
PROGRAMANDO MÚLTIPLES LIGAS DEPORTIVAS CON EQUIDAD EN DISTANCIAS DE VIAJE: UNA APLICACIÓN EN EL FÚTBOL JUVENIL ARGENTINO

GUILLERMO A. DURÁN *
MARIO GUAJARDO **
AGUSTINA F. LÓPEZ ***
JAVIER MARENCO ****
GONZALO A. ZAMORANO *****

Resumen

La principal categoría del fútbol juvenil argentino es disputada por los clubes que integran la primera división profesional del país. Cada club cuenta con seis divisiones juveniles, tres divisiones *mayores* (sub-20, sub-18 y sub-17) y tres divisiones *menores* (sub-16, sub-15 y sub-14). Temporada a temporada hay entonces seis torneos de divisiones juveniles para los clubes de primera división, con la particularidad de que las tres divisiones mayores juegan con el mismo fixture, mientras que las divisiones menores utilizan esa misma programación pero con las localías invertidas. Al realizarse los fixtures de manera manual, solía existir una gran diferencia en kilómetros viajados entre las divisiones mayores y las menores de un mismo club, una situación que no era bien vista por dirigentes, entrenadores y jugadores. Además, se tornaba imposible considerar las innumerables condiciones de todas las ligas para una buena calendarización. En este trabajo desarrollamos un enfoque de programación

* Departamento de Matemática e Inst. de Cálculo FCEyN-UBA y CONICET, Argentina, Departamento de Ingeniería Industrial, FCFM, Universidad de Chile, Santiago, Chile.

** Department of Business and Management Science, NHH Norwegian School of Economics, Bergen, Noruega

*** Departamento de Matemática e Instituto de Cálculo FCEyN-UBA, Argentina

**** Instituto de Ciencias, UNGS y Dto. de Computación, FCEyN-UBA, Argentina

***** Departamento de Ingeniería Industrial, FCFM, Universidad de Chile, Santiago, Chile

matemática para la calendarización de las seis ligas en forma simultánea, considerando una serie de criterios importantes para todas ellas. Entre ellos, intentamos balancear las distancias de viajes para todos los clubes mediante dos enfoques de resolución, uno en base a clusters y el otro a través de la consideración explícita de las distancias. Las soluciones entregadas por estos métodos han sido empleadas desde la temporada 2018 hasta la actualidad por la Superliga Argentina de Fútbol, proveyendo una serie de beneficios para todos los sectores involucrados.

Palabras Clave: Programación lineal entera, Sports scheduling, Travelling tournament problem.

1. Introducción

El fútbol es indiscutidamente uno de los deportes más populares del mundo. Practicado por unos 200 millones de jugadores en más de 200 naciones a nivel mundial, las principales ligas movilizan a cientos de millones de seguidores y generan grandes sumas de dinero. La última edición del Mundial Fifa, en Rusia 2018, generó beneficios por USD 5.3 billones, el Mundial de mayores ganancias hasta la fecha, y convocó una audiencia televisiva de 3.5 billones de espectadores. Mientras la mayor atención naturalmente se vuelca sobre las divisiones profesionales, el buen desarrollo de ligas juveniles es esencial para el sustento futuro del deporte profesional. Una gran cantidad de talentos se forjan en ligas juveniles, a menudo bajo el alero de los mismos clubes que participan en los torneos profesionales. Este es el caso de la Argentina, que con dos títulos mundiales en mayores es uno de los escasos seis países en el mundo cuyo seleccionado nacional ha sido campeón del mundo en más de una ocasión. El éxito a nivel profesional está indudablemente atado a la gran formación de jugadores en las divisiones inferiores, reflejado en los seis títulos mundiales conseguidos por su selección juvenil. Un sinnúmero de grandes jugadores han salido de las divisiones juveniles e infantiles de los clubes argentinos. Lionel Messi, por ejemplo, cuatro veces ganador del FIFA Balón de Oro y subcampeón del Mundo y mejor jugador en Brasil 2014, se inició en las divisiones infantiles del club Newell's Old Boys, y su temprano traspaso a Barcelona ocurrió directamente desde la liga infantil argentina que disputaba. Diego Maradona, campeón del Mundo y mejor jugador en México 86, por otra parte, surgió de las divisiones infantiles y juveniles de Argentinos Juniors, y tras un fugaz paso por Boca Juniors también recaló en Barcelona con sólo 21 años.

La colosal importancia entonces del desarrollo del deporte juvenil, motiva que la incorporación del uso de analytics y de investigación de operaciones, cuyo desarrollo en los últimos años se ha incrementado notablemente en torneos deportivos profesionales, llegue también a estas ligas. Este trabajo reporta la aplicación de técnicas de programación matemática para la calendarización de las ligas juveniles del fútbol masculino argentino. Uno de los principales desafíos enfrentados por los organizadores de estas ligas, es que la programación debe considerar simultáneamente seis ligas: sub-20, sub-18, sub-17, sub-16, sub-15 y sub-14. Además de una serie de condiciones habituales que se requieren para armar buenos fixtures deportivos, la programación de estas ligas intenta equiparar las distancias viajadas por las distintas divisiones de un mismo club. Todo esto genera entonces un problema que a través de los métodos manuales tradicionales usados por los organizadores se tornaba imposible de abordar eficientemente. En contraste, la adopción de investigación de operaciones ha venido a aliviar y mejorar considerablemente su tarea.

