

---

# PREDICCIÓN DE ARRIBOS Y PROGRAMACIÓN DE TURNOS EN UNA ESTACIÓN DE SERVICIO

---

OCTAVIO ENEAS BIASOLI \* †  
JAVIER MARENCO ‡ §

## Resumen

En este trabajo se estudian los problemas de predicción de la demanda y de optimización de turnos de trabajo en una estación de servicio, haciendo especial foco en las implicancias de estas decisiones sobre el tiempo de espera de los clientes, la utilización del sistema de atención al público y la cantidad de personal necesario para lograr un buen nivel de servicio. Se ha tomado como objeto de estudio una estación de servicio ubicada en Buenos Aires, Argentina, para comparar su situación actual, realizando horarios de manera manual, con la programación de horarios que se propone en este trabajo. Para ello, se realiza un análisis de los datos históricos de la empresa utilizando herramientas de teoría de colas, se utilizan técnicas de *machine learning* para predecir los arribos de clientes y se plantea un modelo de programación lineal entera para asignar los turnos. Los resultados muestran que las herramientas propuestas en este trabajo permiten mejorar el nivel de servicio reduciendo la dotación de empleados en el caso de estudio analizado.

**Palabras Clave:** Teoría de colas, Predicción de arribos, Asignación de turnos, Programación lineal entera

---

\*Universidad Torcuato Di Tella, Argentina.

†Universidad Argentina de la Empresa, Argentina.

‡Universidad de Buenos Aires, Argentina.

§Universidad Nacional de General Sarmiento, Argentina.

---

## 1. Introducción

---

La programación de horarios es el proceso de construir un calendario de trabajo para el personal de una organización, de manera tal que la misma pueda realizar sus actividades adecuadamente. A pesar de que es una tarea que influye directamente en los costos y calidad de atención de la empresa, la gestión de horarios rotativos en estaciones de servicio suele ser un tema al que no se le da la importancia que debería tener. En general, la misma es delegada a un encargado de personal que resuelve la problemática de manera manual y sin ningún tipo de análisis. Los horarios normalmente son asignados por intuición y “usos y costumbres” del rubro, sin tener en cuenta la real afluencia de clientes ni la cantidad de personal necesario para atender dicha demanda. De esta manera, es habitual que en algunos días haya más empleados trabajando que los necesarios, que luego faltan en días con mayor concurrencia de clientes. Suele suceder incluso que en algunos días, por algún error humano, falta personal para cubrir los puestos mínimos de trabajo, que hay que completar de urgencia haciendo llamadas de último momento.

Estos problemas de gestión generan costos adicionales que no suelen ser identificados por los empresarios, haciendo que erróneamente releguen el tema en cuestión. Por ello, muchos de ellos se encuentran en este momento pagando sueldos de empleados que no necesitan, perdiendo clientes por brindarles una mala atención y/o padeciendo las consecuencias de un mal clima laboral debido al malestar que la imprevisibilidad genera en los empleados.

Por consiguiente, la pregunta principal de este trabajo consiste en determinar si es posible mejorar los tiempos de espera de los clientes, la utilización del sistema de atención al público y la cantidad de empleados necesarios mediante modelos de optimización combinatoria. Para esto, será necesario predecir la demanda dada por la afluencia de clientes, que constituye unos de los principales insumos para esta decisión.

El presente trabajo está organizado del siguiente modo. En la Sección 2 se realiza una breve revisión bibliográfica de trabajos relacionados. La Sección 3 presenta un análisis de los datos de la empresa aplicando herramientas de teoría de colas para estimar el nivel de atención y los parámetros del sistema. En la Sección 4 se presentan técnicas de *machine learning* para predecir los arribos de clientes y, sobre esta base, en la Sección 5 se introduce un modelo de programación lineal entera para el problema de asignación de turnos. La Sección 6 cierra el trabajo con conclusiones y posibles líneas de trabajo futuro.

---

## 2. Estado del arte

---

La planificación de horarios del personal es un tema que ha sido muy estudiado durante las últimas décadas desde la investigación de operaciones. Uno de los primeros trabajos al respecto es [2], para una empresa que trabaja todos los días del año, planteando como objetivo determinar el mínimo personal necesario en cada día de la semana para satisfacer la demanda. En [3] se estudia el problema de determinar la cantidad de personal necesario en cada turno de cada día de una empresa de servicios australiana que trabaja todos los días del año en horario corrido. En este trabajo, se estimó la demanda futura a partir de los datos de las llamadas telefónicas recibidas durante un año.

Una aplicación habitual de los problemas de asignación de turnos está dada por la planificación del personal en el sistema de salud. Por ejemplo, en [10] se estudia el caso de la asignación de enfermeras en un hospital en Costa de Oro, Australia. En este trabajo aparecen restricciones *soft*, como cantidad máxima y mínima de turnos sin días de descanso, preferencia de turno por parte de cada enfermera, y cantidad máxima y mínima de turnos por semana. En [7] se plantea una situación similar, tomando una cantidad fija de empleados para cada día, cantidad mínima de días de trabajo por empleado por semana, cantidad máxima de días de trabajo corridos por empleado y tiempo mínimo entre turnos como restricciones *hard*. Por otra parte, se considera el agrupamiento de los días de trabajo y el balanceo de la cantidad de descansos en días de semana y fines de semana como restricciones *soft*. Finalmente, en [1] se estudia el caso de unidades de terapia intensiva en un hospital en Estados Unidos, que trabaja todos los días del año en horario corrido. En este caso, el objetivo es reducir los costos de personal a la vez que se balancean los riesgos de asignar empleados de más o de menos a cada turno, recurriendo para ello a un pronóstico de demanda realizado por un modelo de regresión que se nutre de datos históricos del hospital.

