
OPTIMIZACIÓN DEL BARRIDO Y RECOLECCIÓN DE HOJAS EN LA CIUDAD ARGENTINA DE TRENQUE LAUQUEN

DIEGO DELLE DONNE^{*}
VALERIA DI TOMASO^{**}
GUILLERMO DURÁN^{***}

Resumen

En el presente trabajo se propone un método para asignar eficientemente las rutas de los barrenderos en la ciudad argentina de Trenque Lauquen, mediante programación lineal entera. La solución además tiene en cuenta la determinación de puntos fijos para el depósito de los residuos generados por el barrido, resuelto también mediante programación lineal entera (PLE); y el ruteo de camiones que recolectan a los mismos, modelado como un traveling salesman problem (TSP) asimétrico y resuelto con el software Concorde. Anteriormente al presente trabajo, el municipio realizaba estas tareas mediante una programación manual que, a juicio de los responsables de las mismas, era poco eficiente, dejando en muchas oportunidades la ciudad plagada de hojas y no permitiendo estimar con precisión los operarios que se necesitan en cada zona de la ciudad. La implementación aquí expuesta optimiza la distribución de barrenderos en los distintos sectores, permitiendo mantener limpia la ciudad, y determinando qué cantidad de operarios es necesario contratar. Además, logra reducir en un 53.75 % la cantidad de puntos de depósito de montículos, así como también disminuye la longitud de las rutas de los camiones recolectores en un 12 %. Esto se traduce en ahorro económico de combustible, así como también en la cantidad de tiempo que insume realizar la tarea.

Palabras Clave: Recolección de residuos, Ruteo de vehículos, Programación Matemática, Problema del viajero de comercio.

^{*}Instituto de Ciencias de la Universidad Nacional de General Sarmiento

^{**}Instituto de Cálculo FCEyN-UBA, Argentina

^{***}Departamento de Matemática e Instituto de Cálculo FCEyN-UBA y CONICET, Argentina, Departamento de Ingeniería Industrial, FCFM-Universidad de Chile, Chile

1. Introducción y descripción del problema

Trenque Lauquen es una ciudad ubicada 445 km al oeste de la ciudad de Buenos Aires, la capital de la Argentina. Según el Censo Poblacional Nacional de 2010, Trenque Lauquen contaba en ese entonces con un total de 33.442 habitantes distribuidos en sus 400 hectáreas de superficie.

Una característica distintiva de la ciudad es que la mayoría de sus arterias cuentan con amplias *ramblas* o boulevards plantadas con diversas especies de árboles. En total pueden contabilizarse 616 de estas ramblas, constituyendo una ciudad que tiene una alta proporción de espacio verde por habitante. Esta característica obliga a mantener un intenso barrido de las calles de la ciudad para evitar principalmente que el follaje caído se acumule en los cordones y tapone los desagües. Idealmente, cada calle debería barrerse con una cierta frecuencia determinada (e.g., todos los días, día por medio, etc.) según la parte de la ciudad en la que se encuentre. A este respecto, existen dos tipos de barrido. El barrido *mecánico* realizado con vehículos barredores queda reservado para los cordones de ramblas, ya que al no haber vehículos estacionados se puede circular con mayor facilidad que sobre los cordones de las aceras. Este tipo de barrido no será parte de este estudio. Por otro lado, el barrido *manual*, realizado por operarios con herramientas simples, se realiza en el resto de los cordones de la ciudad; aproximadamente unas 1800 cuadras. Al momento de comenzar nuestro trabajo, esta tarea era realizada por 84 empleados distribuidos en 3 zonas. Cada una de estas zonas era supervisada por un capataz que determinaba, muchas veces a demanda, qué cuadras debía barrer cada operario cada día. El número de operarios en la zona 1 era 21, quienes barrían un total de 629 cuadras; mientras que la zona 2 contaba con 35 operarios y 678 cuadras, y la zona 3, con 28 operarios y 507 cuadras. La Figura 1 ilustra la división de la ciudad en las 3 zonas mencionadas. La composición de las mismas está definida por criterios geográficos y administrativos y no será parte de reformulación en este estudio. Se muestran también las 4 *bases* desde donde los operarios comienzan sus recorridos de barrido.

Anteriormente al presente trabajo, existía una asignación manual de los barrenderos a la zonas y el recorrido de cada barrendero era definido por él mismo “a ojo”. Mientras que las hojas eran colocadas en *montículos* en todas las intersecciones de cuadras. Posteriormente, durante el mismo rango horario, camiones de recolección se encargaban de recoger los montículos y llevar lo recolectado a un basural ubicado 7 kilómetros al oeste de la ciudad.

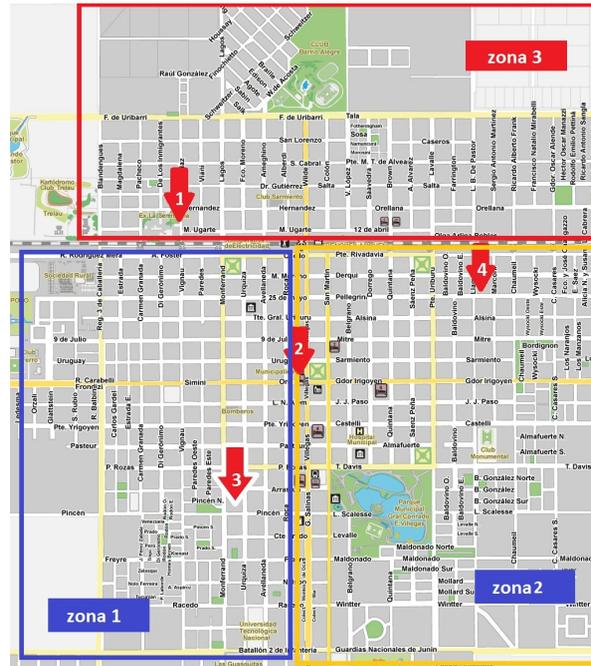


Figura 1: División de la ciudad en tres zonas y ubicación de las cuatro bases de inicio de recorridos.

Dicha tarea era llevada a cabo por dos camiones por zona, cada uno con dos operarios distintos, además del conductor del camión.

Entre algunos de los inconvenientes que se presentaban antes del desarrollo del presente trabajo se pueden mencionar los siguientes:

- **Incumplimiento de los recorridos preestablecidos:** Muchas de las calles no se barrían con la frecuencia mínima esperada. Esto sugería una posible falta de personal aunque también podría ser causa de una administración subóptima del personal existente.
- **Falta de un recorrido bien definido:** Debido al punto anterior, los recorridos se determinaban a demanda cada día, lo cual hacía complicada la asignación de recorridos y conllevaba a otros problemas (e.g., desbalanceo en las cargas de trabajo de los operarios).
- **Mala distribución de operarios por zona:** En la práctica la cantidad de cuadras barridas por operario cada día debía estar en promedio entre los 20 y 24 cordones. Sin embargo, la proporcionalidad de la asignación manual era difícil de explicar: mientras en la Zona 1 la asignación llevaba a que cada operario tuviera que barrer en promedio casi 30 cuadras, en

las Zonas 2 y 3 ese promedio bajaba a alrededor de 20 cuadras por operario por día.