El trabajo está organizado de la siguiente manera. En la Sección 2 se describe un breve estado del arte en Sports Scheduling. La Sección 3 hace una descripción del problema. La sección 4 muestra el enfoque de resolución abordado, mientras que la Sección 5 describe en detalle los modelos de programación lineal entera implementados. La Sección 6 exhibe los resultados alcanzados, mientras que la última sección aborda las conclusiones y el posible trabajo futuro.

2. Sports Scheduling

La disciplina conocida como *sports scheduling* estudia la existencia y el diseño de fixtures de torneos deportivos, teniendo en cuenta diferentes condiciones requeridas por los organizadores. La gran variedad de formatos de torneos deportivos conduce a una gran cantidad de interesantes problemas de optimización, como lo refleja la reciente clasificación de problemas de la vida real en sports scheduling e implementación de un repositorio de instancias reales mostrada en [15]. El gran número de aplicaciones está también claramente reflejado en la variedad de artículos recopilados en ([8]). Limitándonos a recabar algunas de las publicaciones más recientes, [1] exhiben 12 años de experiencias programando el fútbol chileno y la expansión de ese trabajo a la programación de las clasificatorias sudamericanas para el Mundial de fútbol de Rusia 2018, posteriormente detallada en [6]. Por su parte, en [4] se ha recientemente reportado el uso de programación matemática para la programación

del torneo de vóleibol italiano.

Mientras la mayor atención en la literatura la han tenido ligas profesionales adultas, una pequeña minoría de papers se han enfocado en ligas no profesionales o juveniles, tales como hockey sobre hielo en Finlandia ([11]), fútbol en Bélgica ([14, 16]), cricket en Inglaterra ([17]), y tenis de mesa en Alemania ([13, 10]). Asimismo, mientras la mayoría de las aplicaciones se enfoca en la programación de una sola liga deportiva, unos pocos papers abordan el problema de programar multiple leagues. Entre estos, softbol en Estados Unidos ([9]), rugby en Nueva Zelanda ([3]), y tenis de mesa en Alemania ([12]).

Entre una variedad de criterios de optimización considerados en la literatura de sports scheduling, las distancias de viajes es uno de los principales. De hecho, el problema más frecuentemente estudiado por la literatura, el *Traveling Tournament Problem* ([7]) tiene como objetivo la minimización de la suma de las distancias recorridas por los equipos a lo largo de un torneo ficticio. Si bien la dificultad de dicho problema ha motivado una gran cantidad de trabajos metodológicos, su implementación en problemas reales es más bien escasa ([2, 5]).

En vista de esta revisión de literatura, nuestro trabajo busca contribuir con una nueva implementación práctica de investigación de operaciones para la calendarización de múltiples torneos juveniles programados en forma simultánea. Además, dentro de las varias condiciones consideradas, las distancias de viajes constituyen una parte central de nuestro criterio de optimización. En esta aplicación los organizadores buscan equiparar las distancias recorridas por las diferentes divisiones de un mismo club y dentro de un mismo torneo por parte de los equipos que pertenecen a la misma región geográfica. Ambos objetivos son importantes para darle mayor equidad a los campeonatos y para no generar desigualdades en los desgastes físicos entre los distintos clubes y entre las distintas divisiones del mismo club.

Para abordar el problema, desarrollamos dos enfoques basadas en programación matemática. Mientras en uno incorporamos explícitamente la minimización de las diferencias entre distancias recorridas por las diferentes divisiones de cada club, en otro enfoque novedoso generamos clusters de equipos por regiones geográficas y nos abocamos a equiparar el número de veces que cada equipo de un mismo club visita estos clusters. Estos enfoques traen como consecuencia la equiparación de las distancias recorridas por los equipos de la misma zona geográfica dentro de una misma liga, lo que, como fue expresado, es percibido como equitativo por los organizadores y que no necesariamente se refleja en el criterio de minimización de la suma de las distancias recorridas comúnmente usada en la literatura.

3. Descripción del problema

La principal categoría del fútbol juvenil argentino es disputada por los clubes que integran la primera división profesional del país. Cada club cuenta con seis divisiones juveniles, de las cuales tres son divisiones *mayores* (sub-20, sub-18 y sub-17) y tres son divisiones *menores* (sub-16, sub-15 y sub-14). Estos torneos tienen la particularidad de que las tres divisiones mayores juegan con el mismo fixture, mientras que las tres divisiones menores utilizan esa misma programación pero con las localías invertidas fecha a fecha.

El torneo 2017 estuvo compuesto por 30 equipos, que disminuyeron a 28 en el primer semestre de 2018 y a 26 para la temporada 2018-2019. En este trabajo mostraremos los modelos desarrollados y las soluciones entregadas para los torneos de divisiones juveniles disputados en el primer semestre de 2018 y para la temporada 2018-2019.

Los 30 equipos del Torneo 2017 se enfrentaron en un single round-robin, consagrándose campeón en cada categoría el equipo con más puntos.