Los problemas de optimización combinatorial que surgen en estos trabajos son habitualmente modelados y resueltos por medio de técnicas de programación lineal entera. En los últimos años, además, se hizo frecuente el uso de herramientas de *machine learning* para el análisis y predicción de la demanda, sobre la base de datos históricos. A pesar de que la demanda es incierta, en este trabajo modelaremos el problema como un problema determinístico, suponiendo que la demanda es conocida de antemano. Esto simplifica el modelado y resolución del problema, aunque tiene el costo de que las decisiones

pueden no ser robustas y sufrir las consecuencias de cambios inesperados en el comportamiento de los clientes.

### 3. Análisis descriptivo

En este trabajo se analiza el caso particular de una estación de servicio consignataria de una marca petrolera internacional, ubicada en Buenos Aires, Argentina, la cual cuenta con seis bocas de despacho de combustible, distribuidas en tres islas. Se cuenta con el detalle de los despachos realizados por el establecimiento durante 38 meses, registrados en forma automática por el sistema informático de la empresa.

La Figura 1 contiene un diagrama de caja con los arribos de clientes en cada hora del día. Desde las 00:00 hasta las 05:00 inclusive, los arribos promedio no superan los 20 autos por hora, los cuales toman una carrera alcista a partir de las 06:00, momento en el cual la demanda crece rápidamente hasta alcanzar un *peak* a las 12:00, con una cantidad de 56 autos por hora en promedio. Luego, la demanda desciende levemente hasta las 15:00 a un promedio de 48 autos por hora, para volver a tomar una tendencia alcista que toca su segundo *peak* del día a las 18:00, con una demanda promedio de 59 autos por hora.

La cantidad de arribos por hora se encuentra entre rangos muy amplios, lo que supone un riesgo para la planificación de horarios de manera manual. Por ejemplo, la diferencia entre el primer cuartil y el tercer cuartil de los arribos a las 19:00 es de 24 autos, lo que haría imposible atender al público correctamente en caso de tener un número demasiado bajo de empleados en ese horario. Asimismo, la diferencia entre el valor mínimo y máximo de este horario es de 117 autos.

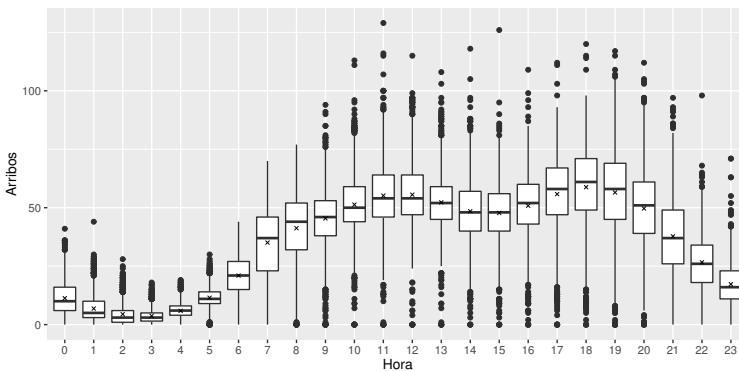


Figura 1: Arribos de clientes por hora.

Dado que en la estación de servicio no se poseen datos sobre el tiempo de servicio, se infirió el mismo a partir de los datos disponibles calculando el tiempo entre despachos en horarios con un flujo continuo de atención. Solamente se tuvieron en cuenta aquellos despachos con un tiempo menor o igual a tres segundos por litro despachado más cinco minutos en concepto de tiempo de cobro. Las mediciones superiores a este valor fueron descartadas por presuntamente incorporar demoras no relacionadas al tiempo de servicio. Se tomaron los datos de despachos de 38 meses, dados por un total de 556067 registros para las seis caras de despacho de la estación de servicio. Este procedimiento arrojó un tiempo de servicio promedio de 3.24 minutos por cliente por cada boca de despacho, con una desviación estándar de 1.50 minutos.

Sin embargo, si se tiene en cuenta que cada empleado puede atender hasta dos caras de un surtidor sin alterar su capacidad de atención, dado que el surtidor puede despachar combustible sin necesidad de supervisión continua por parte de los empleados, se puede considerar que el tiempo de servicio es de la mitad del valor obtenido para una cara. Esta presunción, comúnmente realizada en el rubro, fue validada a través de las cámaras de seguridad del establecimiento, en las cuales se pudo observar que se trata de una suposición razonable. Entonces, suponemos un tiempo de atención de 1.62 minutos por cliente por cada empleado. Con estos datos, tenemos una tasa de servicio de 37.02 clientes por hora por empleado.

