

---

# SISTEMA DE GESTIÓN DE PERSONAL PARA EL CANAL DE VENTAS DE METRO S.A.

---

JAIME MIRANDA P.\*

PABLO A. REY\*\*

ANTOINE SAURÉ V.\*\*\*

RICHARD WEBER\*\*\*\*

CRISTÓBAL MONTECINO\*\*\*\*\*

JOSÉ MOSQUERA\*\*\*\*\*

## Resumen

*Motivados por la creciente preocupación de la Gerencia Comercial de Metro S.A. respecto a los costos asociados a la gestión de su Canal de Ventas y por los nuevos estándares de calidad exigidos con la entrada en operación del nuevo plan de transporte de Santiago (Transantiago), se desarrolló un sistema computacional de gestión de personal que permite determinar, para cada instante del día y para cada uno de los puntos de venta de la red de Metro, la dotación de personal necesaria para satisfacer la demanda por venta de boletos. Lo anterior, mientras se tratan de satisfacer los estándares de calidad de servicio a mínimo costo. La metodología descrita en este trabajo reúne dos de los métodos más populares en la investigación de operaciones, como lo son programación entera y simulación, y se basa en la interacción de estas técnicas para poder incorporar las complejidades del sistema en estudio y conseguir mejores resultados. Su aplicación al problema de la Gerencia Comercial de Metro S.A. ha probado ser muy útil en cuanto al apoyo a las decisiones de programación de personal y ha traído numerosos beneficios en términos de reducción de costos, mejoramiento del nivel de servicio y automatización de procesos.*

---

\*Departamento de Control de Gestión y Sistemas de Información, Facultad de Economía y Negocios, Universidad de Chile, Santiago, Chile.

\*\*Escuela de Ingeniería Industrial, Facultad de Ingeniería, Universidad Diego Portales, Santiago, Chile.

\*\*\*Operations and Logistics Division, Sauder School of Business, University of British Columbia, Vancouver, Canada.

\*\*\*\*Departamento de Ingeniería Industrial, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile, Santiago, Chile.

\*\*\*\*\*Gerencia Comercial, Metro S.A., Santiago, Chile.

**Palabras Clave:** Programación de personal; sistema de soporte a las decisiones; programación matemática; simulación.

---

## 1. Introducción

---

En una ciudad con más de 5 millones de personas, el transporte público juega un rol importante para la calidad de vida de los habitantes. En ese sentido desde el año 1975, la empresa Metro S.A. ha ofrecido un servicio fundamental para el transporte de los residentes de Santiago de Chile. Sin embargo, desde la implementación del nuevo sistema de transporte Transantiago, en febrero del 2007, Metro S.A. se ha visto enfrentado a una serie de nuevos y complejos desafíos. Uno de ellos es la programación del personal de venta que debe satisfacer tanto la demanda por venta de cupos de transporte como las exigencias impuestas por el *Administrador Financiero del Transantiago* (AFT), todo esto a mínimo costo. El AFT, además de ser la institución encargada de recaudar y administrar los ingresos del Transantiago, es el encargado de custodiar y fiscalizar las operaciones de todos los agentes del sistema. En el caso de Metro S.A., el AFT fiscaliza el máximo número de usuarios en fila esperando por la venta de cupos de transporte, y el tiempo máximo de espera por este servicio.

Metro S.A. cuenta con una red de transporte compuesta por 5 líneas, 90 estaciones y 102 mesaninas<sup>1</sup>, en sus 3 secciones<sup>2</sup>. En esta red se desplazan más de 2.300.000 usuarios diariamente (noviembre 2007).

Entre las decisiones operacionales que tiene que tomar la *Gerencia Comercial* de Metro S.A. se encuentra la programación del servicio de caja para las distintas mesaninas de cada estación. En el contexto del presente artículo, se entiende como operario de caja a un vendedor de boletos asignado a un puesto fijo dentro de una boletería o a un vendedor fuera de una boletería (también llamado “rompe fila”).

De esta manera, la programación de personal se traduce en la definición, en cuanto a número y composición, de los requerimientos de personal de venta para cada momento de operación del servicio. Estos requerimientos son posteriormente entregados a los distintos operadores para su implementación.

---

<sup>1</sup>**Mesanina:** Es el lugar físico donde se encuentran las boleterías y los torniquetes de acceso a los andenes en una estación de Metro. Cada mesanina puede tener dos tipos de puestos de venta en sus boleterías: con POS y sin POS. Los puestos de venta sin POS sólo pueden realizar ventas de boletos, en cambio los puestos de venta con POS pueden atender tanto usuarios que desean comprar boletos como aquellos que desean cargar su tarjeta multivía. Los usuarios que desean cargar su tarjeta multivía solamente pueden hacerlo en un puesto de venta con POS.

<sup>2</sup>**Sección:** Corresponde a un conjunto de mesaninas asociadas a un operador.. Un operador es un empresa que provee servicio de personal a Metro S.A.

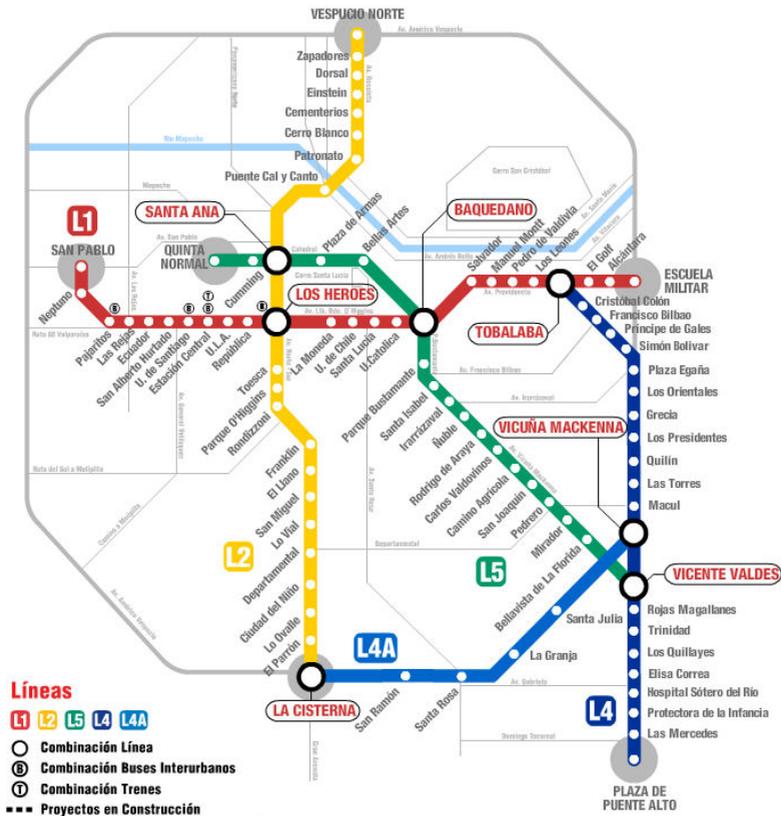


Figura 1: Red de líneas y estaciones de Metro S.A.

En este artículo se presenta una metodología para abordar el problema de programación, enfrentado por la *Gerencia Comercial* de Metro S.A., que mezcla optimización y simulación. Esta metodología ha sido implementada en un sistema computacional que genera la programación de servicios de caja en forma automática y busca el cumplimiento de los niveles de servicio definidos por la *AFT*, mientras se minimizan los costos. El sistema está compuesto por un *Módulo de Asignación* óptima y un *Módulo de Simulación* que interactúan iterativamente.

Actualmente, la programación de los cajeros se realiza a través del juicio de los expertos del negocio mediante prueba y error. La programación de cada mesanina es realizada sobre la base de un solo día “*tipo*”, replicando esta misma programación de operarios para todos los días del mes. El principal problema de este procedimiento es que no considera las fluctuaciones de la demanda durante el transcurso de un día, ni tampoco a través de los días de una semana.