En cambio, los 28 equipos que participaron en el Torneo de Transición 2018 fueron divididos en dos zonas de 14, denominadas *Zona A* y *Zona B* (ver Tabla 1). La Superliga Argentina de Fútbol (SAF), entidad que organiza los campeonatos, realizó un sorteo para determinar los integrantes de cada zona antes del inicio del torneo. Se establecieron 14 parejas de rivales clásicos, de modo tal que si uno de ellos quedaba sorteado en la Zona A entonces su rival era automáticamente asignado a la Zona B. Dentro de cada zona se jugó un *single round robin*, generando un total de 13 partidos por equipo (uno por cada fecha). Sin embargo, la SAF decidió añadir una fecha extra, que denominamos “fecha de clásicos”, llevando el torneo a 14 fechas. En esta fecha extra, cada equipo de la Zona A se enfrentaba con su rival clásico, que necesariamente pertenecía a la Zona B. La SAF estableció que esta fecha especial de clásicos fuera la número 7, relativamente a la mitad del torneo.

Para definir un ganador en cada división, los dos equipos que terminaron primeros en la Zona A se enfrentaron en una semifinal con los dos primeros de la Zona B, pero cruzados: es decir, el equipo mejor posicionado de la Zona A jugó contra el segundo de la Zona B, y viceversa. De estas semifinales surgieron dos equipos que finalmente disputaron la final en cada división, para así proclamar al ganador de la final en cada división como “Campeón del Torneo Transición de Juveniles 2018”.

Para la temporada 2018-2019 el esquema fue similar, pero con 26 equipos.

Tabla 1: Equipos del Torneo de Transición 2018.

	Zona A	Zona B
1	River	Boca
2	San Lorenzo	Huracán
3	Vélez	Argentinos Jrs.
4	Tigre	Chacarita
5	Independiente	Racing
6	Banfield	Lanús
7	Defensa y Justicia	Arsenal
8	Estudiantes	Gimnasia y Esgrima
9	Rosario Central	Newell's
10	Colón	Unión
11	Talleres	Belgrano
12	San Martín SJ	Godoy Cruz
13	Atlético Tucumán	Patronato
14	Temperley	Olimpo

De este modo, la Zona A quedó constituida por 13 equipos (nuevamente definidos por sorteo), mientras que en la Zona B quedaron sus 13 rivales clásicos. En esta oportunidad cada zona jugó nuevamente un single round-robin con el agregado de que el equipo libre en cada fecha enfrentó en dicha fecha a su rival clásico (que obligatoriamente debía quedar libre en la misma fecha). El Apertura de cada categoría se disputó con este formato de agosto a noviembre de 2018, mientras que el Clausura (disputado de marzo a junio de 2019) tuvo el mismo formato con las localías invertidas.

Al realizarse los fixtures en forma manual hasta 2017 solía existir una gran diferencia en kilómetros viajados entre las divisiones mayores y las menores de un mismo club (en algún caso esos kilómetros se triplicaban de una división a otra del mismo club), para la mayoría de los clubes, y entre equipos de la misma zona geográfica en un mismo campeonato.

El objetivo principal del presente trabajo fue entonces armar fixtures en los cuales se equipararan las distancias recorridas a lo largo de cada torneo entre las divisiones mayores y las menores de cada equipo, y balancear los kilómetros viajados por cada equipo de una misma zona geográfica en cada campeonato, sumado a cumplir con una serie de restricciones impuestas por los organizadores.

4. Enfoque de resolución

Analizamos el problema con 28 equipos, la modelación y resolución para el caso de 26 equipos sólo requiere de algunos ajustes. Para modelar el problema, usamos el enfoque basado en programación lineal entera que se describe en detalle en la próxima sección. La dificultad computacional de armar el fixture considerando a los 28 equipos juntos puede ser muy grande, por lo que decidimos utilizar las zonas ya sorteadas para descomponer el problema en dos. Resolvemos la programación para las divisiones mayores, dado que una vez resuelto ésta el fixture para las divisiones menores es el mismo invirtiendo las localías. Notar que si hubiera condiciones específicas para las divisiones menores, éstas pueden ser incorporadas trivialmente en la modelación de las divisiones mayores.

Para obtener la programación de las divisiones mayores, modelamos primero a la Zona A y luego a la Zona B. Notemos que estos fixtures no son independientes: una vez que tenemos los resultados de la Zona A, las localías de la “fecha de clásicos” (donde sólo hay partidos interzonales) ya quedan fijas. Esta información necesita ser incorporada en nuestro modelo para la Zona B. Notemos también que basta con programar sólo uno de los dos fixtures en cada temporada, por ejemplo el de las divisiones mayores, dado que el de las divisiones menores quedará completamente determinado al invertir las localías.

La necesidad de reducir las diferencias de viajes entre las divisiones mayores y menores de cada equipo admite más de una opción de modelamiento. En este trabajo consideramos las siguientes dos alternativas:

- La primera opción para garantizar que la diferencia de viajes entre divisiones mayores y menores de cada club sea reducida, es dividir a todos los equipos en grupos o “clusters” geográficos, de forma tal que queden agrupados por cercanía. La idea global es que cada equipo juegue la mitad de sus partidos de local y la mitad de visitante contra los equipos de los otros clusters y también contra los del suyo propio. De esta manera, el equipo I del cluster A juega dos partidos de local y dos de visita contra los equipos del cluster B (que imaginemos está conformado por cuatro equipos) en sus divisiones mayores. Como las menores de ese mismo equipo juegan con las localías invertidas, también jugarán dos partidos de local y dos de visita contra el cluster B. Al ser cercanos todos los equipos de un mismo cluster, las distancias recorridas entre las diferentes divisiones del equipo I serán razonablemente similares. A priori, no tenemos

forma de garantizar que exista una solución en la cual las localías se vean distribuidas tan equitativamente, por lo que la función objetivo se encargará de encontrar el mejor resultado posible en ese sentido.