- **Falta de coordinación entre los camiones recolectores y los barrenos:** Principalmente debido a la superposición de horarios de trabajo, lo cual impide una organización secuencial de estas tareas. En la práctica solía ocurrir que los camiones pasaban por algunas esquinas antes de que los montículos de hojas fueran depositados.

Teniendo en cuenta los problemas descritos, los objetivos del presente trabajo fueron los siguientes:

1. Evaluar si la cantidad de operarios actual es la adecuada (objetivo principal de la Municipalidad de Trenque Lauquen). Generar para ello planes de barrido y asignación de recorridos factibles que cumplan con las frecuencias deseadas de barrido para cada calle. Además, que los recorridos generados cumplan con un cierto nivel de *elegancia* o simpleza (lo cual veremos en detalle en la Sección 3.1).
2. Determinar las esquinas dónde los operarios depositarían los montículos, donde el municipio instalaría contenedores con tal fin. La cantidad de esquinas debe ser suficiente para que los operarios puedan descargar frecuentemente lo recogido, pero idealmente no demasiadas para lograr recorridos eficientes de los camiones recolectores.
3. Definir rutas eficientes para los camiones recolectores de forma tal de optimizar su uso y tiempo de trabajo.

Algunas consideraciones preliminares importantes son las siguientes:

- **Unidad de trabajo:** Para disminuir el tamaño del problema se decidió establecer a la manzana (un bloque de 4 cuadras) como la unidad de trabajo.
- **Tiempo de barrido por manzana:** Por sugerencia de la municipalidad establecimos el tiempo de barrido en 12 minutos cada 100 mts. Con esta definición, el tiempo de barrido estimado para una manzana se calculó en proporción a su longitud (notar que no necesariamente todas las cuadras miden exactamente 100 mts.). Una manzana usual, de 4 cuadras de 100 mts. cada una, se barrerá entonces en 48 minutos.
- **Horario de trabajo diario de cada barrenos:** La jornada de trabajo de cada barrenos es de 6hs, de lunes a viernes. Dado que se pretende

una asignación pareja de manzanas por barrendero y que se busca que todas las manzanas asignadas puedan ser barridas a lo largo de la jornada de trabajo, establecimos que la carga de trabajo asignada a cada barrendero debe estar entre 5 y 6 hs diarias.

- **Frecuencia de barrido:** Debido a distintas características geográficas, como la cantidad de árboles, el hecho de si una calle es una avenida, o la cercanía a la frontera de la ciudad, todas cuestiones que generan mayor suciedad, algunas cuadras necesitan un barrido más frecuente. Luego de discutirlo con la municipalidad, se decidió dividir el conjunto de manzanas de la ciudad en dos categorías: manzanas de barrido diario y manzanas de barrido día por medio. Con respecto a la categoría de manzanas que se barren día por medio, para la resolución del modelo el grupo de manzanas se dividió en dos mitades, y se determinó un ciclo de barrido alternado, a completar en dos semanas. Es decir, si por ejemplo consideramos una manzana de la primera mitad, en la primera semana del ciclo la misma se barre los días lunes, miércoles y viernes, y en la segunda semana, martes y jueves; mientras que una manzana perteneciente a la otra mitad, se barre en la primera semana martes y jueves, y a la semana siguiente lunes, miércoles y viernes.

El manuscrito está organizado de la siguiente manera. En la próxima sección se presenta una breve revisión bibliográfica. En la Sección 3 se exhiben las estrategias de resolución de cada una de las etapas del proyecto. En la Sección 4 se muestran los resultados, mientras que en la sección final se destacan las conclusiones y el posible trabajo futuro.

2. Revisión bibliográfica

Entre la literatura dedicada al tema (y a temas similares), se pueden mencionar los trabajos que veremos a continuación. Algunos de ellos comparten ciertas similitudes con nuestro problema, por lo que constituyeron un gran aporte para la concreción del proyecto.

En [9] se describe una implementación de recorridos de barredoras del área rural de Lancashire, Inglaterra. Allí cada distrito cuenta con un vehículo que comienza su recorrido desde un depósito. Una de las características del problema es la capacidad limitada de cada barredora, lo cual lo convierte en una versión NP-difícil del conocido problema del Cartero Chino (o *Chinese Postman*, en inglés). A diferencia de otros trabajos, al ser un área rural, tiene

múltiples puntos para vaciar su contenido; las calles pueden considerarse de doble sentido porque el poco tráfico permite que las barredoras violen las reglas de tránsito, y no existen restricciones en cuanto a momentos de barrido disponibles. Esto último sí ocurre en algunas ciudades urbanas donde hay horarios de estacionamiento, que impiden que las barredoras realicen su trabajo en esas franjas temporales. Para resolver el problema, se utiliza un algoritmo heurístico que define las rutas de barrido que minimizan la distancia recorrida sin barrer, así también como asegurando que los dos lados de cada calle se barran el mismo día.

En [3] se desarrolla un sistema para múltiples barredoras. El trabajo está centrado en las ciudades de New York y Washington D.C. A diferencia de [9], se enfocan en un área urbana con mayoría de calles de sentido único y múltiples restricciones de estacionamiento. Estas últimas son tratadas como ventanas de tiempo. Los resultados empíricos obtenidos en este trabajo, obtienen mejores resultados al determinar un recorrido y luego dividirlo para cada barrendero que al realizar la inversa, ya que de esta manera se obtiene un ahorro mayor en cantidad de kilómetros recorridos.

En [6] se desarrollan técnicas de programación lineal entera (PLE) para la optimización de la recolección de residuos reciclables en el municipio de Morón. Allí se resuelve el problema del cartero chino en un grafo mixto, pero con restricciones adicionales de tránsito, dado que dicha recolección se realiza con un camión. Dado la complejidad que representa el hecho de ser un grafo mixto, también se implementan algoritmos de aceleración de búsqueda, que unen los subciclos generados en la solución del modelo. Junto con esto, también se utiliza un algoritmo de búsqueda tabú que mejora la distribución del área de recolección de cada uno de los camiones.

En [2] se estudian algoritmos heurísticos de zonificación para la recolección de residuos, también para camiones. Allí, además de fijar el área que recorre cada camión, a través de la identificación de ciclos, se determina cómo debe ser recorrida cada área de manera tal que se respeten las reglas de tránsito y se minimice el desgaste del vehículo.