Como se mencionó anteriormente, la programación final de operarios es entregada a un conjunto de empresas privadas, llamadas *operadores*, que se encargan de satisfacer los requerimientos definidos por Metro S.A. Como con-

secuencia, para la *Gerencia Comercial* de Metro S.A. los operarios/cajeros son indistinguibles, sólo diferenciándolos por su tipo y el largo de sus turnos.

Otro antecedente relevante para este problema es que el número de estaciones de la red ha ido en aumento de manera sostenida (ver Figura 2), haciendo de la programación de operarios un problema aún más complejo. Adicionalmente, si consideramos que las decisiones de programación de personal se deben tomar de manera rápida y eficiente, se realza aún más la necesidad de constar con un sistema que apoye las decisiones estudiadas en este trabajo.



Figura 2: Evolución del número de estaciones de Metro S.A. en el tiempo.

El sistema computacional propuesto permite a Metro S.A. obtener una programación óptima de los operarios de caja ajustándose a los diferentes comportamientos de la demanda para cada mesanina de la red.

El presente artículo tiene la siguiente estructura: la sección 2 presenta los antecedentes relevantes para este trabajo. Primero se expone el estado-del-arte en relación al problema analizado. Luego se realiza una descripción sistémica del proceso de gestión de personal, caracterizando cada uno de sus subprocesos, reglas de operación y recursos. La sección 3 detalla los modelos que conforman la base del sistema desarrollado. La sección 4 analiza los beneficios de la metodología propuesta, en términos de costos, violaciones de los estándares de servicio y automatización del proceso de toma de decisiones. Finalmente, la sección 5 muestra las principales conclusiones del proyecto.

---

## 2. Antecedentes

---

### 2.1. Estado del Arte

El problema de programación de operarios requeridos en un sistema ha sido ampliamente estudiado en la literatura a medida que las empresas se han orientado a mejorar su nivel de servicio y más conscientes de sus costos. Este interés ha abarcado desde sistemas muy simples hasta sistemas muy complejos. En la teoría, este problema puede verse como un subgrupo de un conjunto más general de problemas llamado *Personnel Scheduling* que considera tanto la programación como la asignación de personas, tareas, turnos, rutas y tripulaciones, entre otros [13, 14].

La programación de personal considera la determinación de los niveles óptimos de personal para satisfacer una demanda que puede ser por uno o más servicios y que puede variar significativamente con el transcurso del tiempo. Lo anterior, mientras se satisfacen ciertos estándares de calidad. Este problema fue inicialmente discutido en los años 50 por Edie [12] y Dantzig [10]. En 1954, Edie [12] propuso el uso de probabilidades para calcular el número de casetas y, por los tanto, del número de cajeros, requeridas para proveer un nivel de servicio determinado a diferentes horas del día en una plaza de peaje. Dantzig [10] por su parte esbozó el uso de programación lineal para programar dichos operadores.

Desde entonces, los problemas de programación de personal han sido de gran interés tanto en el ámbito comercial como en el ámbito académico. Esto ha permitido el desarrollo de numerosas aplicaciones en áreas que, principalmente en la industria de servicios, se han caracterizado por requerir el manejo de un gran número de personas y una demanda que varía enormemente durante el día. Algunas de estas áreas son *call centers* [3, 8], correos [22], universidades [2], servicios de emergencia [7], aeropuertos [20], servicios de salud [1, 7, 11], entre muchas otras.

En el ámbito académico, la literatura de programación de personal puede ser clasificada en dos grandes grupos. El primer grupo reúne los trabajos que utilizan métodos tradicionales de solución como programación lineal o entera y simulación. El segundo grupo, en cambio, reúne todos los trabajos que utilizan enfoques especializados de solución y que son creados para problemas particulares. Nuestro trabajo se encuentra en el primer grupo.

Lo novedoso de nuestro estudio es que si bien hace uso de dos de los métodos más populares en la investigación de operaciones – como lo son programación entera y simulación – se basa en la interacción de estas técnicas

para poder incorporar las complejidades del sistema en estudio y conseguir mejores resultados.

En los últimos 10 años, gracias a la mayor rapidez y menores costos proporcionados por el desarrollo de los computadores y los programas de simulación, este enfoque de optimización y simulación se ha hecho muy popular, siendo ampliamente utilizado en diferentes sectores. Por ejemplo, se ha empleado para resolver diversos tipos de problemas en bancos [15], correos [22], aeropuertos [20], hospitales [7], servicios de *courier* [9] y sistemas productivos [6, 19, 17], entre otros [5, 21]. Su aplicación a problemas de programación de personal en *call centers* se ha hecho de particular interés dada la fluctuante naturaleza de la carga de trabajo en estos sistemas y de lo exigente de sus niveles de servicio (dos factores no tan diferentes a los estudiados en este proyecto) [3, 8, 16].

Azadivar [4] describe el problema de optimización-simulación o simulación-optimización básicamente como un problema de optimización donde la función objetivo y algunas restricciones sólo pueden ser evaluadas usando simulación. En este contexto, la simulación es utilizada para probar la validez del modelo o para generar las entradas para una nueva instancia del problema de optimización. Esta interacción permite disminuir drásticamente el número de escenarios a ser analizados mientras se alcanza una mejor solución en términos de costos y niveles de servicio [5, 18].

Para terminar esta sección es importante mencionar que los trabajos publicados por Ernst *et al.* [13, 14] proveen una rigurosa revisión bibliográfica de todos los tipos de problemas relacionados con programación de personal, clasificados por área de aplicación y algoritmos de solución. Además, estos trabajos incluyen secciones dedicadas exclusivamente a artículos sobre modelamiento de la demanda y pronósticos, actividades necesarias para definir adecuadamente los requerimientos de personal.

## 2.2. Descripción de Problema

La *Gerencia Comercial* de Metro S.A., a través de su Canal de Ventas, tiene la misión de proveer a los usuarios de la red de Metro S.A. con cupos de transporte. Este objetivo se lleva a cabo mediante la programación de los operarios de ventas en las distintas mesaninas de la red.

Cada 15 días, la *Gerencia Comercial* de Metro S.A. define los requerimientos de personal para toda red, estableciendo el número de operarios y turnos para cada uno de sus tipos de cajero. La *Gerencia Comercial* incorpora dos criterios. El primer criterio corresponde a la *rentabilización* del servicio mediante la minimización de los costos operacionales. El segundo corresponde al cumplimiento de los niveles mínimos de servicio definidos por el *AFT*.

Los estándares mínimos definidos por el *AFT* están relacionados con el largo máximo de usuarios en fila y el tiempo de espera máximo durante una

hora móvil.

### 2.3. Proceso Global de Planificación y Control de los Operarios de Caja

El proceso global de planificación y control del servicio de venta de cupos de transporte está compuesto por 4 etapas. La Figura 3 muestra dicho proceso.

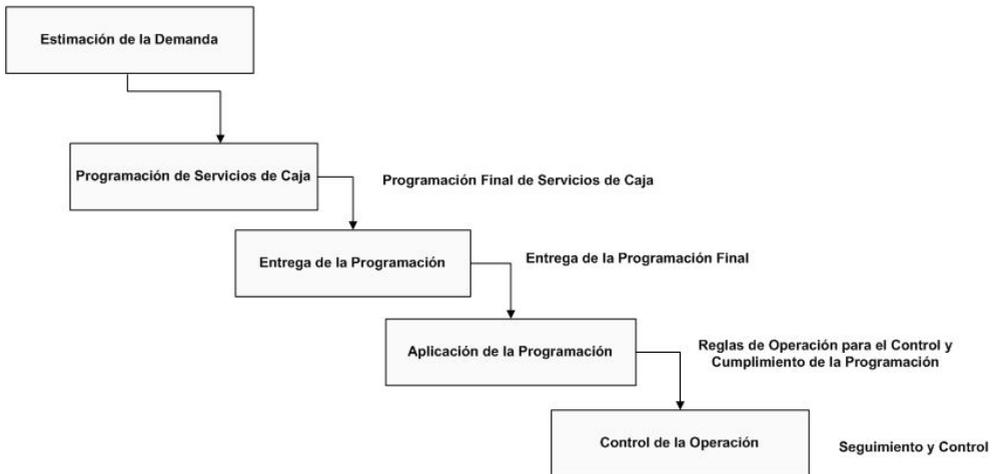


Figura 3: Etapas del proceso global de planificación y control de operarios.