- La segunda opción para armar un fixture que equipare los viajes realizados entre las divisiones mayores y las menores no utiliza los clusters geográficos e incorpora explícitamente la distancia (en kilómetros) entre los estadios de los clubes. Generamos una matriz de distancias entre los diferentes estadios, con la intención de plantear una función objetivo que minimice las diferencias de viajes entre las divisiones mayores y menores de cada equipo.

De antemano, se intuye que este último camino será más preciso pero también es esperable que sea más costoso en términos computacionales. Por ello proponemos avanzar con ambas alternativas y analizar los resultados que las mismas generan. Veremos más adelante además que estos objetivos traerán como consecuencia la equiparación de las distancias viajadas por equipos de la misma zona geográfica, dentro de cada uno de los campeonatos.

4.1. Zona A

El modelo incorpora condiciones que hacen a la estructura del torneo, así como también condiciones que fueron requeridas por la SAF para conseguir un fixture más justo y atractivo:

- El número máximo de partidos consecutivos que un equipo puede jugar con la misma localía es 2, lo que llamamos un break.
- No hay equipo que tenga más de un break de cada tipo a lo largo de todo el torneo: a lo sumo uno de visitante y uno de local.
- La segunda y la última fecha quedan libres de breaks.
- Los partidos entre los equipos grandes (River, San Lorenzo e Independiente en esta zona) no pueden darse ni en las 2 primeras ni en las 2 últimas fechas.
- No hay equipo que juegue dos partidos consecutivos contra un equipo grande.

Además, cada club tuvo la oportunidad de pedir sus propias condiciones, por ejemplo no tener viajes largos en determinadas fechas. La SAF, por su parte, también quiso tener en cuenta este aspecto al pedir que en una fecha entre semana ningún equipo se viera afectado por un viaje muy largo, ya

Tabla 2: Clusters geográficos para el Torneo de Transición 2018.

<u>Cluster CABA</u>	<u>Cluster Gran Buenos Aires</u>
River - Boca	Independiente - Racing
San Lorenzo - Huracán	Banfield - Lanús
Vélez - Argentinos Jrs.	Defensa y Justicia - Arsenal
Tigre - Chacarita	Estudiantes - Gimnasia y Esgrima
<u>Cluster Santa Fe</u>	<u>Cluster Córdoba/Cuyo</u>
Rosario Central - Newell's	Talleres - Belgrano
Colón - Unión	San Martín SJ - Godoy Cruz
<u>Cluster Extra</u>	
Atlético Tucumán - Patronato	
Temperley - Olimpo	

que los jugadores son en su mayoría menores de edad y deben asistir a sus respectivas instituciones escolares.

Otra de las condiciones solicitadas fue no tener dos viajes largos ante un break de visita. Es decir, si un equipo juega dos partidos seguidos fuera de su estadio, al menos uno de ellos debe ser contra un adversario que esté geográficamente cerca.

4.1.1. Clusters geográficos

Como ya se mencionó, la primera opción para manejar las diferencias de viaje entre mayores y menores es dividir a los equipos en grupos o “clusters” geográficos, de forma tal que queden agrupados por cercanía. El armado de estos clusters fue realizado de manera manual, retomamos el tema sobre otras posibles composiciones de clusters en las conclusiones del trabajo. La situación ideal consiste en que cada equipo juegue la mitad de sus partidos de local y la mitad de visita contra los equipos de los otros clusters y también contra los del suyo propio.

En vista de los clubes participantes, los clusters quedaron conformados como especifica la Tabla 2. El mapa de la Figura 1 muestra la ubicación de cada uno.

Todos los clusters estuvieron conformados en cada zona por un número par de equipos, estableciéndose que si un equipo se asignaba a un determinado cluster en la zona A, su rival clásico estaría en el mismo cluster, pero en la zona B. Los equipos de la izquierda en la Tabla 2 son aquellos pertenecientes