Finalmente, en [5] se analiza la optimización en la recolección de residuos en contenedores de la zona sur de la Ciudad de Buenos Aires. El problema se reduce al clásico TSP y se utiliza el software CONCORDE [7] para resolverlo. Aprovechando la multiplicidad de soluciones que propone el software, se reduce el desgaste producido por los camiones, medido como el concepto físico de trabajo mecánico. Exceptuando la minimización del trabajo de los camiones, este último problema se asemeja bastante a la tercera etapa del problema estudiado en este trabajo.

3. Estrategia de resolución

En un primer momento se intentó resolver el problema completo planteando un modelo de PLE. Lamentablemente, el tamaño del modelo en cuanto a cantidad de variables y restricciones se tornó irresoluble en la práctica.

La estrategia de resolución finalmente implementada consistió entonces en dividir al problema en tres etapas, cada una implementada sobre cada una de las tres zonas en las que se divide la ciudad. Como expresamos en la descripción del problema, por una cuestión operativa sugerida por la Municipalidad se decidió no modificar el armado de dichas zonas. La primera etapa determina qué manzanas barrerá cada uno de los operarios. Denominamos *segmento*, al conjunto de manzanas contiguas asignadas a un mismo barrendero. Cada segmento tiene que poder ser barrido en su totalidad en la jornada diaria de un barrendero. En la segunda etapa, se determina en qué orden se recorrerá cada una de las cuadras del segmento asignado a cada barrendero y cuáles serán las esquinas predeterminadas para dejar los montículos de hojas, lugar donde el municipio instalará contenedores a tal fin. Por último, en la tercera etapa, se diagraman las rutas de los camiones recolectores.

3.1. Etapa I: asignación de manzanas a barrenderos

El objetivo de esta etapa es asignar un *segmento* (i.e., un conjunto de manzanas contiguas) a cada uno de los operarios de forma tal de cubrir todas las manzanas a barrer en cada zona. Además, se pretende que la distribución del trabajo sea balanceada entre los operarios (i.e., que la carga de cada uno esté dentro de los límites preestablecidos, o sea que pueda realizarse en un tiempo que esté entre las 5 y 6 horas), y que los segmentos utilizados respeten una cierta simpleza o elegancia, esto último para evitar que los operarios se desorienten (lo cual llevaría a pérdidas de eficiencia y/o barridos incompletos).

Para resolver esta etapa del problema, se tomó como base el trabajo realizado en [4], en el cual se resuelve el problema de la asignación de viviendas a censistas para el Censo Poblacional Nacional 2010 en la Argentina. El trabajo propone un modelo de PLE para este problema y, dado que este modelo utiliza una cantidad exponencial de variables, se propone resolver el mismo iterativamente utilizando subconjuntos de estas variables, hasta obtener una solución. Estos subconjuntos son generados por un algoritmo que va construyendo los segmentos en forma incremental en cuanto al tamaño. Si bien ambos problemas comparten la misma esencia, hay diferencias principalmente en cuanto a

la función objetivo a optimizar y a la manera de generar los segmentos.

Sea M el conjunto de manzanas y \mathcal{S} el conjunto de posibles segmentos (explicaremos en la siguiente subsección cómo se generan), el modelo de PLE adaptado a nuestro problema utiliza una variable binaria x_s para cada segmento $s \in \mathcal{S}$ que indica si s se asignará a un operario o no. Con estas definiciones, el modelo propuesto es:

$$\min \sum_{s \in \mathcal{S}} val_s \cdot x_s \quad (1)$$

$$\sum_{\substack{s \in \mathcal{S} \\ m \in s}} x_s = 1 \quad \forall m \in M \quad (2)$$

$$\sum_{s \in \mathcal{S}} x_s \leq b_{max} \quad (3)$$

$$x_s \in \{0, 1\} \quad (4)$$

donde b_{max} es una cota superior para la cantidad de operarios disponibles (la función objetivo tenderá a encontrar un valor cercano al mínimo necesario para poder cubrir toda la zona) y val_s es el coeficiente de valuación para el segmento s .

En este coeficiente se debe capturar la simpleza del segmento (con valores más bajos para segmentos más simples o elegantes) y para ello se analizaron dos criterios distintos de calidad de un segmento dado, utilizando ideas desarrolladas para medir la compacidad de distritos electorales (ver por ejemplo [12] y [14]).

- **Valuación 1: *Compacidad*** En esta valuación intentamos reflejar la compacidad del segmento, intentando así evitar segmentos dispersos o de formas complejas. La medición está inspirada en el momento de inercia de un distrito (en nuestro caso el distrito sería el segmento), expuesto en [13]. Allí, para cada uno de los tramos censales (aquí el equivalente sería una manzana), se calcula el cuadrado de la distancia entre el centro de gravedad del distrito y el centro de gravedad de cada tramo censal, multiplicado por la cantidad de población del mismo. La suma de todos estos números es el centro de inercia del distrito.

En nuestro caso se calcula el centro de gravedad del segmento completo y de cada una de las manzanas del mismo. Definimos la valuación de un segmento s como la distancia máxima entre el centro de gravedad de s y el de una manzana de s . Es decir, $val_s = \max_{m \in s} \{dist(centro(s), centro(m))\}$.

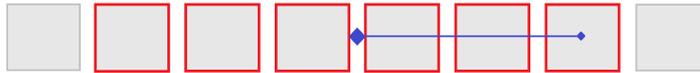
A continuación se tienen dos segmentos con la misma cantidad de manzanas. La valuación de cada uno está dada por la longitud del segmento

más largo y puede observarse que el segmento de la derecha tiene una mejor (i.e., menor) valuación.



■ **Valuación 2: Convexidad**

Si bien la valuación anterior privilegia algunos segmentos compactos, la misma perjudica a segmentos que también representan opciones muy interesantes por su simpleza, como es el caso de una hilera de manzanas:



Como alternativa a este problema, proponemos una segunda valuación que calcula el área real del segmento $area(s)$ y la compara con el área de su cápsula convexa $area(conv(s))$. Dado que los segmentos se forman por manzanas contiguas, mientras más convexo sea un segmento, mayor será su simpleza. La comparación entre ambas áreas se midió de dos formas distintas:

1. Valuación 2a: $val_s = area(conv(s)) - area(s)$
2. Valuación 2b: $val_s = \frac{area(conv(s))}{area(s)}$

Dada que $S \subseteq conv(S) \forall$ conjunto S , la primera opción es siempre mayor o igual que 0 y alcanza el óptimo en ese valor, indicando que el segmento es convexo. En la segunda opción ocurre esto mismo pero con el valor 1.

En nuestra implementación, el cálculo de la cápsula convexa se realiza mediante el algoritmo de Jarvis March y de la fórmula del determinante de Gauss para calcular el área. En [8] y [1] se pueden encontrar detalles sobre los mismos, respectivamente.