Este proceso comienza con la *Estimación de la Demanda* por el servicio de venta, la que se define como el número de usuarios que llegarán a una mesanina solicitando la compra de un boleto o carga de su tarjeta multivía para cada intervalo de 15 minutos<sup>3</sup>. Luego esta estimación sirve como entrada para la *Programación de Operarios de Caja*. La programación final define el número, la hora de inicio y la hora de término de cada turno para cada tipo de operario. La siguiente etapa corresponde a la *Entrega de la Programación Final a los Operadores*. Como se mencionó anteriormente, estos *operadores* son empresas privadas responsables de proveer los operarios de ventas de acuerdo a los requerimientos definidos por Metro S.A. Posteriormente, se hace la *Aplicación de la Programación* en la red. Finalmente, se realiza el *Control de la Operación*, donde se vela por el cumplimiento de los requerimientos de personal y turnos definidos por Metro S.A.

<sup>3</sup>La estimación de demanda es entregada por la *Gerencia Comercial* obtenida en un proceso externo al sistema.

---

### 3. Diseño del Sistema Computacional

---

Para apoyar las decisiones de programación de operarios de caja se diseñó y construyó un sistema computacional. Este sistema computacional está compuesto por dos módulos integrados. El primer módulo, al que llamamos *Módulo de Asignación*, genera una programación óptima de operarios de caja para todas las mesaninas de la red, suponiendo todos los parámetros en sus valores promedios. Entre estos parámetros tenemos los tiempos de atención y la demanda por boletos y cargas de tarjeta multivía.

El segundo módulo, al que llamamos *Módulo de Simulación*, tiene como objetivo la evaluación y corrección de la programación definida por el *Módulo de Asignación*. Esta evaluación se realiza simulando el funcionamiento del *Canal de Ventas* bajo la programación de operarios definida por el *Módulo de Asignación*, esta vez incorporando una descripción probabilística más detallada de los procesos de llegada de usuarios y de atención. Lo anterior otorga mayor realismo a los resultados del sistema computacional.

Un elemento interesante de destacar de la metodología propuesta en este trabajo es la interacción existente entre los módulos para obtener la programación final de operarios. Esta interacción comienza cuando el *Módulo de Asignación* genera una programación de operarios para la red. Luego dicha programación es simulada obteniendo para cada mesanina distintos indicadores de desempeño y niveles de servicio. Si estos indicadores no cumplen con los estándares mínimos exigidos por el *AFT*, el *Módulo de Simulación* genera una serie de nuevas restricciones, las cuales son incorporadas al *Módulo de Asignación*. Con estas nuevas restricciones, se vuelve a generar una programación y ésta se valida nuevamente mediante su simulación. Este proceso se repite hasta que se cumplan todos los estándares mínimos de operación. La Figura 4 ilustra el proceso iterativo de ajuste para la generación de la programación final de servicios.

A continuación, se hace una descripción detallada de las funcionalidades y características de cada módulo.

#### 3.1. Módulo de Asignación

Este módulo apoya las decisiones de determinación del número, hora de inicio y hora de término para cada tipo de cajero considerado por Metro S.A.. Su propósito es la minimización de los costos totales asociados a la programación de personal, mientras se satisfacen los requerimientos definidos por el *AFT* y las condiciones deseables de operación del sistema.

Este módulo recibe como información de entrada las estimaciones de de-

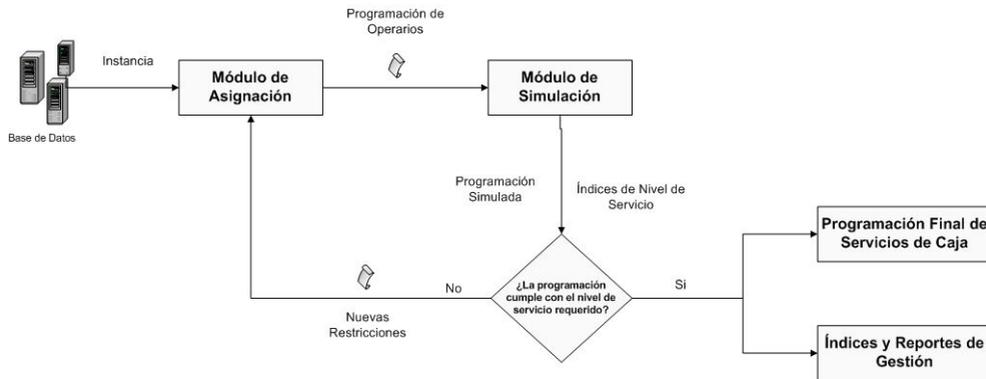


Figura 4: Etapas del proceso de programación de operarios de caja.

manda elaboradas actualmente por la *Gerencia Comercial*; la configuración de la red de Metro S.A. en términos del número de líneas, estaciones y mesaninas; la cantidad de recursos disponibles por cada mesanina (como por ejemplo el número de *POS*); y las exigencias impuestas en los contratos con el *AFT*.

### 3.1.1. Descripción del Módulo de Asignación

A continuación, se presenta una descripción más detallada del *Módulo de Asignación* del sistema. Este módulo se basa en un modelo de programación entera y implementado en el software GAMS 22.5 y resuelto con el paquete CPLEX 10.0.

#### *Función Objetivo*

El objetivo de nuestro modelo es minimizar el costo total asociado a la programación de operarios. Dado que no existe ninguna relación que ligue una mesanina con otra en términos operacionales, nuestro problema se reduce a minimizar el costos total para cada una de las mesaninas por separado.

#### *Parámetros del Módulo*

1. *Demanda de Usuarios*: Corresponde al número de usuarios que llegarán solicitando el servicio de caja en cada intervalo de 15 minutos en el horizonte de programación. Esta demanda se estima para cada mesanina de la red.
2. *Configuración de las Mesaninas*: Corresponde a la cantidad de ventanillas operativas y *POS* disponibles para el servicio de venta.
3. *Tiempo de Atención*: Corresponde al tiempo que tarda un operario en

atender una solicitud de un usuario. Este tiempo fue considerado para cada tipo de transacción.

4. *Costos*: Los costos asociados a la programación de operarios. Estos costos difieren dependiendo tanto del número como del largo de los turnos.

#### *Requerimientos y Condiciones del Problema*

Los requerimientos que la programación final de operarios debe satisfacer. Estos se relacionan principalmente a las diferentes exigencias impuestas para la generación de la programación de operarios. La formulación matemática de estos requerimientos se puede encontrar en el Anexo.

Las condiciones y requerimientos del sistema son los siguientes:

1. *Número Máximo de Operarios*: Esta restricción impone que se respete el número máximo de puestos de venta que tiene cada mesanina.
2. *Criterio de Habilitación de Puestos Móviles*: Esta restricción impone que antes de habilitar un puesto móvil, es necesario habilitar primero todos los puestos fijos de una mesanina.
3. *Cantidad Mínima de Operarios*: Esta condición impone que para cada mesanina-período debe existir una cantidad mínima de operarios.
4. *Relación entre Tasas de Llegada y Atención*: Esta restricción impone que la tasa total de atención en una mesanina debe ser mayor o igual que la tasa de llegada de usuarios a esta. La tasa de atención depende directamente de la cantidad de operarios activos y la tasa de llegada depende de la estimación de demanda en intervalo de tiempo.
5. *Eliminación de Ventanas Temporales*: Esta restricción trata de que el número de operarios requeridos no varíe bruscamente entre periodos de tiempo consecutivos. .
6. *Restricción de Corrección del Módulo de Simulación*: Consiste en una o más restricciones, provenientes del *Módulo de Simulación*, que se imponen para cada intervalo de tiempo que no cumple con el nivel mínimo de servicio requerido. Esta restricción establece que la cantidad total de operarios sea mayor en una unidad respecto de la cantidad total de servidores que se programó en la iteración anterior del sistema.