Un análisis del proceso de arribos y los tiempos de servicio permite establecer que una cola de tipo  $G|G|s$  es un modelo adecuado para este sistema, tomando  $s \in \{1, 2, 3\}$  en función de la cantidad de empleados asignados a cada hora. Suponiendo este modelo para el arribo y atención de los clientes, el tiempo de espera en cada hora se aproxima por medio de la fórmula propuesta en [9]. En la Figura 2 se detalla el tiempo promedio de espera en cola en función de la hora del día a lo largo del mes de febrero de 2021. Estos datos corresponden a los resultados obtenidos por la planificación manual de horarios realizada por el establecimiento, que utiliza 8.5 empleados (la empresa tenía en ese momento nueve empleados, pero uno de ellos tomó sus vacaciones anuales durante dos semanas en ese mes).

Este gráfico deja en evidencia dos grandes falencias en cuanto a la planificación manual de los horarios del personal. En primer lugar, se nota que la rigidez de turnos que se utilizan (tres turnos, el primero entre las 06:00 y las 14:00, el segundo entre las 14:00 y las 22:00, y el tercero entre las 22:00 y las 06:00) carece de la flexibilidad adecuada para captar los distintos *peaks* de demanda a lo largo del día. Específicamente, las 11:00, 12:00 y 18:00 son momentos del día que necesitarían especial atención para evitar que el tiempo de espera aumente en forma inaceptable.

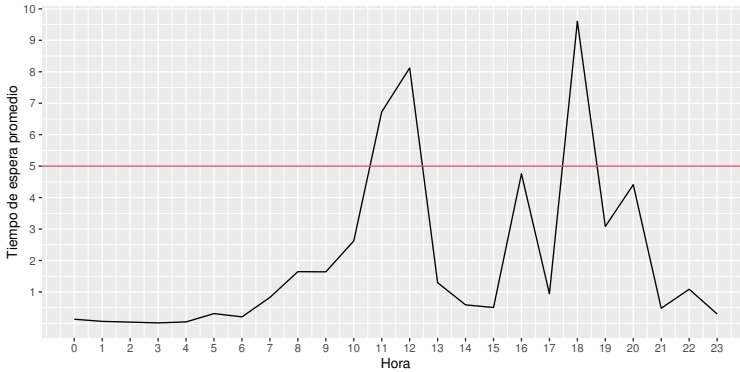


Figura 2: Tiempo promedio de espera por hora con la planificación manual.

En segundo lugar, más allá de la rigidez de los turnos utilizados, sale a la luz que hay un problema de asignación de personal, ya que en los horarios mencionados anteriormente debería haber un empleado adicional para evitar que los tiempos de espera en cola se disparen. Habiendo realizado un análisis de la capacidad de atención de la empresa, puede afirmarse que el cuello de botella es totalmente atribuible a este problema de planificación de horarios más que a una falta de la capacidad instalada del establecimiento. Esto se debe a que la capacidad máxima de la empresa, que consiste en tener trabajando a tres empleados (servidores) de manera simultánea, permite atender el 99.95 % de las demandas históricas, o el 99.32 % de las demandas históricas si se establece como tope una utilización del 80 % de la capacidad máxima. Este valor de referencia es muy importante para este análisis, ya que una vez superado el umbral de 80 % de utilización del sistema, el impacto sobre el tiempo de espera es muy significativo.

En el 4.46 % de las 672 horas que componen el mes de febrero de 2021 el tiempo de espera fue superior a cinco minutos, lo que significa que en una hora cada 22 horas la estación de servicio brindó una calidad de atención al público que se encuentra por debajo de los estándares de la industria. Por otro lado, el tiempo de espera promedio a lo largo del mes fue de 1.91 minutos.

El nivel de utilización promedio del sistema es de 43.24 %. Sin embargo, el 6.85 % de los horarios del mes se encuentran en un nivel de utilización superior al 80 %, de los cuales el 10.87 % se encuentra por encima del 100 %. Evidentemente, es importante para la empresa mejorar estos indicadores, dado que existe una pérdida económica asociada a un bajo nivel de servicio, y esta observación es la que motiva el presente trabajo.

## 4. Predicción de arribos

Con la información proporcionada por la empresa se creó un *dataset* con 27.624 observaciones, 16 variables predictoras (descritas en la Tabla 1) y una variable de respuesta (cantidad de arribos por hora).

Variable	Descripción	Valores
Hora	Hora del día	$\{0, \dots, 23\}$
Día	Día del mes	$\{1, \dots, 31\}$
Mes	Mes del año	$\{1, \dots, 12\}$
Año	Número de año	$\{2018, \dots, 2021\}$
Día de la semana	Día de la semana	$\{\text{Lun}, \dots, \text{Dom}\}$
Número de semana	Número de semana en el año	$\{1, \dots, 52\}$
Camión	Especifica si estaba presente el camión de descarga de combustible	$\{\text{Sí}, \text{No}\}$
Fin de semana	Especifica si el día es sábado o domingo	$\{\text{Sí}, \text{No}\}$
Feriado	Especifica si el día es feriado	$\{\text{Sí}, \text{No}\}$
Estación	Estación del año	$\{\text{Ver}, \dots, \text{Prim}\}$
C. Precio	Especifica si es el día anterior a un aumento de precios	$\{\text{Sí}, \text{No}\}$
Cerrado	Especifica si la estación de servicio está cerrada en ese momento	$\{\text{Sí}, \text{No}\}$
Pandemia	Especifica el nivel de restricciones de movilidad dadas por la cuarentena de 2020, desde 0 (sin restricciones) hasta 5 (máximo de restricciones)	$\{0, \dots, 5\}$
Temperatura	Temperatura promedio de esa hora	$\mathbb{R}$
Precipitaciones	Registro de lluvias (en mm.) en esa hora	$\mathbb{R}_+$
Tendencia	Días transcurridos desde el 1/1/2018	$\mathbb{Z}_+$

Tabla 1: Variables del *dataset*.

