magíster tiene una amplia red de colaboradores internacionales.

### Requisitos de Admisión

Poseer el grado de licenciado en Ciencias de la Ingeniería o su equivalente.

### Calendario de Postulaciones

#### Semestre Otoño

Período de postulaciones: de octubre a 15 de diciembre.

Inicio de clases: marzo de cada año.

#### Semestre Primavera

Período de postulaciones: de abril a 15 de junio.

Inicio de clases: julio de cada año.

Informaciones: [www.magcea-uchile.cl](http://www.magcea-uchile.cl)- [obarrera@dii.uchile.cl](mailto:obarrera@dii.uchile.cl)- 9784073-9784072



FACULTAD DE CIENCIAS  
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
UNIVERSIDAD DE CHILE

## Magíster en Gestión y Políticas Públicas MGPP

El Magíster en Gestión y Políticas Públicas, tiene como propósito la formación avanzada de profesionales interesados en la formulación y ejecución de políticas públicas.

El MGPP forma líderes y servidores públicos del más alto nivel, capaces de conceptualizar, pensar y discutir sus visiones e ideas sobre el futuro de América Latina.

Se imparte en dos horarios:  
Diurno y Ejecutivo.



### Características Distintivas

- \* Excelencia Académica
- \* Cuerpo docente de primer nivel
- \* Orientado a profesionales de formación diversa
- \* Alta tasa de graduación
- \* Reconocido entre los mejores en su área en América Latina.
- \* Acreditado por la CNA por 7 años, desde octubre de 2011 a octubre de 2018.
- \* 18 años formando líderes

### Requisitos de Admisión

- \* Poseer el grado de licenciado o título universitario

#### Horario Diurno:

Inicio: junio de cada año  
Duración: 19 meses

#### Horario Ejecutivo:

Inicio: julio de cada año  
Duración: 24 meses

### Postulaciones:

Hasta el **15 de noviembre** para personas que postulan a becas de instituciones

Hasta el **15 de abril** para personas que cuentan con fondos propios

Mayor información: [mgpp@dii.uchile.cl](mailto:mgpp@dii.uchile.cl) | [www.mgpp.cl](http://www.mgpp.cl) | Tel.: (562) 978 4067 | (562) 978 4043

 INGENIERIA INDUSTRIAL  
UNIVERSIDAD DE CHILE

Beca  
 MINERA  
ESCONDIDA  
Operada por BHP Billiton

**UNA NUEVA  
PERSPECTIVA  
GLOBAL**

#### Programa único en Chile:

- > 9 meses en Ingeniería Industrial, 8 meses en escuela de negocios de EE.UU., Inglaterra o Australia.
- > 2 semanas de Study Tour por Asia Pacifico.
- > Becas para todos los aceptados (monto variable de 50% a 100%).
- > Acceso a financiamiento exclusivo.

 **Global MBA**  
Magíster en Gestión para la Globalización

 ICFM

Inicio de postulaciones Septiembre 2012  
[www.globalmba.cl](http://www.globalmba.cl)



INGENIERIA INDUSTRIAL  
UNIVERSIDAD DE CHILE

# Ven a integrarte a uno de los programas líderes en Latinoamérica



**MBA**

MAGÍSTER EN GESTIÓN Y  
DIRECCIÓN DE EMPRESAS

Primeros en  
Economía | Operaciones  
Marketing | Finanzas | RR.HH.

Ranking Escuelas de Negocios (2008-2012), Revista América Economía.  
En conjunto con la Facultad de Economía y Negocios.

Versiones

**Full Time** | Profesionales en general

**Part Time** | Profesionales en general

**Part Time** | Ing. civiles industriales y comerciales

Máxima acreditación, hasta 2020



FACULTAD DE CIENCIAS  
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
UNIVERSIDAD DE CHILE

(56 2) 978 4002 | mba@dii.uchile.cl  
[www.mbauchile.cl](http://www.mbauchile.cl)



INGENIERÍA INDUSTRIAL  
UNIVERSIDAD DE CHILE

**MBE**

Master in Business Engineering

Magíster en Ingeniería de Negocios  
con Tecnologías de la Información

## Los líderes de hoy comprenden cómo la tecnología lleva a las empresas al éxito.

### A Quién está Dirigido

Ejecutivos y profesionales que deseen liderar o ejecutar proyectos innovadores de diseño integral y sistémico de los negocios orientados a mejorar su competitividad.

### Metodología

Este es un Magíster integrador, conformado por un conjunto de cursos de gestión, modelos analíticos aplicados, diseño de negocios, arquitectura y procesos, tecnologías de información de base y diseño de aplicaciones, y de inducción de habilidades de innovación.

Además de las evaluaciones tradicionales por medio de controles y exámenes, una parte fundamental del trabajo de los alumnos será el desarrollo de un proyecto de innovación en el negocio de la empresa auspiciadora -donde ejecutará su residencia-, el cual se llevará a cabo durante todo el programa, en los cursos obligatorios del mismo.

### Duración:

3 semestres académicos más un semestre para dar término al Proyecto de Grado.

### Horario:

Martes o jueves vespertino, viernes de 14:30 a 18:00 horas y sábados de 8:30 a 11:45 horas.

### Informaciones:

Coordinadora: Ana María Valenzuela.  
(56 2) 978 4835 / anamaria@dii.uchile.cl

[www.dii.uchile.cl](http://www.dii.uchile.cl)



FACULTAD DE CIENCIAS  
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
UNIVERSIDAD DE CHILE



INGENIERIA INDUSTRIAL  
UNIVERSIDAD DE CHILE

# MBA

Magíster en Gestión y  
Dirección de Empresas  
VERSIÓN INDUSTRIA MINERA  
Formato Week End

Tercera versión: Antofagasta  
Inicio: abril 2013

Información: (+562) 9784020 | mbamin@dii.uchile.cl | www.mbamin.cl

fcfm | FACULTAD DE CIENCIAS  
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
UNIVERSIDAD DE CHILE

## EDUCACIÓN EJECUTIVA



INGENIERIA INDUSTRIAL  
UNIVERSIDAD DE CHILE

EDUCACIÓN  
Ejecutiva

Perfecciónate con uno de los mejores  
cuerpos académicos

- >> Diplomados
- >> Programas de Especialización
- >> Programas para Empresas
- >> Seminarios y Talleres



fcfm | FACULTAD DE CIENCIAS  
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
UNIVERSIDAD DE CHILE

(56 2) 978 4002 | diplomas@dii.uchile.cl  
www.eeuchile.cl