### **3.2. Módulo de Simulación**

A continuación, se presenta una descripción más detallada del *Modulo de Simulación* del sistema. Este módulo fue implementado en Java System Development version 6.3 para Sun Microsystems .

### 3.2.1. Descripción del Proceso a Simular

Los usuarios llegan a una mesanina a comprar boletos, a cargar una tarjeta multivía o por otras actividades no transaccionales. Cuando un usuario está frente a la mesanina debe escoger una fila para ubicarse y, en el caso en que no haya fila, escoger un operario (ventanilla) para ser atendido inmediatamente. Si un usuario necesita cargar su tarjeta multivía debe seleccionar un operario que esté habilitado para brindar este servicio, es decir, debe seleccionar un operario que cuente con *POS*.

Un usuario que no es atendido inmediatamente avanza en su posición relativa dentro de la fila, a medida que los usuarios que están antes que él van siendo atendidos, hasta llegar al operario de venta. En ese momento se realiza la transacción, la cual tiene una duración variable que depende del tipo de transacción. Una vez realizada la transacción el usuario sale del sistema.

La Figura 5 muestra un diagrama que identifica la entrada, salida, reglamentos y recursos que dispone el sistema:

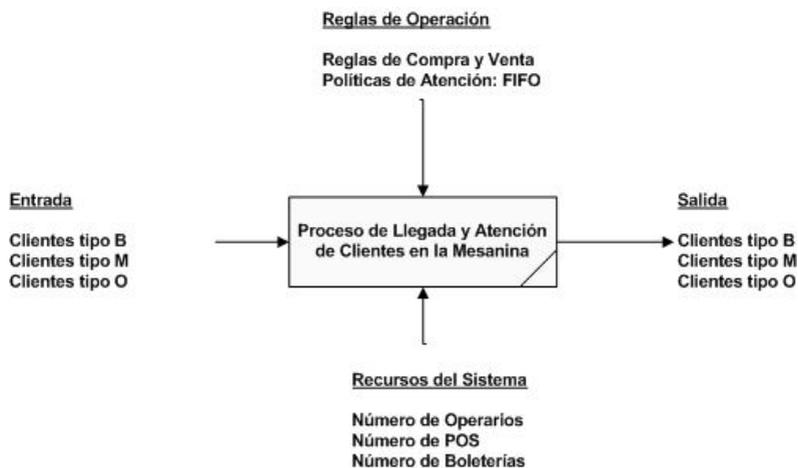


Figura 5: Diagrama IDEF0 para el *Módulo de Simulación*.

Los elementos de la figura anterior se describen a continuación:

- *Entrada*: La entrada del sistema corresponde a los usuarios de la red. Estos usuarios pueden ser de tres tipos, usuarios que compran boletos, usuarios que cargan tarjetas multivía y usuarios que realizan otras actividades no transaccionales. Un ejemplo de estos últimos corresponde a los clientes que hacen consultas por tramos especiales, consultas sobre las estaciones que son conexiones de línea o terminales de buses.
- *Salida*: La salida del sistema corresponde a los usuarios que ya compraron boletos o cargaron su tarjeta multivía.

- *Reglas*: Las reglas impuestas corresponden a restricciones operacionales impuestas al sistema. Por ejemplo, la política de atención de los operarios (FIFO) y las políticas de compra y venta de boletos (los usuarios que deseen cargar su tarjeta multivía se deben ubicar en filas que tengan POS).
- *Recursos*: Los principales recursos utilizados corresponden a los operarios de caja, tanto fijos como móviles. Además está el espacio físico dónde se realizan la transacciones (i.e. boleterías). A esto se suman todos los equipos necesarios, como son por ejemplo: número de POS, boletos, entre otros.

### 3.2.2. Descripción Lógica del Proceso

En términos generales, la simulación queda bien representada por los eventos que se muestran en la Figura 6.



Figura 6: Esquema general del *Módulo de Simulación*.

A continuación, se detalla cada una de estas etapas:

#### 1. Etapa 1 - Proceso de Llegada

Se considera que las llegadas de los usuarios al sistema son individuales e independientes, es decir, los usuarios no llegan en grupo, y la probabilidad de que dos o más usuarios ingresen al mismo tiempo al sistema es cero.

En el proceso de llegada se distinguen dos variables aleatorias independientes. La primera de ellas corresponde a los *Tiempos Entre Llegadas* sucesivas de los usuarios. El *Módulo de Simulación* considera distintas distribuciones de probabilidades para definir estos tiempos.

- Caso Determinístico*: Considera que los tiempos entre llegadas de usuarios sucesivos corresponden a intervalos fijos de tiempo .
- Caso Probabilístico*: Considera que los tiempos entre llegadas son posibles de ajustar mediante algún tipo de distribución de probabilidades. Las distribuciones de probabilidades utilizadas fueron: Exponencial, Normal, Lognormal, Weibull y Uniforme.

En segundo lugar están los tipos de usuario. La forma de abordar esta situación fue mediante la incorporación de una *Probabilidad* asociada a *Tipo de Transacción*.

## 2. Etapa 2 - Elección del Operario (Fila)

Cuando un usuario llega a una mesanina debe decidir en que fila ponerse. La forma en que los usuarios eligen la fila (u operario) tiene incidencia directa en los indicadores de desempeño del sistema y, por lo tanto, afectan directamente a la programación final del personal. Debido a esto, el *Módulo de Simulación* debe permitir utilizar distintas reglas de elección de fila. Cabe destacar que para los efectos de la simulación se considera que un usuario ya en una fila posteriormente no se cambia, y en el caso en que dos operarios tengan el mismo largo de fila, los usuarios eligen equiprobablemente. Los tipos de elección implementados son los siguientes:

- a) *Elección Equiprobable*: Los usuarios que llegan al sistema tienen igual probabilidad de elección entre los distintos operarios. Los usuarios que requieren cargar una tarjeta multivía sólo lo pueden hacer con un operario que cuente con POS. En cambio los usuarios que compran boleto lo pueden hacer con cualquier operario activo.
- b) *Elección Operario con Fila de Menor Tamaño*: Dentro de este tipo de elección podemos definir tres casos:
  - 1) *Asignación Directa al Operario con Fila más corta*: Los usuarios que compran boletos o que realizan actividades no transaccionales eligen directamente el operario con la fila más corta (pueden utilizar cualquier operario). Lo mismo ocurre con los usuarios que carga su tarjeta multivía. Sin embargo, estos últimos sólo consideran los operarios con POS.
  - 2) *Mayor probabilidad a la fila más corta*: Los usuarios que llegan al sistema eligen con mayor probabilidad al operario con la menor fila.
  - 3) *Mayor probabilidad al operario con fila más corta, pero los usuarios que compran boleto eligen con mayor probabilidad un servidor sin POS*: Este caso es similar al anterior, sin embargo, aquí se considera que existe un incentivo para que los usuarios que compran boleto seleccionen con mayor probabilidad una fila en donde el operario no cuenta con POS.

## 3. Etapa 3 - Atención de Caja

Se considera que las atenciones de los usuarios son individuales e independientes, es decir, no se atienden grupos. En el proceso de atención se distinguen dos eventos aleatorios independientes. El primero de ellos corresponde a los *Tiempos de Atención del Operario* el cual fue diferenciado para cada tipo de usuario del sistema. Dentro de este contexto, se consideraron dos casos:

- a) *Caso Determinístico*: Aquí se considera que los tiempos de atención de los usuarios son iguales.
- b) *Caso Probabilístico*: Este caso considera que los tiempos de atención se ajustan según una distribución de probabilidades. Las distribuciones de probabilidades utilizadas fueron las siguientes: Exponencial, Normal, Lognormal, Weibull y Uniforme.