Al momento de analizar los atributos significativos para predecir la cantidad de arribos por hora en una estación de servicio, el día de la semana es un dato crucial. La Figura 3 muestra que, en promedio, los arribos por hora de los lunes, martes, miércoles y jueves son muy similares, pero con una pequeña tendencia alcista del primero al último. En vísperas del fin de semana se produce un salto importante en el movimiento del establecimiento, que llega a su punto máximo los sábados. Los domingos representan el día de la semana con menor tráfico, siendo apenas superior a 30 autos por hora.

Así como el día de la semana tiene un efecto sobre los hábitos de consumo

de los clientes de la estación de servicio, se buscó determinar si cada uno de los días que componen al mes también lo tiene. En general, los dueños de estaciones de servicio suelen considerar que la primera quincena del mes tiene mayor afluencia de clientes que la segunda quincena. Sin embargo, los datos muestran que la cantidad de arribos promedio por hora a lo largo del mes tiene una gran variación, y no presenta un patrón tan marcado. La Figura 4 reporta estos datos. Puede verse que la primera quincena del mes suele tener una cantidad de arribos más estable, comenzando con su menor valor promedio el día 1 y alcanzando su *peak* el día 7. Por el otro lado, la segunda quincena tiene mayor dispersión, teniendo su menor valor promedio el día 25 y su *peak* el día 31, valores que, a la vez, son el piso y techo del mes.

Otro de los atributos que demostró tener un impacto importante en la predicción de arribos es la presencia o no del camión cisterna, que es aquel que se presenta en la estación de servicio para realizar la descarga de combustible y llenar los tanques de almacenamiento. Este atributo pudo ser incorporado gracias a que la estación de servicio cuenta con un registro de la hora de llegada y de la hora de salida del camión cisterna.

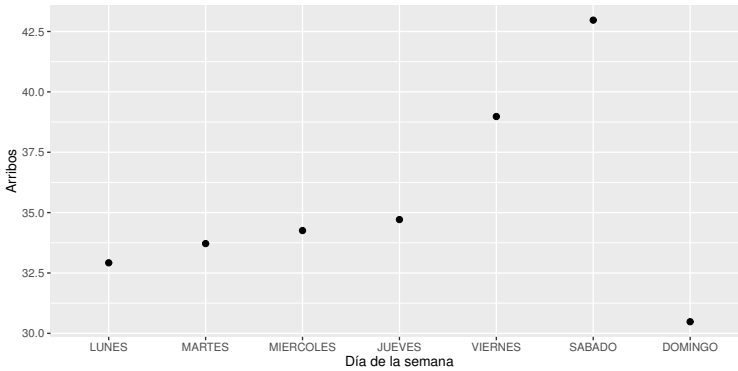


Figura 3: Cantidad de arribos en función del día de la semana.

Finalmente, a partir de datos obtenidos del Servicio Meteorológico Nacional, en cuanto a temperatura y precipitaciones de cada hora del período bajo análisis, se pudo identificar la relativa importancia que tiene la temperatura para predecir los arribos por hora, dado que registró una correlación positiva entre la temperatura a cada hora y la cantidad de arribos que suceden en la misma.

Para llevar a cabo la predicción de arribos el *dataset* se dividió en tres partes. Por un lado, se creó el conjunto de testeo, compuesto por la totalidad de los datos desde 01/02/2021 hasta 28/02/2021 inclusive, que fue separado y utilizado únicamente para verificar la performance final del modelo cuando



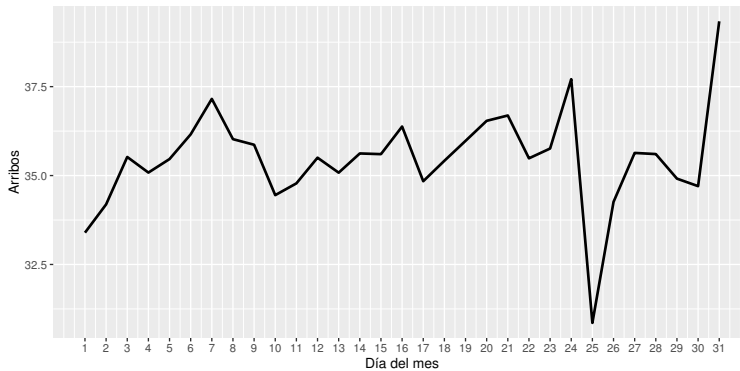


Figura 4: Cantidad de arribos en función del día del mes.

se consideró que el mismo ya se había entrenado lo suficiente. Estos datos se asumen desconocidos a los fines de este trabajo, ya que la predicción de los arribos durante este período de tiempo se utilizará como *input* para los experimentos reportados en la próxima sección.