A continuación se puede ver el mismo ejemplo visto en la primera valuación. El segmento de la derecha en este caso es óptimo, mientras que en el de la izquierda, se puede ver una diferencia entre las dos áreas, lo cual impacta directamente en la simpleza del segmento.



3.1.1. Resolución heurística del modelo de PLE

Al igual que lo ocurrido en [4], la cantidad de variables del modelo de PLE es demasiado elevada como para resolverlo directamente (incluso generar todos los segmentos factibles resulta impracticable en instancias reales). Adaptando las ideas desarrolladas en [4], proponemos un algoritmo que genera incrementalmente subconjuntos de segmentos de \mathcal{S} cada vez más grandes e iterativamente ejecuta el modelo de PLE restringido a estos subconjuntos de variables. El algoritmo finaliza en cuanto se encuentre una solución óptima del modelo restringido. Vale notar que si bien la solución hallada es óptima para el modelo restringido, ésta podría no serlo para el modelo general utilizando todos los segmentos posibles de \mathcal{S} . Es decir, este algoritmo plantea una resolución heurística del modelo.

El Algoritmo 1 ilustra el procedimiento implementado para la generación de los segmentos en cada iteración. Comenzando desde un conjunto *base* B_1 de segmentos formados por una sola manzana, en cada iteración se pretende extender cada segmento previamente generado agregándole alguna de las manzanas adyacentes al mismo. Esto se realiza exhaustivamente, es decir, si un segmento s tiene k manzanas adyacentes, se obtienen entonces k segmentos nuevos a partir de s , uno por cada manzana adyacente. Luego de haber aplicado esto a todos los segmentos previamente generados, se ejecuta el modelo de PLE con todos los segmentos generados que sean factibles (i.e., que requieran entre un mínimo y un máximo tiempo de barrido, que como fue dicho, lo establecimos entre 5 y 6 horas).

Con respecto a la generación de segmentos, dado que la cantidad de ellos era muy grande, se impuso una restricción al momento de aceptar un segmento factible, descartando aquellos cuyo cociente entre el área de la cápsula convexa y el área real del segmento era mayor a 1,5 (es decir que el descarte de segmentos se realiza a través de la Valuación 2b). Esto nos permite reducir el número de segmentos de manera considerable; retomaremos este punto en la sección de Resultados.

Algoritmo 1 Generación incremental de segmentos

```

1:  $B_1 = M$  (conjunto de manzanas)
2:  $i = 2$ 
3: mientras no se encontró solución hacer
4:    $B_i = B_{i-1}$ 
5:   para  $s \in B_{i-1}$  hacer
6:     para  $m \in \{\text{manzanas adyacentes a } s\}$  hacer
7:        $B_i = B_i \cup \{s + m\}$ 
8:     fin para
9:   fin para
10:   Resolver modelo de PLE con los segmentos válidos de  $B_i$ 
11: fin mientras
12: Devolver la solución hallada

```

3.2. Etapa II: Recorridos de los barrenderos y ubicación de montículos

Habiendo determinado ya las manzanas asignadas a cada operario, esta segunda etapa se enfoca en la definición de los recorridos para cada uno de ellos, en conjunto con la determinación de las esquinas en donde se ubicarán los contenedores para depositar allí los montículos de hojas.

Inicialmente se diseñó un modelo de PLE para determinar en simultáneo tanto los recorridos y las esquinas donde se instalará un contenedor, ya que hay una gran dependencia entre estas decisiones. Lamentablemente, el tamaño del modelo planteado hizo imposible una resolución práctica del mismo, debido al gran número de variables. Finalmente se optó por una segunda estrategia en la cual se determina primero el orden de recorrido de las cuadras para cada barrendero y *a posteriori* se decide en qué esquinas ubicar contenedores.

3.2.1. Definición de los recorridos

El hecho de definir los recorridos por un lado y determinar la ubicación de los contenedores por otro, permite además definir el recorrido de cada barrendero independientemente del resto, lo cual también reduce los tiempos de cómputo significativamente .

Para cada operario, el recorrido se define hallando un *circuito Euleriano* en el grafo asociado al conjunto de manzanas que dicho operario tiene asignado. En primera instancia se consigue un *grafo Euleriano* resolviendo el Problema del Cartero Chino por medio del clásico modelo de PLE para tal problema, que puede encontrarse en [10]. Este método consiste en agregar el menor número de aristas para transformar el grafo en Euleriano. Finalmente, mediante la

utilización del algoritmo de Hierholzer [11], se determina en tiempo lineal el orden de recorrido de las cuadras dentro del segmento asignado.

3.2.2. Ubicación de los contenedores

Habiendo definido los recorridos para cada barrendero, presentamos a continuación un modelo de PLE para determinar la ubicación de los contenedores, con el objetivo de minimizar la cantidad de los mismos en cada zona. Para ello, se decidió realizar una discretización temporal y definir los siguientes parámetros:

- T : Conjunto de intervalos de tiempo.
- V : Conjunto de esquinas de la zona.
- B : Conjunto de barrenderos de la zona.
- $carga(i, t_1, t_2)$: Cantidad de cuadras barridas por el operario $i \in B$ desde el momento $t_1 \in T$ hasta el momento $t_2 \in T$.
- C_{max} : Cantidad máxima de cuadras que un operario puede barrer antes de necesitar depositar en un contenedor.
- $esquina(i, t)$: Esquina en donde se encuentra el operario $i \in B$ en el tiempo $t \in T$.

El modelo utiliza una variable de decisión binaria x_j para cada esquina $j \in V$ que indica si en j se ubicará un contenedor o no. Además, utiliza una variable binaria w_{ijt} para decidir si el barrendero $i \in B$ deposita en el contenedor $j \in V$ en el tiempo $t \in T$; vale aclarar que la variable w_{ijt} se anula si la esquina j no aparece en el recorrido de i a tiempo t . Con estas definiciones, el modelo es el siguiente:

$$\text{mín} \sum_{j \in V} x_j \quad (5)$$

$$\text{carga}(i, t_1, t_2) \leq C_{max} + C_{max} \sum_{t \in [t_1, t_2]} \sum_{j \in V} w_{ijt} \quad (6)$$

$$\forall i \in B, \forall t_1, t_2 \in T, t_1 < t_2$$

$$w_{ijt} \leq x_j \quad (7)$$

$$\forall j \in V, \forall i \in B, \forall t \in T$$

$$w_{ijt} \in \{0, 1\} \quad (8)$$

$$\forall j \in \{j \in V / \exists i \in B, \exists t \in T, j = \text{esquina}(i, t)\}, \forall i \in B, \forall t \in T$$

$$x_j \in \{0, 1\} \quad (9)$$

$$\forall j \in V, \forall i \in B, \forall t \in T$$

La función objetivo (5) minimiza la cantidad de contenedores a ser instalados. Las restricciones (6) aseguran que un operario dispone de suficientes contenedores en su camino como para nunca sobrepasar la carga máxima, mientras que las restricciones (7) impiden que un operario deposite en una esquina que no fue asignada para contenedores. Finalmente, las restricciones (8) anulan las variables w_{ijt} que no se corresponden con el recorrido de los operarios.