#### 4. Etapa 4 - Salida del Cliente

Esta etapa representa el término del servicio. Se considera que después de la venta o carga de tarjeta el usuario abandona el el sistema, es decir, o hace uso del servicio de transporte o deja la mesanina.

---

## 4. Beneficios del uso del sistema computacional

---

Esta sección presenta una comparación de las programaciones obtenidas con la aplicación del sistema frente a las utilizadas por Metro S.A. De esta manera, se pretende evidenciar los beneficios que produce el uso del sistema computacional en términos cuantitativos. Los análisis presentados en esta sección corresponden a la comparación de los resultados de un *Plan Piloto* desarrollado en el mes de noviembre del año 2006.

Además, esta sección presenta una evaluación económica de los costos totales en que se incurre por cada programación para luego analizar el comportamiento de la solución entregada en términos del nivel de servicio provisto. También se incluye una comparación de la solución obtenida en términos del número de servicios de caja que se programan con respecto a la demanda. Este análisis permite observar cuán eficientes son nuestras programaciones.

Finalmente, se describen otros otros beneficios obtenidos con la aplicación del sistema desde el punto de vista de la organización.

### 4.1. Descripción del Plan Piloto

El objetivo central de la realización del *Plan Piloto* fue validar la utilidad de las programaciones generadas por el sistema computacional y analizar su desempeño respecto a las programaciones tradicionalmente utilizadas por la *Gerencia Comercial* de Metro S.A.

Para evaluar los beneficios de nuestro modelo se midió un número reducido de mesaninas (cercano al 10 % del total) durante cuatro días distribuidos en dos semanas. Las pruebas experimentales se realizaron durante la segunda y tercera semanas del mes de noviembre de 2006.

Se decidió utilizar para una de las semanas la programación propuesta por el sistema computacional, y para la programación confeccionada por Metro S.A. Las pruebas se realizaron los días martes y viernes, con la finalidad de minimizar la influencia de factores ajenos al sistema en estudio. Durante la primera semana se aplicó la programación del sistema computacional en la mitad de las mesaninas escogidas, y en el resto de las mesaninas, se aplicó la programación proporcionada por Metro S.A. En la segunda semana, se invirtió la selección de las programaciones.

Para realizar este *Plan Piloto* se escogieron 8 mesaninas, buscando definir una muestra representativa del total de las mesaninas que componen el sistema. El calendario del *Plan Piloto* se resume en la Tabla 1. La primera columna corresponde a la mesanina donde se realizó la medición. Las demás columnas indican si para dichas estaciones se utilizó la programación propuesta por el sistema o la programación propuesta por Metro S.A. Por ejemplo, para la estación Pajaritos (PJ) el día 14/11 se utilizó la programación de Metro S.A., y para la misma estación el día 21/11 se utilizó la programación del sistema.

Mesanina	14/11/2006	17/11/2006	21/11/2006	24/11/2006
Los Leones (LE)	Sistema	Sistema	Metro S.A.	Metro S.A.
Puente Alto (PPA)	Sistema	Sistema	Metro S.A.	Metro S.A.
Pedro de Valdivia (PV)	Sistema	Sistema	Metro S.A.	Metro S.A.
Universidad de Santiago (US)	Sistema	Sistema	Metro S.A.	Metro S.A.
Elisa Correa (ECO)	Metro S.A.	Metro S.A.	Sistema	Sistema
Estación Central (EL)	Metro S.A.	Metro S.A.	Sistema	Sistema
Escuela Militar Oriente (EM-Oriente)	Metro S.A.	Metro S.A.	Sistema	Sistema
Pajaritos (PJ)	Metro S.A.	Metro S.A.	Sistema	Sistema

Cuadro 1: Calendario de ejecución del Plan Piloto.

Para evaluar y comparar las programaciones se midieron los *largos de fila*, los *niveles de demanda* y los *tiempos de transacción*. Estas mediciones se realizaron en todas las mesaninas en estudio durante el período completo de operación, es decir, para cada día entre las 6:30 y las 22:30 horas. Para determinar los largos de fila se registró, minuto a minuto, cuántas personas estaban esperando a ser atendidas por cada ventanilla o rompefila designado. La demanda enfrentada fue determinada de la manera que usualmente lo realiza Metro S.A., a partir de información agregada extraída de sus sistemas. Específicamente, a partir de los registros, cada 15 minutos, del paso de usuarios a través del conjunto de torniquetes y del número total de transacciones de carga de tarjetas. Los tiempos de transacción fueron medidos directamente en un subconjunto de boleterías en cada mesanina.

A continuación, se describen los resultados del estudio y los beneficios generados por el sistema propuesto.

## 4.2. Beneficios cuantitativos

### 4.2.1. Comparación del ajuste de la programación a la demanda

En esta sección se compara la programación obtenida con el sistema propuesto y la programación definida por la *Gerencia Comercial* con su actual forma de operar. Esta comparación se realiza con respecto al número de operarios de caja requeridos y a la demanda estimada normalizada. Para esta comparación se utilizaron los datos correspondientes a la segunda semana del mes de noviembre (primera semana de implementación del Plan Piloto).

Las Figuras 7 y 8 muestran el número de operarios habilitados por cada programación, en cada bloque horario, y el nivel de demanda estimado dividido por 100. Este último valor es una estimación del mínimo de operarios de caja que se necesitan para satisfacer la demanda<sup>4</sup>. La intuición detrás de esta comparación es que, por un lado, una programación que consigue atender la demanda debe estar por encima de la curva de “Demanda/100”, y por otro, mientras menor sea el requerimiento de servicios de caja, más económica resulta la programación. Es decir, una buena programación debe estar por encima de la curva de demanda, pero debe seguirla lo más ajustadamente posible.

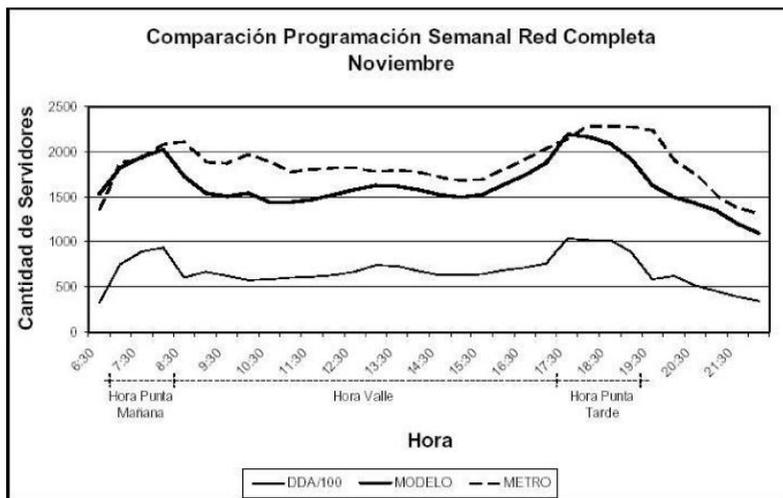


Figura 7: Comparación del número de servicios de caja asignados y la demanda real por servicios (red completa).

La Figura 7 muestra esta información, de manera agregada, para toda la red y considerando la programación de la semana completa. Es fácil ver que la planificación propuesta por el sistema se ajusta mejor a la curva de demanda normalizada. Es importante señalar que el área entre las curvas correspondientes a las dos programaciones representa, de manera aproximada, el ahorro

<sup>4</sup>Esto corresponde al caso en que los clientes llegan de manera homogénea y los tiempos de transacción son constantes.

en horas-hombre producido por el sistema computacional. Se observa que este ahorro proviene principalmente de la disminución de personal requerido durante las *horas valle*<sup>5</sup> y luego de la *punta tarde*<sup>6</sup>.