Por otro lado, se creó un conjunto de validación, compuesto por el 25 % de los datos entre 01/02/2020 y 31/01/2021 inclusive, seleccionados de manera aleatoria. De esta manera, se busca tener en cuenta la temporalidad de los datos, intentando que el modelo sea preciso a la hora de predecir aquellos más recientes en el tiempo, especialmente teniendo en cuenta los efectos de la cuarentena impuesta durante 2020. Al cambiar de alguna manera los hábitos de consumo de los clientes como, por ejemplo, la cantidad de clientes que utilizan sus vehículos y que posteriormente necesitan cargar combustible, se consideró conveniente diseñar el conjunto de validación con estas características. Este conjunto de validación simuló ser un grupo de datos desconocidos durante la etapa de entrenamiento, que sirvió para ir confirmando cada una de las decisiones que se tomaron en cuanto a ingeniería de atributos y selección de modelos.

Por último, se creó un conjunto de entrenamiento, compuesto por los datos desde 01/01/2018 hasta 31/01/2021 inclusive que no fueron seleccionados al azar para formar parte del conjunto de validación.

Para realizar esta estimación de la manera más precisa posible se utilizaron dos algoritmos de distintas características, un algoritmo de tipo *random forest* [4] y un algoritmo de *gradient boosting machine* [5]. Luego de optimizar los hiperparámetros de ambos métodos, se arribó a los siguientes resultados. Con la muestra de entrenamiento, el algoritmo *random forest* obtuvo un error cuadrático medio de 60.42 sobre los datos de validación o, lo que es equivalente, un error promedio de 7.77 autos en su predicción correspondiente a cada

hora. Por otro lado, con la muestra de entrenamiento, *gradient boosting machine* demostró tener un error cuadrático medio de 50.04 sobre los datos de validación, o de 7.03 autos por hora.

Dado que *gradient boosting machine* demostró tener un desempeño un 17% superior al que obtuvo *random forest*, se seleccionó este algoritmo para realizar la predicción de arribos de períodos futuros. El error cuadrático medio de *gradient boosting machine* sobre los datos de testeo, que son los que corresponden al mes de febrero de 2021, fue de 57.46, o de 7.58 autos por hora. La Figura 5 presenta un gráfico de dispersión entre las predicciones de *gradient boosting machine* y las observaciones. En esta figura, la línea roja corresponde a la recta  $y = x$ , de modo tal que las predicciones son más precisas cuanto más cercanas se encuentren a la línea roja. Se puede observar un ajuste aceptable de las predicciones del algoritmo con relación a los datos reales. Posteriormente, estos datos serán utilizados como entrada del modelo de planificación de horarios que se presenta en la próxima sección.

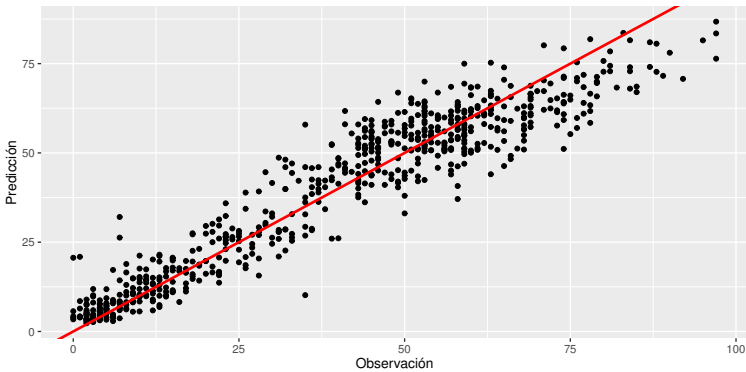


Figura 5: Comparación entre las predicciones de *gradient boosting machine* y las observaciones de arribos.

Es interesante mencionar que al momento de predecir la cantidad de autos que van a ingresar a la estación a cada hora, no todas las variables tienen la misma entidad. Algunas variables predictoras son más relevantes a la hora de disminuir la tasa de error lo máximo posible, y esto es algo que *gradient boosting machine* permite conocer. Los atributos más importantes para la estimación son la hora del día, el día de la semana, el nivel de cuarentena (para datos de 2020 y 2021) y el número de semana del año, que representan el 90.98% de la influencia relativa de las variables.

---

## 5. Optimización de turnos

---

Se describe en esta sección un modelo de programación lineal entera para el problema de asignar turnos a los empleados durante un mes completo, con el objetivo de cubrir la demanda de la mejor manera posible y además tener una asignación que sea aceptable para los empleados.

Se cuenta con un conjunto de empleados, que realizan turnos de 8 horas. No es necesario recurrir a todos los empleados para realizar la asignación, dado que uno de los objetivos es minimizar la cantidad total de empleados contratados. Cada empleado puede comenzar su turno en cualquier hora entre las 6:00 y las 16:00, y entre las 22:00 y las 0:00. Estas restricciones están dadas por el requerimiento de que ningún empleado comience o termine su turno entre la 1:00 y las 5:00, de modo tal que los empleados puedan conseguir con mayor facilidad transporte público, en caso de necesitarlo, y de tener una mejor experiencia laboral. Es deseable pero no obligatorio que los turnos de cada empleado se mantengan razonablemente constantes a lo largo de los días. Finalmente, cada empleado tiene un día de descanso cada 7 días.