Lamentablemente, el tamaño de este modelo para cada una de las zonas no es resoluble en la práctica. Para superar este inconveniente, se decidió particionar el conjunto de barrenderos, definiendo así subzonas más pequeñas de cada zona, y se aplicó el modelo de PLE independientemente en cada una de estas subzonas para luego unificar las soluciones en una solución global para la zona completa.

Esta decisión puede llevar obviamente a soluciones subóptimas (en la Sección 3.3 analizamos este aspecto con más detalle). Un claro ejemplo, es el de encontrar dos contenedores (de dos ejecuciones distintas del modelo) en esquinas distintas de una misma intersección, lo cual puede entorpecer muchísimo el recorrido de los camiones recolectores en la práctica. Por este motivo, se diseñó una etapa de *postprocesamiento* de la solución para intentar heurísticamente mejorar la solución global obtenida. El algoritmo propuesto recorre cada par de contenedores en la solución y en caso de encontrar dos de ellos que se encuentren a muy poca distancia entre sí, los unifica en uno sólo y actualiza el recorrido de los barrenderos que usen esos contenedores para mantener la coherencia de este cambio. esta actualización puede hacerse siempre de manera bastante directa. El Algoritmo 2 ilustra todo este procedimiento.

Algoritmo 2 Postproceso de unificación de montículos

- 1: $S =$ Conjunto de montículos de la solución
 - 2: **para** $(m_1, m_2) \in S$ **hacer**
 - 3: **si** m_1 y m_2 están muy cerca **entonces**
 - 4: Unificar m_1 y m_2
 - 5: Actualizar las rutas de los barrenderos que utilicen m_1 y/o m_2
 - 6: **fin si**
 - 7: **fin para**
-

3.3. Etapa III: Recorrido de los camiones recolectores

Una vez fijados los puntos de instalación de contenedores, en esta última etapa se determina en qué orden van a ser recolectados los mismos por los camiones de la zona, de manera tal que se reduzca la distancia recorrida. Luego de discutirlo con el personal de la Municipalidad involucrado en el proyecto, y a sugerencia del equipo académico, se decidió que el turno de los camiones quedaría completamente desfasado con el de los barrenderos. Esto simplifica enormemente esta última etapa, ya que no impone restricciones individuales de tiempo para la recogida de cada contenedor.

Naturalmente, al ser camiones y no personas, al problema se le suman las restricciones impuestas por las reglas de tránsito, que impiden que los camiones giren a la izquierda donde está prohibido, realicen giros en U o que se recorra una calle de contramano. Para la primera de las consideraciones, se construyó un grafo sin las aristas que representaban giros prohibidos, identificados a partir de la fórmula matemática que permite calcular el ángulo entre dos segmentos, en este caso dados por dos cuerdas (aristas) adyacentes.

Recordemos que en cada zona se cuenta con dos camiones disponibles para la recolección. Por una cuestión de simplicidad, se separaron los contenedores en dos mitades iguales divididas según la posición geográfica: una mitad dada por los contenedores ubicados más al norte y otra por los contenedores ubicados más al sur.

Las distancias entre un contenedor y otro se calcularon aplicando un algoritmo de *Camino Mínimo* (en nuestra implementación, utilizamos el algoritmo de Dijkstra [8]), contemplando reglas de tránsito. Notar que debido a estas reglas la distancia de ir de un contenedor i a otro j puede ser distinta que la de ir de j a i .

Teniendo las distancias entre cada par de contenedores, se generó un grafo dirigido completo donde los vértices representan los contenedores y cada arista tiene asociado como peso la distancia entre los dos contenedores que conecta. Finalmente, sobre este grafo se resolvió el problema del Viajante de Comercio

Asimétrico (ATSP) utilizando el software CONCORDE [7].

4. Resultados

La exposición de los resultados se realizará separándola en cada una de las etapas. Para el caso de la primera, que se encuentra en proceso de implementación en la ciudad, se mostrarán los resultados de todas las zonas con sus diversas parametrizaciones, mientras que las otras dos etapas se analizarán con un caso en particular, simplemente para mostrar el potencial de mejora que se puede alcanzar una vez que se lleve a la práctica la totalidad de la solución.

4.1. Detalles de implementación

Para la construcción del grafo representando la ciudad, se obtuvo la información desde OpenStreetMap. La misma está dada por el formato .osm, que cuenta con dos estructuras básicas. Por un lado los *nodos*, que pueden representar intersecciones de dos calles (esquinas) o edificios emblemáticos, como escuelas, museos, etc, y por otro lado los *ways*, definidos por un conjunto de nodos, que representan calles, avenidas, caminos, etc. A su vez, los *nodos* cuentan con la posición georreferenciada, lo cual resulta útil a la hora de construir el grafo de la ciudad, pues permite medir la distancia entre dos nodos. En este trabajo se utilizó la librería de Python `imposm.parser`, que permite trabajar con el formato mencionado. Más específicamente se usó el parser (también llamado analizador sintáctico) `OSMparser`.

4.2. Resultados de la Etapa I

Para determinar cuál de las 3 valuaciones sería utilizada en la entrega final se hicieron algunas pruebas preliminares y se les mostró los resultados a los responsables en el municipio. En la Figura 2 se observan los resultados obtenidos por el modelo con las tres valuaciones propuestas, para el fragmento de la Zona 3 correspondiente a las calles que se barren diariamente. Los cuadrados adyacentes pintados con el mismo color corresponden al segmento asignado a cada operario. Como podemos ver, la mayoría de los segmentos de la Valuación 1 (izquierda, abajo) están formados por un conjunto de manzanas que se ajustan bastante a la forma de un cuadrado (aunque incompleto en algunos casos), lo que sugiere que esta valuación logra captar la esencia de lo que queríamos, es decir, tener poca dispersión de los recorridos. Por otro lado, los resultados para las Valuaciones 2a (centro, arriba) y 2b (derecha, abajo) muestran que estas valuaciones tienden a obtener segmentos más “alargados” que

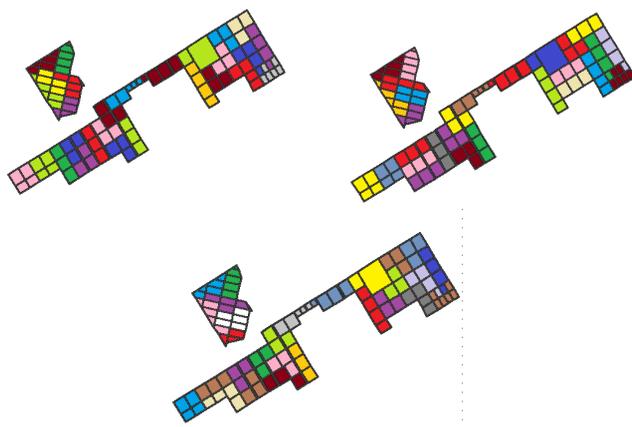


Figura 2: Asignación en un fragmento de la Zona 3 con la Valuación 1 (izquierda, abajo), la Valuación 2a (centro, arriba) y la Valuación 2b (derecha, abajo).

las anteriores. Para la Municipalidad, este tipo de solución era más deseable, ya que les resultaba más fácil monitorear que se cumpla con el barrido. Las soluciones obtenidas por la Valuación 2a tuvieron mayor aprobación de parte de los responsables del barrido en el municipio y por lo tanto, finalmente fue la elegida.