Como ilustración de lo que sucede en una mesanina, la Figura 8 muestra el resultado para el día viernes en particular para la mesanina de la estación Los Leones. En este gráfico también se observa que la programación producida a partir de nuestros modelos se ajusta mejor a la demanda. En particular, la programación producida con el sistema computacional requiere de una menor cantidad de servicios de caja durante las horas valle. En cambio, en el horario punta más pronunciado se programan más cajeros que lo que hacía Metro S.A. con anterioridad al uso del sistema, pero por un período más corto de tiempo. De esta manera, con la programación generada por el sistema se atiende la demanda que crece momentáneamente pero manteniendo menores niveles de personal durante todo el día.

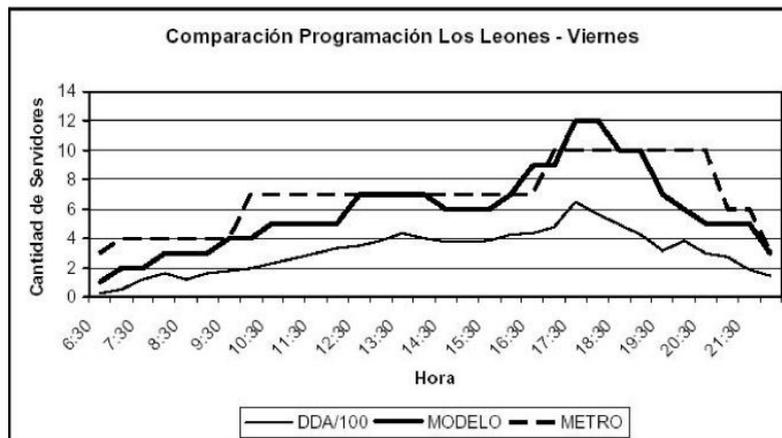


Figura 8: Comparación del número de servicios de caja asignados y la demanda real por servicios (mesanina Los Leones).

En conclusión, las programaciones generadas por el sistema computacional, en general, se aproximan más a la demanda real, aprovechando entonces mejor los recursos de operarios de caja.

#### 4.2.2. Evaluación económica en términos del costo total y comparación respecto al indicador de nivel de servicio

En esta sección se comparan las dimensiones de costo y nivel de servicio para las programaciones generadas por el sistema computacional y por Metro S.A. Como indicadores del nivel de servicio se utilizaron: el número de

<sup>5</sup>Se refiere a las horas del día con baja demanda.

<sup>6</sup>Se refiere a las horas de baja demanda después de las 19:30 horas.

mesaninas-período<sup>7</sup> en que el largo de fila promedio superó el estándar establecido de 3 usuarios; y el largo de fila promedio cuando se supero este estándar. Para realizar la comparación, se consideraron cuatro programaciones, a las cuales nos referimos como:

- Sistema 3 Días: Se generan tres programaciones distintas, una para los *días laborales*, otra para el sábado y, la tercera, para el domingo.
- Sistema 4 Días: Se generan cuatro programaciones distintas: una para lunes y martes; otra para miércoles, jueves y viernes; otra para el sábado; y la última para el domingo.
- Sistema 5 Días: Se generan cinco programaciones distintas: una para el lunes; otra para martes, miércoles y jueves; otra para el viernes; otra para el sábado; y la última, para el domingo.
- Sistema 7 Días: Se generan siete programaciones distintas, una para cada día de la semana.

La programación de servicios de caja se define para cada tipo de día, es decir, una misma programación para todos los días del mismo tipo. Para determinar la demanda en un determinado período del día tipo, se considera el máximo de la demanda estimada para todos los días de ese tipo en la semana. Por ejemplo, para determinar la demanda del período 8:30 a 8:45 horas de un día tipo “martes-miércoles-jueves” para la programación “Sistema 5 Días” se toma el máximo de las demandas estimadas para el martes, miércoles y jueves de 8:30 a 8:45 horas.

En todos los casos, para la generación de la programaciones, se utilizó como información de entrada las demandas estimadas por Metro S.A. para una semana tipo del mes de noviembre de 2006.

El comportamiento de estas cinco programaciones fue simulado utilizando la demanda real de la segunda semana de noviembre de 2006.

La Tabla 24.2.2 se muestra, para cada programación, el costo total (en UFs), la variación porcentual de este costo respecto del caso base (programación Metro S.A.), el largo promedio de las filas en los casos que superan 3 personas y la proporción que este promedio representa respecto del caso base (programación Metro S.A.).

De la tabla anterior, se puede decir que, para el caso que considera tres tipos de día, el sistema genera una programación ligeramente más costosa que la utilizada por Metro S.A., pero reduciendo significativamente los largos de fila en los casos que se viola el estándar de servicio. Cabe señalar que para la programación actual Metro S.A. se ocupan 4 tipos de días

<sup>7</sup>Llamamos *período* a cada intervalo de 15 minutos utilizados como unidad mínima de tiempo para las mediciones y programaciones.

Programación	Costo (UF)	Variación Caso Base	Largo Promedio Filas Largas	Proporción Caso Base	Mesaninas-Período Fuera de Estándar	
					Número	Porcentaje
Real Metro	3.324,8	0,00 %	92,7	100,0 %	3.941	9,32 %
Sistema 3 Días	3.367,9	+1,29 %	13,5	14,6 %	535	1,27 %
Sistema 4 Días	3.233,1	-2,76 %	18,9	20,4 %	882	2,09 %
Sistema 5 Días	3.175,2	-4,50 %	21,2	22,9 %	1.145	2,71 %
Sistema 7 Días	3.075,0	-7,52 %	22,4	24,2 %	1.723	4,08 %

Cuadro 2: Comparación de programaciones para el mes de noviembre de 2006.

Para las otras programaciones se obtienen mejoras tanto en los costos como en la calidad de servicio. En particular, el largo promedio de las colas “largas” se reduce a menos de una cuarta parte de lo registrado actualmente en todos los casos.

### 4.3. Beneficios cualitativos

#### 4.3.1. Automatización

La forma en que se programan los puestos de venta ha variado con los contratos que han regido para cada línea de la red de Metro S.A.. Sin embargo, este proceso ha mantenido características comunes, lo que permite describir una metodología estándar de programación.

Existe una programación base, que debe especificar los requerimientos mínimos con los que cada mesanina puede operar manteniendo un nivel de servicio aceptable. Cuando se detecta que esta base presenta falencias en algún punto de la red, se genera una solicitud para modificarla de manera eventual o permanente. Esta solicitud es evaluada y, en caso de determinarse pertinente, es puesta en marcha.

Esta manera de programar presenta deficiencias, que pueden ser en parte corregidas por el sistema computacional desarrollado, obteniéndose los siguientes beneficios:

- **Unificación del nivel de servicio.** El uso del sistema computacional permite obtener una programación que cumpla con un estándar determinado, pudiendo ser el largo de fila o el tiempo de espera, en ambos casos su valor promedio o máximo. Este estándar puede además mantenerse uniforme a lo largo de toda la red.
- **Disminución del número de solicitudes de modificación.** Al tener una programación más robusta, se aminora la necesidad de hacerle modificaciones. Las solicitudes de modificación presentan complicaciones tales como:
  - Procesar solicitudes en distintos formatos.
  - Analizar la información relevante para evaluar cada solicitud.
  - Difícil reacción dentro de un plazo apropiado.

- **Disminución de fallas humanas.** Al automatizarse el proceso se suprimen los errores en el flujo de información que se pueden producir al especificar manualmente horarios, mesaninas, fechas o tipos de servicio de caja.
- **Evaluación de programaciones.** Adicionalmente a su funcionalidad principal, el sistema permite simular programaciones arbitrarias para así apoyar al monitoreo de mesaninas y, de esta manera, contribuir a la mejora continua de la programación.
- **Estandarización de informes y almacenamiento de programaciones.** El uso del sistema permite la generación de una serie de reportes estándares para el análisis y monitoreo del funcionamiento del sistema. Adicionalmente, da la posibilidad almacenar y reutilizar programaciones previas.