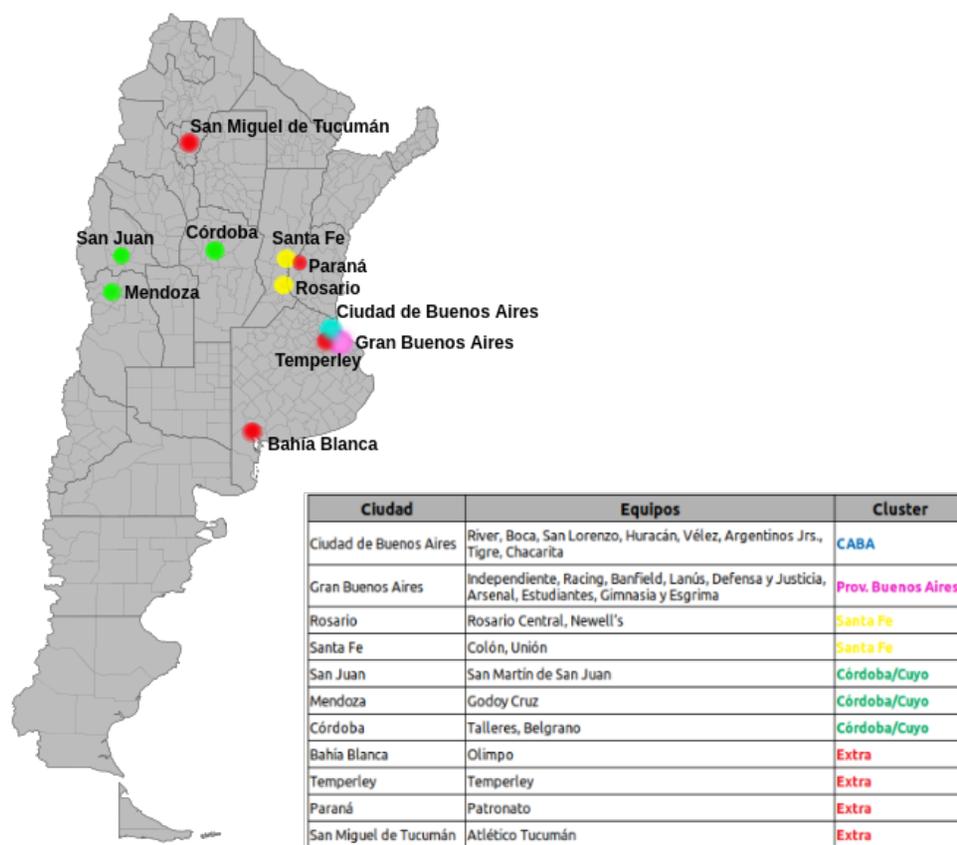


Figura 1: Clusters geográficos para el Torneo de Transición 2018.

a la Zona A mientras que los de la derecha son los de la Zona B.

Como se puede ver, los equipos dentro de un mismo cluster están cerca entre sí excepto los pertenecientes al “Cluster Extra”. Lo acordado en éste es que se sortearían en bloque: en una zona quedarían Patronato y Olimpo y en la otra Atlético Tucumán y Temperley. Se decidió esto pensando en los equipos de Ciudad de Buenos Aires (CABA) y del gran Buenos Aires (que son amplia mayoría): en una zona (finalmente fue la A) habría un viaje largo y uno corto (Atlético Tucumán, Temperley) para estos equipos, y en la otra zona, para compensar, habría dos viajes de distancia intermedia (Patronato, Olimpo), para estos mismos equipos.

Agrupados los equipos de esta forma, se busca que cada equipo juegue contra la mitad de los equipos de cada cluster con una localía y contra la otra mitad con la localía contraria. Como cada cluster está formado por un número par de equipos, se deben manejar de manera especial los partidos contra equipos del mismo cluster (que es una cantidad impar de partidos).

Para esto, el partido clásico (contra el rival de la otra zona) será el encargado de emparejar las localías. Por ejemplo, River debe jugar contra San Lorenzo, Vélez, Tigre y Boca (equipos de su propio cluster), siendo este último su contrincante clásico de la Zona B. Sería bueno que contra los tres equipos del cluster CABA jugara dos partidos de visitante (local) y uno de local (visitante), jugando entonces contra Boca también de local (visitante).

Hay un detalle para esta zona que no debemos pasar por alto: algunos equipos podrían tener que jugar de visitante en las mismas divisiones (las mayores por ejemplo) contra Atlético Tucumán y contra San Martín de San Juan, los dos clubes más alejados de la mayor parte de sus rivales (que a pesar de estar relativamente cerca entre sí, pertenecen a distintos clusters). Esto podría causar una diferencia considerable en la distancia recorrida entre las divisiones, especialmente para los equipos céntricos, ya que las otras divisiones (las menores) jugarían de local contra estos dos equipos. Imponemos entonces una restricción adicional solicitando que ninguno de estos equipos juegue con la misma localía contra estos dos clubes. Esta última observación da la idea de que se podrían haber considerado diferentes constituciones de clusters, tema que retomamos en las conclusiones del trabajo.

4.1.2. Matriz de distancias

La segunda opción para manejar las distancias de viaje es minimizar las diferencias de viaje entre las divisiones mayores y menores de un mismo club. Para esto, definimos dos posibles funciones objetivo: (a) minimizar la suma sobre todos los equipos de la diferencia de viaje entre sus divisiones mayores y menores y (b) minimizar la máxima de estas diferencias para todos los equipos.

Introducimos una matriz D de distancias entre los equipos. Claramente D es simétrica y los elementos de la diagonal valen 0.. Además, ubicamos a los equipos de forma tal que en las filas/columnas impares figuran las distancias de los equipos de la Zona A a los restantes, y en las pares las de los equipos de la Zona B. Más aún, el club de la fila/columna siguiente a cada club de la Zona A es su rival clásico.

4.2. Zona B

El modelo para diseñar el fixture de la Zona B es esencialmente igual que para la Zona A, teniendo en cuenta sólo algunas modificaciones dadas por el carácter secuencial del procedimiento propuesto.