Para el modelo tenemos los siguientes conjuntos:

- $E = \{1, \dots, n\}$ : conjunto de empleados,
- $H = \{0, \dots, m\}$ : horas del mes, representadas en forma consecutiva desde las 0 hs del primer día del mes (por ejemplo, para un mes de 30 días se tiene  $m = 719$ ),
- $H_0 \subseteq H$ : horas del mes en las que no se puede comenzar un turno, y que corresponden a ingresos o egresos de turnos entre la 1:00 y las 5:00.

Definimos el parámetro  $a_h \in \mathbb{R}$  para cada hora  $h \in H$ , que representa la cantidad de arribos de clientes esperada en la hora  $h$  del intervalo de planificación. Definimos también el parámetro  $b_e \in \mathbb{Z}_+$  para cada empleado  $e \in E$ , que especifica el horario de ingreso del empleado en el último día del mes anterior o bien  $b_e = 0$  si el empleado no trabajó ese día. Finalmente, definimos el parámetro  $c_e \in \mathbb{Z}_+$  para cada empleado  $e \in E$ , que especifica cuántos días lleva trabajados de manera continua al final del mes que se cierra, de modo tal que el empleado  $e$  debe tener al menos un día de descanso entre los primeros  $d_e := \max\{1, 7 - c_e\}$  días del mes inmediato siguiente.

Para plantear el modelo, introducimos las siguientes variables binarias:

- $x_e$ : especifica si el empleado  $e$  será contratado, para  $e \in E$ ,

- $y_{eh}$ : especifica si el empleado  $e$  comienza un turno en la hora  $h$ , para  $e \in E$  y  $h \in H$ ,
- $z_{eh}$ : especifica si el empleado  $e$  comienza un turno en la hora  $h$  y si en el día anterior también comenzó un turno a la misma hora del día, para  $e \in E$  y  $h \in \{24, \dots, m\}$ .

Con estas definiciones, podemos plantear el siguiente modelo:

$$\text{mín} \quad \sum_{e \in E} x_e - \varepsilon \sum_{e \in E} \sum_{h=24}^m z_{eh} \quad (1)$$

$$\sum_{h \in H} y_{eh} = 24 x_e \quad \forall e \in E \quad (2)$$

$$\sum_{h'=h-19}^h y_{eh'} \leq 1 \quad \forall e \in E, \forall h \in H, h \geq 19 \quad (3)$$

$$y_{eh} = 0 \quad \forall e \in E, \forall h \in H, h \leq b_e - 5 \quad (4)$$

$$\sum_{h'=h-167}^h y_{eh'} \leq 6 \quad \forall e \in E, \forall h \in H, h \geq 167 \quad (5)$$

$$\sum_{h=0}^{24 d_e - 1} y_{eh} \leq d_e - 1 \quad \forall e \in E \quad (6)$$

$$y_{eh} = 0 \quad \forall e \in E, \forall h \in H_0 \quad (7)$$

$$\tau \sum_{e \in E} \sum_{h'=h-7}^h y_{eh'} \geq a_h \quad \forall h \in H, h \geq 7 \quad (8)$$

$$z_{eh} \leq y_{e, h-24} \quad \forall e \in E, \forall h \in H, h \geq 24 \quad (9)$$

$$z_{eh} \leq y_{eh} \quad \forall e \in E, \forall h \in H, h \geq 24 \quad (10)$$

$$x_e \in \{0, 1\} \quad \forall e \in E \quad (11)$$

$$y_{eh} \in \{0, 1\} \quad \forall e \in E, \forall h \in H \quad (12)$$

$$z_{eh} \in \{0, 1\} \quad \forall e \in E, \forall h \in H, h \geq 24 \quad (13)$$

La función objetivo (1) busca minimizar la cantidad de empleados necesarios para atender al público a la vez que se mantiene el mismo horario de inicio de la mayor cantidad posible de turnos respecto del día anterior. En este contexto,  $\varepsilon$  es una constante suficientemente pequeña para priorizar el primer término de la función objetivo. Las restricciones (2) especifican que los empleados que sean contratados deben trabajar exactamente 24 días en el mes. Las restricciones (3) piden que los empleados tengan al menos 12 horas de descanso entre el final de una jornada laboral y el inicio de la siguiente, mientras que las restricciones (4) aseguran este tiempo de descanso entre el último día del mes que finaliza

y el primer día del mes que comienza. Las restricciones (5) solicitan que no se asignen más de seis días de trabajo seguidos sin descanso durante el mes, mientras que las restricciones (6) solicitan este día de descanso en función de los días trabajados al final del mes anterior. Las restricciones (7) piden que no se comiencen turnos en los horarios prohibidos. Las restricciones (8) especifican que la capacidad de atención al público de la empresa, de 37.02 autos por empleado por hora, no puede superar el 80% de utilización, y entonces se toma  $\tau = 0,8 \times 37,02$ . Las restricciones (9)-(10) ligan las variables  $z$  con las variables  $y$ , y finalmente las restricciones (11)-(13) especifican la naturaleza de las variables.