#### 4.3.2. Operatividad

Con el sistema desarrollado se pueden generar programaciones que consideren numerosas condiciones. Esto ha permitido incluir requerimientos que si bien no están contemplados en los contratos de subcontratación de personal facilitan las operaciones del *Canal de Ventas* y su control. Las condiciones no contractuales que han sido incorporadas son las siguientes:

- Sólo se habilita la operación de rompefilas cuando la boletería está llena.
- Se impide la formación de las llamadas *ventanas* en la programación. Es decir, no se permite que número de servicios de caja programados aumente (o disminuya) por un intervalo de tiempo menor a una hora.

---

## 5. Conclusiones

---

En este documento se describe la implementación y la puesta en funcionamiento de un sistema computacional para la determinación de la dotación de personal de caja para las boleterías del Metro de Santiago.

El sistema descrito se basa en la combinación de dos modelos que interactúan iterativamente: un modelo de optimización, que determina de manera aproximada la dotación necesaria del personal y, un modelo de simulación, que describe el comportamiento del sistema dada una programación. Lo anterior, incorporando las complejidades del sistema.

El sistema propuesto fue testeado en una prueba piloto en un conjunto reducido de estaciones durante el año 2006. Los resultados obtenidos muestran

beneficios o mejoras en al menos tres planos: el plano económico, organizacional y de calidad de servicio.

El sistema computacional presentado no sólo emplea los modelos sofisticados desarrollados en el proyecto para Metro S.A. Además, ha sido implementado exitosamente en los sistemas informáticos de la compañía mostrando resultados muy satisfactorios.

Como se ha analizado en la Sección 2.1, hay un enorme potencial para el enfoque presentado en este artículo. La metodología y el sistema descrito son aplicables a cualquier problemática de negocio que se caracterice por la definición de los requerimientos de personal para un servicio de demanda muy variable en el transcurso del día. Algunas potenciales aplicaciones son la programación de personal en *call centers*, en las cajas de bancos y supermercados, y en la optimización de los turnos de hospitales.

**Agradecimientos:** Al Instituto Científico Milenio “Sistemas Complejos de Ingeniería” P04-066-F por el apoyo económico para la concreción de este proyecto.

## Referencias

- [1] S. Agnihotri and P. Taylor. Staffing a centralized appointment scheduling department in Lourdes Hospital. *Interfaces*, 21(5):1–11, 1991.
- [2] D. Ashley. A spreadsheet optimization system for library staff scheduling. *Computers & Operations Research*, 22(6):615–624, 1995.
- [3] J. Atlason, M. Epelman, and S. Henderson. Optimizing call center staffing using simulation and analytic center cutting-plane methods. *Management Science*, 54(2):295–309, 2008.
- [4] F. Azadivar. Simulation optimization methodologies. *Proceedings of the Winter Simulation Conference 1999*, 1:93–100, 1999.
- [5] A. Bush. Iterative optimization and simulation of barge traffic on an inland waterway, 2003. *Proceedings of the Winter Simulation Conference 2003* 2:1751-1756 vol.2.
- [6] M. Byrne and M. A. Bakir. Production planning using a hybrid simulation analytical approach. *International Journal of Production Economics*, 59(1-3):305–311, 1999.
- [7] M. Centeno. A simulation-ILP based tool for scheduling ER staff. *Proceedings of the Winter Simulation Conference 2003*, 2:1930–1938, 2003.

- [8] M. T. Cezik and P. L'Ecuyer. Staffing multiskill call centers via linear programming and simulation. *Management Science*, 54(2), 2008.
- [9] W. Cheung, L. C. Leung, and P. C. F. Tam. An intelligent decision support system for service network planning. *Decision Support Systems*, 39(3):415–428, 2005.
- [10] G. B. Dantzig. A comment on Edie's "Traffic delays at toll booths". *Journal of the Operations Research Society of America*, 2(3):339–341, 1954.
- [11] B. T. Denton, A. S. Rahman, H. Nelson, and A. C. Bailey. Simulation of a multiple operating room surgical suite. *Proceedings of the Winter Simulation Conference 2006*, pages 414–424, 2006.
- [12] L. Edie. Traffic delays at toll booths. *Journal of the Operations Research Society of America*, 2(2):107–138, 1954.
- [13] A. Ernst, H. Jiang, M. Krishnamoorthy, B. Owens, and D. Sier. An annotated bibliography of personnel scheduling and rostering. *Annals of Operations Research*, 127(1-4):21–144, 2004.
- [14] A. Ernst, H. Jiang, M. Krishnamoorthy, and D. Sier. Staff scheduling and rostering: A review of applications, methods and models. *European Journal of Operational Research*, 153(1):3–27, 2004.
- [15] D. Hammond and S. Mahesh. A simulation and analysis of bank teller manning. *Proceedings of the Winter Simulation Conference 1995*, pages 1077–1080, 1995.
- [16] S. G. Henderson. Rostering by iterating integer programming and simulation. *Proceedings of the Winter Simulation Conference 1998*, 1:677–683, 1998.
- [17] Y. Hung and R. C. Leachman. A production planning methodology for semiconductor manufacturing based on iterative simulation and linear programming calculations. *Semiconductor Manufacturing, IEEE Transactions*, 9:257–269, 2004.
- [18] E. Ignall, P. Kolesar, and W. Walker. Using simulation to develop and validate analytic models: some case studies. *Operations Research*, 26(2):237–253, 1978.
- [19] B. Kim and S. Kim. Extended model for a hybrid production planning approach. *International Journal of Production Economics*, 73(2):165–173, 2001.

- [20] A. Mason, D. Ryan, and D. Panton. Integrated simulation, heuristic and optimisation approaches to staff scheduling. *Operations Research*, 46(2):161–175, 1998.
- [21] Y. Naveh, Y. Richter, Y. Altshuler, D. Gresh, and D. P. Connors. Workforce optimization: Identification and assignment of professional workers using constraint programming. *IBM Journal of Research and Development*, 51(3/4):263–279, 2007.
- [22] X. Qi and J. F. Bard. Generating labor requirements and rosters for mail handlers using simulation and optimization. *Computers & Operations Research*, 33(9):2645–2666, 2006.

---

## 6. Anexo

---

### Modelo de Programación Lineal Entera

A continuación se detalla el modelo de programación entera mixta utilizado como base del *Módulo de Asignación* del sistema. Como hemos indicado, para cada mesanina-día se resuelve una instancia diferente. Antes de presentar el modelo describimos la notación y parámetros necesarios.

La jornada de operación del servicio está dividido en  $Q$  bloques de igual duración  $q = 1, \dots, Q$ . Estos bloques constituyen la unidad utilizada para discretizar el tiempo en el planteamiento del modelo. En particular se utilizaron bloques de 15 minutos, por lo que una jornada tipo de 6:30 a 22:30 horas, es dividida en 64 bloques.

Las contrataciones deben ser realizadas por un tipo específico de operario. Para el problema estudiado, el tipo de operario depende tanto del equipo que utiliza (si ocupa POS o no) y de la posición de trabajo en la mesanina (en boletería –*puesto fijo*– o como rompe-filas –*puesto móvil*–). De esta manera, se cuenta con 4 tipos de operarios: “Fijo con POS”, “Fijo sin POS”, “Móvil con POS” y “Móvil sin POS”. El conjunto de estos cuatro tipos de puestos de trabajo se denota por  $P$ .

Las contrataciones deben ser realizadas en turnos de duración acorde a lo estipulado en los contratos. Para fines del modelo, definimos  $L$  como el conjunto de las duraciones de los turnos, medidas en número de bloques. En el caso particular considerado, los turnos pueden durar 2, 4 o 16 horas. Como los bloques son de 15 minutos, esto significa que  $L = \{8, 16, 64\}$ .

Los cajeros deben atender diferentes tipos de transacciones. El conjunto de tipo de transacciones a considerar se denota por  $T$ . En la aplicación se consideraron dos tipos de transacciones: “compra de boleto” y “carga de

tarjeta”.