Se modifica, por ejemplo, el conjunto de los equipos grandes, ya que en esta zona hay dos y no tres: Boca y Racing. Se mantienen los clusters, dado que hay

restricciones que los necesitan. Las funciones objetivo también se mantienen sin modificaciones.

Entre las restricciones que sufren algunos cambios podemos incluir a las de clubes y las específicas de la SAF, que básicamente se reformulan sobre la base de las necesidades de los equipos de esta zona. Las únicas restricciones completamente nuevas que debemos agregar en esta zona son las que expresan las localías de cada equipo en la fecha de clásicos (fecha 7), que como ya mencionamos, quedan determinadas por el fixture de la Zona A.

Considerando las modificaciones anteriormente presentadas, tendríamos un modelo completo para la Zona B sin tener en cuenta que debemos emparejar el kilometraje recorrido entre las divisiones mayores y menores de cada equipo. Para considerar esto, nuevamente se generarán tres modelos por separado, del mismo modo que se hizo para la Zona A.

5. Modelos de programación entera

Presentamos en esta sección los modelos planteados para la elaboración del fixture del torneo Transición 2018, con 28 equipos. Para representar los partidos contra los respectivos rivales clásicos de la Zona B, emplearemos en el modelo un equipo extra: el “equipo número 15”, que representará al adversario clásico.

Describimos en primer lugar el *modelo base* que nos servirá para atacar ambos enfoques. Para esto, introducimos los siguientes conjuntos:

- Fechas: $R = \{1, \dots, 14\}$.
- Equipos: $T = \{1, \dots, 15\}$.
- Equipos reales: $T^* = \{1, \dots, 14\}$.
- Equipos grandes: $BT = \{1, 2, 5\}$.
- CABA: $CABA = \{1, \dots, 4\}$.
- Buenos Aires: $BA = \{5, \dots, 8\}$.
- Santa Fe: $SF = \{9, 10\}$.
- Cordoba/Cuyo: $CC = \{11, 12\}$.
- Extra: $E = \{13, 14\}$.

El modelo requiere de las siguientes variables. Para todo equipo $i \in \mathbb{T}$, $j \in \mathbb{T}$ y para toda fecha $k \in \mathbb{R}$, se definen las variables

$$\begin{aligned} x_{ijk} &= \begin{cases} 1 & \text{si el equipo } i \text{ juega de local contra el equipo } j \text{ en la fecha } k, \\ 0 & \text{si no,} \end{cases} \\ y_{ik} &= \begin{cases} 1 & \text{si el equipo } i \text{ juega de local en las fechas } k \text{ y } k + 1, \\ 0 & \text{si no,} \end{cases} \\ w_{ik} &= \begin{cases} 1 & \text{si el equipo } i \text{ juega de visitante en las fechas } k \text{ y } k + 1, \\ 0 & \text{si no,} \end{cases} \\ z_{ij} &= \begin{cases} 1 & \text{si el equipo } i \text{ juega de local contra el equipo } j, \\ 0 & \text{si no.} \end{cases} \end{aligned}$$

Presentamos ahora las restricciones del modelo. En primer lugar, tenemos restricciones que relacionan las variables entre sí.

$$z_{ij} = \sum_{k \in \mathbb{R}} x_{ijk} \quad \forall i, j \in \mathbb{T} \quad (1)$$

$$\sum_{j \in \mathbb{T}} x_{ijk} + \sum_{l \in \mathbb{T}} x_{ilk+1} \leq 2(1 - w_{ik}) \quad \forall i \in \mathbb{T}^*, k \in \mathbb{R}, k \neq 14 \quad (2)$$

$$\sum_{j \in \mathbb{T}} x_{ijk} + \sum_{l \in \mathbb{T}} x_{ilk+1} \geq 1 - w_{ik} \quad \forall i \in \mathbb{T}^*, k \in \mathbb{R}, k \neq 14 \quad (3)$$

$$\sum_{j \in \mathbb{T}} x_{jik} + \sum_{l \in \mathbb{T}} x_{lik+1} \leq 2 \cdot (1 - y_{ik}) \quad \forall i \in \mathbb{T}^*, k \in \mathbb{R}, k \neq 14 \quad (4)$$

$$\sum_{j \in \mathbb{T}} x_{jik} + \sum_{l \in \mathbb{T}} x_{lik+1} \geq 1 - y_{ik} \quad \forall i \in \mathbb{T}^*, k \in \mathbb{R}, k \neq 14 \quad (5)$$

La variable z_{ij} se define en (1) y tiene por único objetivo simplificar la notación. Si el equipo i juega de local contra el equipo j en la fecha k , entonces obviamente el equipo i juega de local contra el equipo j .

Recordemos que la variable w_{ik} vale 1 si el equipo i tiene un break de visita en la fecha k y 0 si no. Si $w_{ik} = 1$, entonces la restricción (2) asegura que el equipo i no puede jugar de local ni en la fecha k ni en la $k+1$. Observemos que si $w_{ik} = 0$, la ecuación no nos dice nada que no supiéramos, con lo cual surge la necesidad de incorporar una nueva restricción para aclarar el rol de x_{ijk} en este caso. Por otra parte, si $w_{ik} = 0$, quiere decir que el equipo i no tiene break de visitante en la fecha k , o lo que es lo mismo, alguno de los dos partidos jugados en la fecha k o $k+1$ debe ser de local, condición asegurada por la

restricción (3). Las restricciones (4) y (5) son análogas pero ahora teniendo en cuenta los breaks de local.