El proceso iterativo descrito en la Sección 3.1.1 se aplica de la siguiente manera: se generan primero todos los segmentos factibles de hasta 5 manzanas (en general es el primer entero donde se dan segmentos factibles). De no encontrar solución, se agregan también los de 6 manzanas. Así hasta conseguir una solución factible (si hace falta se llega hasta los de 9 manzanas, más de 9 no tiene sentido porque ya no se generan nuevos segmentos factibles). En la mayor parte de los casos se pudo encontrar solución después de generar los segmentos de 8 manzanas.

Recordemos que para el descarte de segmentos se tomó como constante de tolerancia de la relación entre el área de la cápsula convexa y el área real del segmento al valor 1,5. De esta forma, la zona 1, con 200 manzanas, pasó de generar alrededor de 803.000 segmentos a tan sólo 225.000. Por su parte, la zona 2, con 253 manzanas pasó de alrededor de 895.000 a 200.000, y finalmente la zona 3, con 166 manzanas, pasó de alrededor de 129.000 segmentos a tener 73.000. Todos estos valores están tomados en promedio a partir de las distintas corridas realizadas para los diferentes escenarios.

Dado que el tiempo de barrido de una cuadra o de una manzana puede ser variable y depender de la velocidad de barrido del barrendero o incluso de

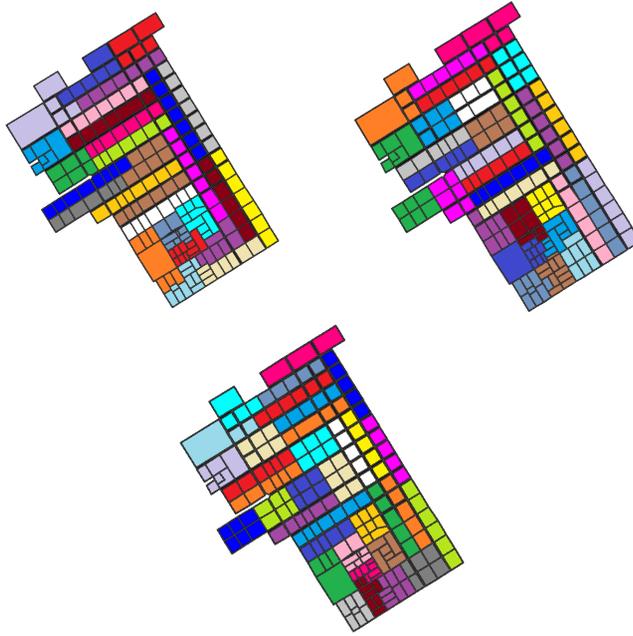


Figura 3: Asignación en la Zona 1 con 28, 31 y 35 barrenderos (izquierda, centro y derecha, respectivamente).

otros factores, decidimos en este caso correr diferentes escenarios, y al escenario “estándar” de 12 minutos cada 100 metros, le agregamos un escenario “rápido” de 10 minutos cada 100 metros y un escenario “lento” de 14 minutos cada 100 metros.

En la Figura 3 se muestran los resultados finales obtenidos para la Zona 1, con 28, 31 y 35 barrenderos (izquierda, centro y derecha de la figura, respectivamente), que representan las soluciones para los escenarios rápido, estándar y lento, respectivamente. Dado que por la formulación del modelo no se puede asegurar que estos valores constituyen el menor número de barrenderos para los cuales existe una solución (podría existir una solución con menos barrenderos que tiene valor peor de la función objetivo), hicimos en todos los casos el test de chequear si dichas soluciones existían (poniendo como b_{max} el entero inmediatamente inferior al valor obtenido). Tanto en las instancias de esta zona como en las zonas siguientes el resultado de este test fue que el problema quedaba infactible, es decir, no se obtenía solución corriendo el modelo con segmentos de hasta 9 manzanas.

A diferencia de la Zona 1, que previo a este trabajo era la más particular por la baja cantidad de barrenderos que tenía en proporción con la cantidad de manzanas a ser barridas; las zonas 2 y 3 se corrieron sólo para 2 instancias, la estándar y la lenta.

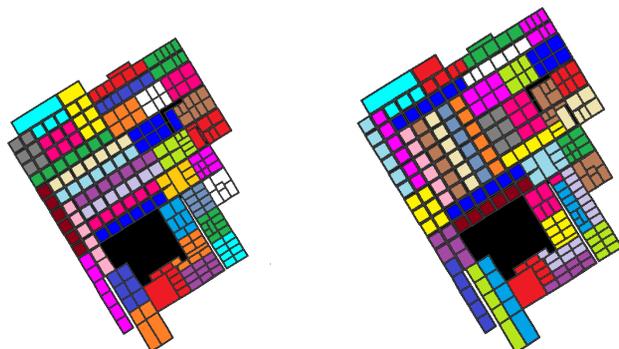


Figura 4: Asignación en la Zona 2 con 36 y 40 barrenderos (izquierda y derecha, respectivamente).

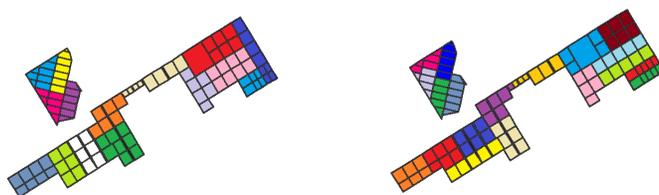


Figura 5: Asignación en las áreas de frecuencia diaria de la Zona 3 con 15 y 19 barrenderos (izquierda y derecha, respectivamente).

En la Figura 4 se observan las soluciones con 36 y 40 barrenderos (estándar y lenta, respectivamente) para la Zona 2. Por otra parte, en la Figura 5 están los resultados para las manzanas de barrido diario en la Zona 3, con 15 y 19 barrenderos (estándar y lenta, respectivamente), mientras que en la Figura 6 están los resultados de las manzanas de barrido día por medio, con 5 y 6 barrenderos (estándar y lenta, respectivamente). Es preciso notar que en esta última figura, la cantidad de segmentos es exactamente el doble de la de barrenderos mencionados y esto se debe a que el esquema de barrido se completa en dos semanas, por lo que un mismo barrendero barre segmentos distintos dependiendo del día de la semana. En este caso, la división de los segmentos en dos grupos se realizó tomando por un lado la mitad de segmentos más al oeste, y por otro los que están más al este. Con estos números, la cantidad de barrenderos total de esa zona es de 20 y 25 (estándar y lenta, respectivamente), según las 2 instancias consideradas.