Se implementó el modelo en el lenguaje de modelado ZIMPL [8] y se resolvió con el solver SCIP [6] con un tiempo máximo de ejecución de 5 minutos. Luego de este tiempo, la solución obtenida tiene un gap de optimalidad de 0.65%, lo cual se considera aceptable para los objetivos de este trabajo. La Figura 6 muestra la solución para el mes de febrero, especificando los horarios de inicio de cada empleado (las celdas marcadas con “F” corresponden a días de descanso, llamados *francos* en este contexto). Para esta ejecución se asume  $b_e = c_e = 0$  para todo  $e \in E$ , es decir que comenzamos una planificación “desde cero”. Es interesante observar que los horarios de ingreso son relativamente estables, confirmando que el objetivo planteado es razonable para este problema. Este atributo es muy valorado por el personal que trabaja bajo jornadas rotativas, lo que permite que se cree un mejor clima laboral en la empresa. Además, es importante destacar que el modelo ha arribado a una solución con sólo ocho empleados, lo que implica una reducción del 6% en los costos de personal con respecto a la planificación manual.

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo	
<b>Día</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>	<b>20</b>	<b>21</b>	<b>22</b>	<b>23</b>	<b>24</b>	<b>25</b>	<b>26</b>	<b>27</b>	<b>28</b>	
<b>Empleado 1</b>	16	16	16	16	22	22	F	16	16	16	16	22	22	F	16	16	16	16	22	22	22	F	16	16	16	16	22	22	22
<b>Empleado 2</b>	8	8	F	8	8	8	8	8	8	F	8	8	8	8	8	8	F	8	8	8	8	8	8	8	F	9	9	9	9
<b>Empleado 3</b>	F	16	16	16	16	16	16	F	16	16	16	16	16	16	F	16	16	16	16	16	16	16	F	16	16	16	16	16	16
<b>Empleado 4</b>	0	0	0	0	0	0	F	0	0	0	0	0	0	F	0	0	0	0	0	0	0	F	0	0	0	0	0	0	F
<b>Empleado 5</b>	0	F	9	9	16	16	16	16	F	9	9	16	16	16	16	F	9	9	16	16	16	16	16	16	F	9	16	16	16
<b>Empleado 6</b>	14	14	14	14	14	14	F	14	14	14	14	14	14	F	14	14	14	14	14	14	14	F	14	14	14	14	14	14	F
<b>Empleado 7</b>	6	6	6	F	8	8	8	6	6	6	F	8	8	8	6	6	6	F	8	8	8	6	F	8	8	8	8	8	8
<b>Empleado 8</b>	6	F	6	6	6	6	6	6	F	6	6	6	6	6	F	6	6	6	6	6	6	F	6	6	6	6	6	6	6

Figura 6: Planificación para el mes de febrero.

Evaluamos el tiempo de espera en cola de los clientes con la asignación de turnos proporcionada por el modelo de la misma forma que se realizó para la planificación manual, suponiendo un modelo  $G|G|s$  y utilizando la aproximación del tiempo de espera descrita en [9]. Se muestran estos resultados en la

Figura 7. El tiempo de espera en cola a partir de la asignación de personal que plantea el modelo otorga resultados interesantes a lo largo del día, oscilando en valores alrededor de un solo minuto de espera, o menos, en promedio a cada hora. El único momento del día en que el tiempo de espera en cola es significativamente superior al resto de los horarios es a las 18:00, siendo el mismo de aproximadamente 4.50 minutos.

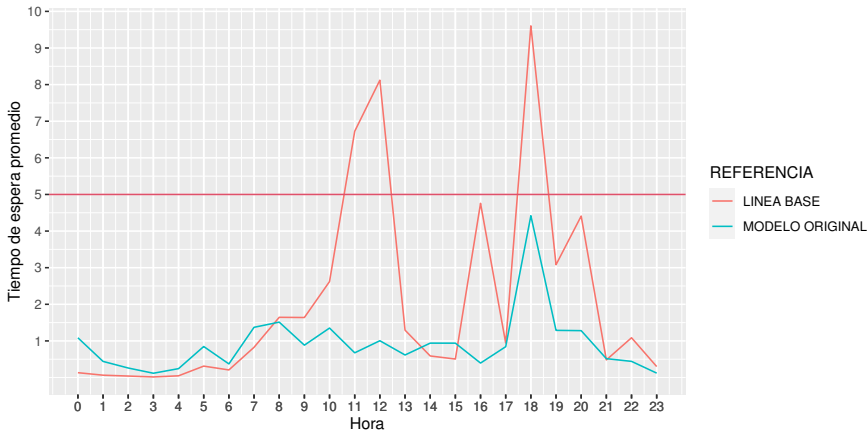


Figura 7: Tiempo promedio de espera por hora con la planificación manual (serie en rojo) y con la planificación obtenida por el modelo (serie en azul).

Dado que la predicción realizada por *gradient boosting machine* no es exacta, hay unas pocas horas en el mes en las cuales la utilización supera el 80 %, generando que los tiempos de espera se acerquen a 11 minutos. Sin embargo, tal como se concluyó anteriormente, esto no afecta significativamente la performance global del modelo a lo largo del mes bajo análisis, ya que todos los tiempos de espera promedio a cada hora se encuentran por debajo de los cinco minutos.