Las restricciones (2)-(5) fueron pedidas para los equipos $i \in T^*$ y para las fechas $k \in R$ con $k \neq 14$. Esto se debe a que no hay breaks que comiencen en la fecha k (pues es la última) y a que el equipo ficticio sólo juega en una fecha en todo el torneo, con lo cual no es necesario hablar de sus breaks.

Presentamos a continuación las restricciones que definen la estructura global del torneo.

$$x_{iik} = 0 \quad \forall i \in T, k \in R \quad (6)$$

$$z_{ij} + z_{ji} = 1 \quad \forall i, j \in T, i \neq j \quad (7)$$

$$\sum_{\substack{j \in T \\ i \neq j}} x_{ijk} + x_{jik} = 1 \quad \forall i \in T^*, k \in R \quad (8)$$

$$\sum_{i \in T^*} \sum_{\substack{j \in T^* \\ j \neq i}} x_{ijk} = 7 \quad \forall k \in R, k \neq 7 \quad (9)$$

$$\sum_{\substack{j \in T \\ j \neq i}} z_{ij} = 7 \quad \forall i \in T \quad (10)$$

$$\sum_{j \in T} x_{15,j,7} = 7 \quad (11)$$

$$\sum_{j \in T} x_{j,15,7} = 7 \quad (12)$$

$$\sum_{j \in T} \sum_{\substack{k \in R \\ k \neq 7}} x_{j,15,k} + x_{15,j,k} = 0 \quad (13)$$

Las restricciones (6) especifican que ningún equipo debe jugar contra sí mismo. Las restricciones (7) piden que todos los equipos jueguen contra todos una única vez (recordemos que el modelo que estamos presentando es para la Zona A). Dado un equipo i (que no es el ficticio) y una fecha k , la restricción (8) especifica que i debe tener un único rival con quien enfrentarse, ya sea de local o de visita. La restricción (9) dice que en cada fecha deben jugarse 7 partidos (pues recordemos que son 14 equipos) y obviamente uno de los dos clubes que se enfrentan debe jugar de local. Para la fecha de clásicos y el equipo ficticio, la restricción será tratada de manera diferente, según veremos un poco más adelante.

La restricción (10) especifica que cada equipo $i \in T$ jugará 7 partidos de local y 7 de visitante a lo largo del torneo. Como además ya sabemos que

debe jugar en todas las fechas (por (8)) y que el total de fechas es 14, sería redundante pedir dos restricciones separadas para esto, así que, sin pérdida de generalidad, basta con pedir que cada equipo juegue 7 partidos de local.

Como se mencionó anteriormente, tenemos un tratamiento especial para el equipo número 15. Sabemos que debe jugar partidos sólo en la fecha 7 (que la SAF eligió como la fecha de clásicos), y para que resulte parejo para el resto de los equipos reales, las restricciones (11) y (12) piden que juegue 7 de visitante y 7 de local. Las restricciones (7), (11) y (12) implican que el equipo número 15 juega todos sus partidos en la fecha 7. Sin embargo, pedimos en la restricción (13) que no juegue en ninguna otra fecha, a los únicos efectos de evitar valores inválidos para esta variable.

Hemos visto hasta aquí todas las restricciones necesarias para el formato básico del torneo. Presentamos a continuación restricciones sobre los breaks y los equipos grandes, requeridas por la SAF.

$$y_{ik} + y_{ik+1} \leq 1 \quad \forall i \in T^*, k \in R, k \neq 14 \tag{14}$$

$$w_{ik} + w_{ik+1} \leq 1 \quad \forall i \in T^*, k \in R, k \neq 14 \tag{15}$$

$$\sum_{k \in R} y_{ik} \leq 1 \quad \forall i \in T^* \tag{16}$$

$$\sum_{k \in R} w_{ik} \leq 1 \quad \forall i \in T^* \tag{17}$$

$$y_{i1} + w_{i1} + y_{i13} + w_{i13} = 0 \quad \forall i \in T^* \tag{18}$$

$$x_{ij1} + x_{ji1} + x_{ij2} + x_{ji2} + x_{ij13} + x_{ji13} + x_{ij14} + x_{ji14} = 0 \quad \forall i, j \in BT \tag{19}$$

$$1 - x_{ijk+1} - x_{jik+1} \geq x_{ilk} + x_{lik} \quad \forall i \in T^*, j, l \in BT, k \in R \tag{20}$$

$$\sum_{j \in CABAUBA} x_{1j3} + x_{j1,3} = 1 \tag{21}$$

$$\sum_{j \in CABAUBA} x_{3j3} + x_{j3,3} = 1 \tag{22}$$

$$\sum_{j \in CABAUBA} x_{2j1} + x_{j2,1} = 1 \tag{23}$$

$$\sum_{j \in CABAUBA} x_{2j6} + x_{j2,6} = 1 \tag{24}$$

$$\sum_{j \in CABAUBA} x_{14j1} + x_{j14,1} = 1 \tag{25}$$

$$\sum_{j \in CABAUBA} x_{14j4} + x_{j14,4} = 1 \tag{26}$$

$$\sum_{j \in \text{CABAUBA}} x_{14j6} + x_{j14,6} = 1 \quad (27)$$

$$x_{13,12,11} + x_{12,13,11} = 1 \quad (28)$$

$$x_{9,4,11} + x_{4,9,11} = 1 \quad (29)$$

$$x_{11,10,11} + x_{10,11,11} = 1 \quad (30)$$

Nuevamente, no tiene sentido hablar de breaks para el equipo ficticio ya que sabemos que juega sólo en una fecha; por lo que estas restricciones son sólo para los equipos que pertenezcan al conjunto $T^* = \{1, \dots, 14\}$.