Un detalle a mencionar, es que en general los conjuntos obtenidos, al ser bastante compactos, son fáciles de identificar para los barrenderos. Este hecho resulta bastante apreciado por parte de los responsables técnicos de Trenque Lauquen.

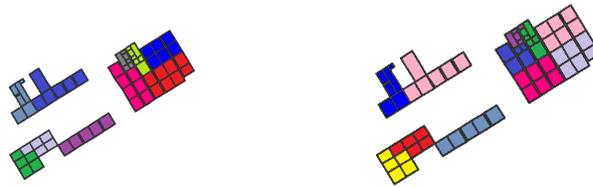


Figura 6: Asignación en las áreas de frecuencia media de la Zona 3 con 5 y 6 barrenderos (izquierda y derecha, respectivamente).

A continuación podemos observar una tabla con algunos resultados numéricos, que indican cómo varía la proporción de barrenderos antes y después del presente trabajo.

Tabla 1: Variación de la proporción de barrenderos

	Zona 1	Zona 2	Zona 3	Total
Cant. de operarios antes	21	35	28	84
Cant. de operarios después (promedio)	31	38	23	92
Variación en la cantidad de operarios	+48 %	+ 8 %	-18 %	+9 %

Como se ve, las estimaciones en la cantidad de operarios por zona no estaban realizadas de manera proporcional a la cantidad de manzanas de las mismas. Mediante estos resultados, se puede llegar a la conclusión de que en la zona 3 este número estaba sobreestimado, mientras que en la zona 1 estaba considerablemente subestimado y en la zona 2 levemente subestimado. Si bien esto se veía a simple vista, lo importante de este modelo, es que permite conocer qué tan alejado se está de un número más adecuado. La estimación promedio indicaría que son necesarios unos 8 barrenderos extra, lo que constituye un 9% más de empleados. Antes de este estudio el municipio cubría las zonas no barridas con horas extra de sus operarios, que son más costosas e ineficientes. A partir de este estudio se ha podido estimar con precisión la cantidad de operarios que hacen falta en cada zona para llegar a barrerla de manera completa y cuántos nuevos operarios tienen que ser incorporados con tal fin.

4.3. Resultados de la Etapa II

Dado que en la actualidad la Etapa I está en pleno proceso de implementación, y por ende aún no se eligió la instancia que mejor se ajusta a la realidad en cada zona, los resultados de esta etapa y de la siguiente se mostrarán solamente con el ejemplo de la imagen central de la Figura 3, que corresponde a

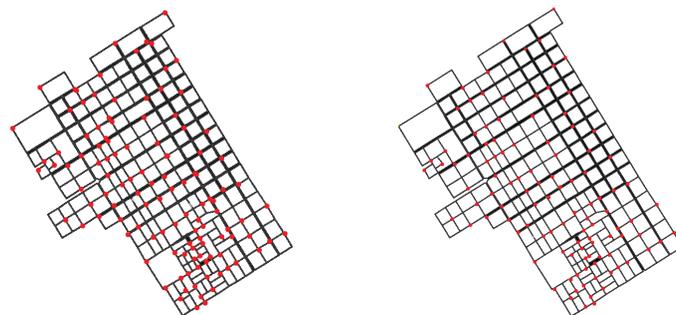


Figura 7: Ubicación de los montículos propuesta por el modelo de PLE (izquierda) y después del postprocesado (derecha) en la Zona 1.

la Zona 1 con 31 barrenderos.

En la imagen izquierda de la Figura 7 se observa cómo quedan determinados los 117 contenedores en la solución obtenida por el modelo de PLE, antes de realizarse el postproceso de unificación de aquellos que están muy cercanos. En la imagen derecha de la misma figura se ilustra la solución final, luego del proceso de unificación de contenedores, en la cual la cantidad final se reduce a 111 (es decir, se redujo en un 4,2%).

Anteriormente al presente trabajo, se depositaban montículos de hojas en cualquiera de las intersecciones, por lo que la tarea de recolección resultaba ser muy ineficiente. Por ejemplo en la Zona 1 había aproximadamente unos 240 montículos diarios a recoger, es decir más del doble que la cantidad obtenida en nuestros resultados.

El modelo planteado demostró ser en general muy eficiente. A modo de ejemplo, la Figura 8 muestra un segmento de 7 manzanas en la zona 2, en el cual sólo se utilizan cuatro contenedores distintos (aunque el barrendero deposita en cada uno de ellos más de una vez). Las cuadras se numeran por el orden que son barridas, los puntos destacados A,B,C y D son las ubicaciones de los contenedores y las cuadras que se recorren dos veces pero sólo se barren la primera vez, aparecen bajo la etiqueta “duplicada”. Una situación bastante similar ocurre en el resto de los recorridos; sólo se utilizan 3 o 4 contenedores por barrendero, en los cuales se deposita múltiples veces.

4.4. Resultados de la Etapa III

La Figura 9 muestra los resultados obtenidos para los recorridos de los dos camiones de la Zona 1. La imagen izquierda muestra el recorrido de la parte sur y la derecha el de la parte norte. Las instancias del ATSP se resuelven en pocos segundos ya que son instancias muy pequeñas. Dado que los camiones

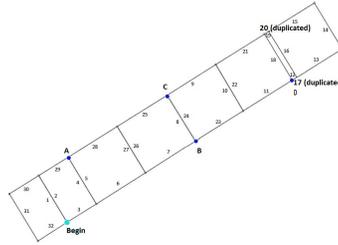


Figura 8: Ejemplo de ubicación eficiente de los contenedores propuesta por el modelo de PLE.

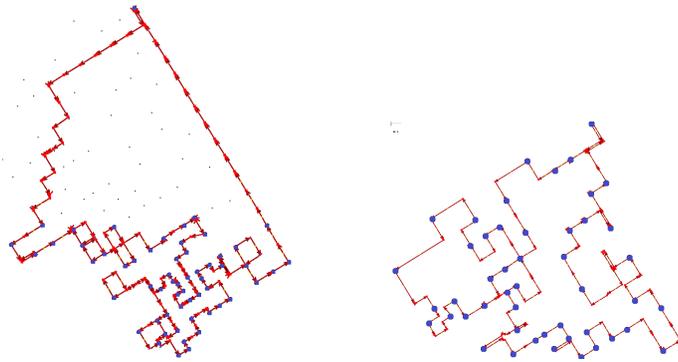


Figura 9: Recorridos obtenidos para los camiones recolectores para la Zona 1.

se guardan en un depósito alejado de la ciudad, ubicado al noreste de la región urbana, el tour comienza en un contenedor de la parte superior derecha del mapa. Lo mismo ocurre para la zona norte. En ambos casos, los contenedores a recoger están marcados con un punto resaltado.