El nivel de utilización promedio del sistema es de 43.41 %, prácticamente idéntico a lo observado en la estación de servicio con su planificación manual. Sin embargo, solo en algunos pocos momentos del mes el nivel de utilización es superior al 80 % con esta metodología, fracción que representa el 3.13 % del total, de los cuales el 4.80 % se encuentra por encima del 100 %. En otras palabras, solo en una oportunidad la capacidad de atención de la empresa fue superada por la demanda del momento.

Se experimentó con un segundo escenario, en el que el nivel máximo de utilización del sistema se fija en el 76 % en lugar del 80 %. Esto proporciona un mejor nivel de servicio, pero potencialmente estresando la asignación de turnos. En este caso, el solver termina con un gap de optimalidad de 0.47 % luego de 5 minutos de ejecución. El tiempo de espera promedio es de 0.76

minutos a lo largo del mes bajo análisis, obteniendo una ventaja considerable con respecto al escenario original, que consiguió atender a los clientes en 0.92 minutos en promedio. Asimismo, este nuevo escenario presenta tiempos de espera superiores a cinco minutos en solo el 0.74 % de los casos, a diferencia del escenario original, que llega a 1.93 %. Esta diferencia de rendimiento se origina por la holgura adicional en la capacidad que el escenario ajustado tiene por sobre el escenario original.

Si, por el contrario, se permite una utilización máxima del sistema del 90 %, la solución obtenida por el modelo utiliza un empleado menos que los dos escenarios anteriores, pero el tiempo de espera promedio de los clientes asciende a 2.86 minutos, un valor que triplica los 0.92 minutos del escenario original. Asimismo, a lo largo del mes, en este escenario relajado se supera la barrera de los cinco minutos de espera en el 6.25 % de los casos.

---

## 6. Conclusiones y trabajo futuro

---

El personal es el concepto de mayor peso dentro de la estructura de costos de una estación de servicio, por lo que su correcta gestión es indispensable para asegurar la rentabilidad del negocio. Asimismo, es el personal también quien, a través de su atención, conquista y retiene a los clientes de la empresa. De esta manera, surgen dos objetivos contrapuestos que ponen a prueba a los empresarios del sector: cómo maximizar la calidad de atención manteniendo bajo control los costos de personal.

El modelo planteado atiende estos dos objetivos minimizando la cantidad de empleados (y en segundo lugar la variación de sus turnos), y manteniendo un nivel de utilización máximo como restricción. En el ejemplo analizado, el modelo permite concluir que la demanda del mes estudiado se puede atender con ocho empleados, proporcionando al mismo tiempo un nivel de servicio aceptable. Este dato es fundamental, ya que orienta al empresario en cuanto a la inversión necesaria para atender correctamente a sus clientes y le garantiza que la misma ha sido calculada de manera profesional.

Estos resultados fueron posibles en virtud del análisis de los datos existentes en la empresa. El sistema informático de despacho registra esta información, que resulta crucial para la asignación de turnos.

Sería interesante estudiar posibles refinamientos al modelo para tener en cuenta otros aspectos que puedan contribuir al buen clima laboral, como por ejemplo realizar una asignación equitativa de los turnos menos preferidos por los empleados, o bien tener en cuenta las preferencias de cada empleado en la

asignación. Sería relevante también estudiar mecanismos para reforzar el modelo, dado que no fue posible resolverlo en forma óptima en el límite de tiempo especificado. Posiblemente el uso de un solver más potente permita subsanar esta situación, aunque también sería interesante lograr soluciones óptimas con el solver utilizado en este trabajo.

**Agradecimientos.** Los autores quisieran agradecer al revisor anónimo por sus interesantes y constructivos comentarios, que ayudaron a mejorar la versión inicial de este trabajo.

## Referencias

- [1] O. T. Aydas, A. D. Ross, M. C. Scanlon, y B. Aydas. New results on integrated nurse staffing and scheduling: The medium-term context for intensive care units. *Journal of the Operational Research Society*, 72(12):2631–2648, 2021.
- [2] K. R. Baker. Scheduling full-time and part-time staff to meet cyclic requirements. *Journal of the Operational Research Society*, 25(1):65–76, 1974.
- [3] N. Beaumont. Scheduling staff using mixed integer programming. *European journal of operational research*, 98(3):473–484, 1997.
- [4] L. Breiman. Random forests. *Machine learning*, 45(1):5–32, 2001.
- [5] J. H. Friedman. Stochastic gradient boosting. *Computational statistics & data analysis*, 38(4):367–378, 2002.
- [6] G. Gamrath, D. Anderson, K. Bestuzheva, W.-K. Chen, L. Eifler, M. Gasse, P. Gemander, A. Gleixner, L. Gottwald, K. Halbig, et al. The scip optimization suite 7.0. 2020.
- [7] M. S. Gondane y D. Zanwar. Staff scheduling in health care systems. *IOSR Journal of Mechanical and Civil Engineering*, 1(6):28–40, 2012.
- [8] T. Koch. Rapid mathematical programming. 2005.
- [9] H. Sakasegawa. An approximation formula  $l = ap^q / (1-p)$ . *Ann. Inst. Statist. Math., Part A*, 29:67–75, 1977.
- [10] J. Thornton y A. Sattar. Nurse rostering and integer programming revisited. En *International conference on computational intelligence and multimedia applications*, páginas 49–58. Citeseer, 1997.