Para el planteamiento de ciertas restricciones es necesario considerar sólo algunos tipos de operarios. Para esto, definimos los siguientes subconjuntos de  $P$ :

- Puestos fijos:  $PF = \{“Fijo con POS”, “Fijo sin POS”\}$ .
- Puestos móviles:  $PM = \{“Móvil con POS”, “Móvil sin POS”\}$ .
- Puestos con POS:  $PC = \{“Fijo con POS”, “Móvil con POS”\}$ .
- Puestos sin POS:  $PS = \{“Fijo sin POS”, “Móvil sin POS”\}$ .
- Puestos que pueden atender una transacción tipo  $t$ :  $P(t)$ .

Las Tablas 3 y 4 muestran los otros parámetros necesarios y los valores utilizados. Los *parámetros generales* corresponden a los datos que no varían entre mesaninas o días diferentes; los parámetros *por mesanina* son valores que dependen de la instancia particular a resolver.

Parámetro	Notación	Descripción
Eficiencia	$EF$	Fracción del tiempo que un servidor está efectivamente disponible.
Tiempo de Atención	$A_p^t$	Tiempo medio de atención de una transacción de tipo $t$ por un puesto tipo $p$ , en segundos.
Costo de contratación	$C_{pl}$	Costo de contratación de un puesto tipo $p$ en un turno de largo $l$ .
	$\alpha$	Parámetro de control, relación mínima entre tasa de llegada de transacciones y tasa nominal de atención.
Largo de bloque	$LQ$	Duración de un bloque, en segundos.

Cuadro 3: Parámetros generales.

Adicionalmente, se definen el conjunto  $R \subseteq \{1, \dots, Q\}$  de períodos en los que hay que corregir la asignación previa y número mínimo de servidores a programar en el período  $r$  de acuerdo a la corrección,  $g_r$  para cada período  $r \in R$ . Inicialmente el conjunto  $R$  es vacío y se va actualizando en cada iteración entre los módulos.

Para representar las decisiones de contratación se define un conjunto de variables enteras no negativas,  $N_{pql}$  que representan la cantidad de puestos de venta del tipo  $p$  que comienzan a operar en el período  $q$  por un bloque de largo  $l$ , para cada combinación posible. Adicionalmente, se definen los siguientes grupos de variables auxiliares:

Parámetro	Notación	Descripción
Demanda	$D_q^t$	Número de transacciones de tipo $t$ en el bloque $q$ .
Dotación mínima	$M^{\min}$	Número mínimo de servidores que deben estar trabajando en todo momento. Puede ser nulo.
Dotación máxima por tipo	$M_p^{\max}$	Número máximo de puestos de tipo $p$ que pueden estar trabajando simultáneamente.
Dotación máxima puestos fijos	MaxFijos	Número máximo de puestos fijos que pueden estar trabajando simultáneamente, es decir $\sum_{p \in \text{PF}} M_p^{\max}$ .
	$f_{qt}$	Representa la fracción de la carga de trabajo del bloque $q$ que corresponde a transacciones de tipo $t$ . En la implementación se definió como $(D(q, t) / \sum_{t' \in T} D(q, t'))(1/A(q, t))$ .

Cuadro 4: Parámetros por mesanina

- para cada tipo de operario  $p$ , transacción  $t$  y bloque horario  $q$ , la variable entera no negativa  $Y_{pq}^t$  representa el número de transacciones de tipo  $t$  atendidas por los puestos tipo  $p$  en  $q$ ;
- para cada par tipo de operario-bloque horario  $(p, q)$ , se definen dos variables. La primera es una variable entera,  $X_{pq}$  que representa el número de servidores de tipo  $p$  activos en el bloque  $q$ , y la segunda es una variable binaria  $w_{pq}$ , la que toma el valor 1 si en el bloque  $q$  se inicia algún servidor tipo  $p$ ;
- para cada bloque  $q$  se definen dos conjuntos de variables binarias que indican si en el lapso de media hora (2 bloques) hubo modificaciones de dotación y que son utilizadas para evitar la formación de *ventanas*. La variable  $B_q$  toma un valor igual a 1 si la cantidad de servidores activos en  $q$  es menor a la cantidad de servidores activos en el período  $q - 2$  y, toma un valor igual a 0 en caso contrario. La segunda variable llamada  $S_q$  toma un valor igual a 1 si la cantidad de servidores activos en  $q + 2$  es mayor a la cantidad de servidores activos en el período  $q$  y, toma un valor igual a 0 en caso contrario.

Con esta notación, el modelo implementado es el que se muestra en la página siguiente. El primer conjunto de restricciones liga las variables  $N_{pql}$  de inicio de servicio con las  $X_{pq}$  que cuentan el número de servidores activos en cada momento. Las restricciones siguientes garantizan la cantidad mínima de cajeros activos necesaria y que no se programen más servidores que la capacidad de la mesanina.

El cuarto conjunto de restricciones garantiza que no se habiliten puestos móviles si no están en operación todos los puestos fijos. Esta restricción es de

interés operativo de la empresa y se fundamenta en que la operación de los puestos fijos es más eficiente y segura.

La quinta restricción relaciona la demanda en número de transacciones (lado izquierdo, normalizado por el parámetro  $\alpha$ ) y la capacidad nominal de atención de los cajeros en operación en el bloque  $q$ .

La sexta restricción incorpora las correcciones a hacer a la programación que han sido detectadas por el módulo de simulación.

Las últimas cuatro restricciones se incluyen para evitar la formación de las llamadas *ventanas temporales*. Por motivos de control de operación es importante que no se produzcan variaciones abruptas en la dotación en un período de tiempo muy corto. Específicamente en este caso, se está impidiendo que la dotación aumente en un determinado instante y luego vuelva a reducirse a la media hora o que se reduzca y luego vuelva a crecer en media hora.

La función objetivo utilizada corresponde a minimizar los costos totales de contratación del personal de caja.

### Modelo 1: Programación de cajeros

$$\text{minimizar } z = \sum_{p \in P} \sum_{l \in L} \sum_{q=1}^Q C_{pl} N_{pql}$$

sujeto a

$$\begin{aligned} X_{pq} &= \sum_{l \in L} \sum_{r=q-l+1}^q N_{prl} && \text{para todo } p \in P, q = 1, \dots, Q, \\ X_{pq} &\leq M_{pq}^{\text{Max}} w_{pq} && \text{para todo } p \in P, q = 1, \dots, Q, \\ \sum_{p \in P} X_{pq} &\geq M^{\text{min}} && \text{para todo } q = 1, \dots, Q, \\ \sum_{s \in \text{PF}} X_{sq} &\leq \text{MaxFijos} \cdot w_{pq} && \text{para todo } p \in \text{PM}, q = 1, \dots, Q, \\ \alpha \sum_{t \in T} D_q^t &\leq LQ \cdot \sum_{t \in T} \sum_{p \in P(t)} f_{qt} X_{pq} && \text{para todo } q = 1, \dots, Q, \\ \sum_{p \in P} X_{pr} &\geq g_r && \text{para todo } r \in R, \\ \sum_{p \in P} X_{pq} - \sum_{p \in P} X_{p,q+2} &\leq B_q \sum_{p \in P} M_{pq}^{\text{Max}} && \text{para todo } q = 1, \dots, Q, \\ \sum_{p \in P} X_{p,q+2} - \sum_{p \in P} X_{pq} &\leq S_q \sum_{p \in P} M_{pq}^{\text{Max}} && \text{para todo } q = 1, \dots, Q, \\ B_q + S_q &\leq 1 && \text{para todo } q = 1, \dots, Q, \\ B_{q+1} + S_{q-1} &\leq 1 && \text{para todo } q = 1, \dots, Q, \\ N_{pql} &\in \mathbb{Z}_+ && \text{para todo } p \in P, l \in L, q = 1, \dots, Q, \\ X_{pq} &\in \mathbb{Z}_+ && \text{para todo } p \in P, q = 1, \dots, Q, \\ w_{pq} &\in \{0, 1\} && \text{para todo } p \in P, q = 1, \dots, Q, \\ B_q, S_q &\in \{0, 1\} && \text{para todo } q = 1, \dots, Q. \end{aligned}$$