Previamente a este trabajo, dado que todas las esquinas se utilizaban como depósitos de montículos de hojas, los camiones fijaban su recorrido pasando por todas las cuadras de la ciudad en forma zigzagueante. Este nuevo recorrido, a pesar de parecer un poco más complejo a la vista, supone un importante ahorro en la distancia recorrida.

En términos numéricos, anteriormente se recorría un total de aproximadamente 32,2 km para los dos camiones en conjunto. El nuevo recorrido sólo insume 28,4 km entre ambos (14,7 km y 13,7 km para la zona sur y norte respectivamente), lo que produce una reducción del 12 % en la distancia total.

5. Conclusiones y trabajo a futuro

En cuanto a los resultados obtenidos en este trabajo, la asignación eficiente de cuadradas de los barrenderos era el objetivo principal para la Municipalidad. Como ya se mencionó, en la actualidad la ciudad se encuentra en plena fase de implementación de la Etapa I. Mediante este trabajo se pudo reestimar la cantidad necesaria de operarios para cada una de las zonas, que previamente estaban desbalanceadas.

Paulatinamente se va incorporando personal al equipo de operarios, y se van implementando los nuevos recorridos presentados en este trabajo. Hasta el momento los resultados han sido satisfactorios teniendo en cuenta fundamentalmente la percepción de los responsables de organizar la tarea en la Municipalidad.

Un aspecto que probablemente se tenga en cuenta más adelante, es asociar la dificultad de la cuadra o manzana a cambios dados por motivos estacionales. Por ejemplo, una cuadra que tiene muchos árboles va a insumir más tiempo de barrido durante el otoño, época en se produce la caída de hojas. En estos casos, por ejemplo, una solución posible podría llegar a ser multiplicar el tiempo que insume barrer esa cuadra por un factor de corrección adecuado.

Una idea interesante desde el punto de vista teórico, pero quizás un poco difícil de realizar en la práctica, hubiera sido distinguir a cada barrendero por su velocidad de barrido. Con esta información, para cada manzana se podría haber cronometrado el tiempo que ese trabajador tarda en limpiarla, y luego, dividiendo por una constante de velocidad de barrido de dicho operario, podría haberse obtenido una estimación absoluta para la dificultad temporal de cada manzana. De esta forma, se podrían haber conseguido soluciones mucho más exactas al ajustar el parámetro por la constante de cada barrendero.

Otro elemento que también podría haberse considerado sería sumarle a cada segmento una penalidad temporal según que tan alejado esté el centro de masa del punto de salida del barrendero. En la práctica, algunos de los barrenderos guardan los carritos en sus propias casas, con lo cual el punto de salida puede llegar a ser variable, y por ende no tuvo mucho sentido incluirlo en el modelo que aplicamos. Pero si se realizara la distinción por barrendero sí podría hacerse.

Es intención del municipio extender este tipo de estudios a otras áreas de su funcionamiento cotidiano. Según Miguel Fernández, actual Intendente de la ciudad, “desde nuestro punto de vista, esta clase de análisis que nos habilitan a

tomar decisiones informadas es a lo que deberíamos apuntar también en otras áreas, ya que nos permiten optimizar los recursos disponibles”.

Agradecimientos: Este trabajo forma parte de un convenio de cooperación entre el Instituto de Cálculo de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la UBA y la Municipalidad de Trenque Lauquen. Agradecemos la permanente colaboración para concretar este proyecto de las autoridades del municipio, en particular de Miguel Fernández, Intendente de la ciudad; Marcelo Ferreyra, Subsecretario de Modernización, Ciencia y Tecnología; y Adhemar Enrietti, Subsecretario de Obras y Servicios Públicos. El tercer autor está parcialmente financiado por el Instituto Sistemas Complejos de Ingeniería, ISCI, Chile (CONICYT PIA/BASAL AFB180003), y los subsidios UBACyT 20020170100495BA (Argentina) y ANPCyT PICT 2015-2218 (Argentina).

Referencias

- [1] W. H. Beyer. *Crc standard mathematical tables and formulae. 28th ed. Boca Raton, FL: CRC Press*, páginas 123–124, 1987.
- [2] M. Bianchetti, G. Durán, I. Koch, y J. Marengo. Algoritmos de zonificación para el problema de la recolección de residuos urbanos: El caso de estudio de una ciudad argentina. *Revista Ingeniería de Sistemas*, 31:81–110,, 2017.
- [3] L. D. Bodin y S. J. Kursh. A computer-assisted system for the routing and scheduling of street sweepers. *Operations Research*, 26(4):525–537, 1978.
- [4] F. Bonomo, D. D. Donne, G. Durán, y J. Marengo. Automatic dwelling segmentation of the buenos aires province for the 2010 argentinian census. *Interfaces*, 43(4):373–384, 2013.
- [5] F. Bonomo, G. Durán, F. Larumbe, y J. Marengo. A method for optimizing waste collection using mathematical programming: a buenos aires case study. *Waste Management & Research*, 30(3):311–324, 2012.
- [6] G. Braier, G. Durán, J. Marengo, y F. Wesner. An integer programming approach to a real-world recyclable waste collection problem in argentina. *Waste Management & Research*, 35(5):525–533, 2017.
- [7] Concorde. Concorde TSP Solver, 2015. Recuperado de <http://www.math.uwaterloo.ca/tsp/concorde/index.html>.

- [8] T. H. Cormen, C. E. Leiserson, R. L. Rivest, y C. Stein. *Introduction to algorithms*. MIT press, 2009.
- [9] R. W. Eglese y H. Murdock. Routeing road sweepers in a rural area. *Journal of the Operational Research Society*, 42(4):281–288, 1991.
- [10] H. A. Eiselt, M. Gendreau, y G. Laporte. Arc routing problems, part i: The chinese postman problem. *Operations Research*, 43(2):231–242, 1995.
- [11] C. Hierholzer y C. Wiener. Über die möglichkeit, einen linienzug ohne wiederholung und ohne unterbrechung zu umfahren. *Mathematische Annalen*, 6(1):30–32, 1873.
- [12] P. J. Taylor. A new shape measure for evaluating electoral district patterns. *American Political Science Review*, 67(3):947–950, 1973.
- [13] J. B. Weaver y S. W. Hess. A procedure for nonpartisan districting: Development of computer techniques. *The Yale Law Journal*, 73:288–308, 1963.
- [14] H. P. Young. Measuring the compactness of legislative districts. *Legislative Studies Quarterly*, 13(1):105–115, 1988.