Como se impuso que ningún equipo juegue más de dos partidos consecutivos con la misma localía, las restricciones (14) y (15) impiden que existan equipos con el mismo tipo de break en dos fechas consecutivas, ya que esto implicaría jugar al menos tres partidos seguidos de local o tres seguidos de visitante. Las restricciones (16) y (17) piden que no haya más de un break de cada tipo por equipo a lo largo del torneo. Es decir, ningún equipo puede jugar dos veces seguidas de local más de una vez en todo el torneo, ni tampoco de visitante. Por su parte, las restricciones (18) especifican que no hay breaks en la primer ni en la última fecha; es decir, ningún equipo juega con la misma localía en las fechas 1 y 2 ni en las fechas 13 y 14.

Las restricciones (19) solicitan que no haya enfrentamientos entre los equipos considerados grandes (River, San Lorenzo e Independiente en esta zona) ni en las dos primeras ni en las dos últimas fechas, con el fin de reservar estos partidos “atractivos” para otra etapa del torneo. Las restricciones (20) dicen que ningún equipo real debe jugar dos partidos seguidos contra un equipo grande, sin tener en cuenta las localías.

Finalmente, se tienen restricciones solicitadas por los equipos:

- Restricción (21): River solicitó no tener un viaje largo en la tercera fecha, es decir, jugar contra un equipo de CABA o de BA.
- Restricciones (22) – (27). Análogas a (21) pero para Vélez en la tercera fecha, para San Lorenzo en la primera y en la sexta, y para Temperley en la primera, la cuarta y la sexta, respectivamente.
- Restricción (28): Atlético Tucumán debe jugar contra San Martín de San Juan en la fecha 11.
- Restricción (29) y (30): Análogas pero para Rosario Central vs. Tigre y para Colón vs. Talleres.

Para terminar, presentamos restricciones adicionales que solicitan que los equipos no tengan dos viajes largos en caso de que les toque un break de visita.

$$w_{ik} \leq \left(\sum_{j \in \text{CABA} \cup \text{BA}} x_{jik} + x_{j,i,k+1} \right) + x_{15,i,k} + x_{15,i,k+1} \quad \forall i \in \text{CABA} \cup \text{BA},$$

$$\forall k \in R, k \neq 14 \quad (31)$$

$$w_{ik} \leq \left(\sum_{j \in \text{SF}} x_{jik} + x_{j,i,k+1} \right) + x_{15,i,k} + x_{15,i,k+1} \quad \forall i \in \text{SF}, \quad \forall k \in R, k \neq 14$$

$$(32)$$

$$w_{11k} \leq \left(\sum_{j \in \text{CCUSF}} x_{j,11,k} + x_{j,11,k+1} \right) + x_{15,11,k} + x_{15,11,k+1} \quad \forall k \in R, k \neq 14$$

$$(33)$$

$$w_{14k} \leq \left(\sum_{j \in \text{CABA} \cup \text{BA}} x_{j,14,k} + x_{j,14,k+1} \right) \quad \forall k \in R, k \neq 14 \quad (34)$$

En el caso de (34) ya no permitimos que se juegue el partido clásico en una de las dos fechas involucradas en el break, ya que el rival en este partido para Temperley es Olimpo (en Bahía Blanca), que no lo consideramos cercano. Notemos que debemos pedir también estas restricciones para breaks de local, ya que el fixture que estamos modelando es el de las mayores pero las menores juegan con las localías invertidas, por lo que un break de local para nuestro fixture es uno de visitante para el otro:

$$y_{ik} \leq \left(\sum_{j \in \text{CABA} \cup \text{BA}} x_{ijk} + x_{i,j,k+1} \right) + x_{i,15,k} + x_{i,15,k+1} \quad \forall i \in \text{CABA} \cup \text{BA},$$

$$\forall k \in R, k \neq 14 \quad (35)$$

$$y_{ik} \leq \left(\sum_{j \in \text{SF}} x_{ijk} + x_{i,j,k+1} \right) + x_{i,15,k} + x_{i,15,k+1} \quad \forall i \in \text{SF}, \quad \forall k \in R, k \neq 14$$

$$(36)$$

$$y_{11k} \leq \left(\sum_{j \in \text{CCUSF}} x_{11,j,k} + x_{11,j,k+1} \right) + x_{11,15,k} + x_{11,15,k+1} \quad \forall k \in R, k \neq 14 \quad (37)$$

$$y_{14k} \leq \left(\sum_{j \in \text{CABA} \cup \text{BA}} x_{14,j,k} + x_{14,j,k+1} \right) \quad \forall k \in R, k \neq 14 \quad (38)$$

Una última restricción adicional (sólo para el modelo de los clusters) es que la localía con que los equipos de CABA y de BA jueguen contra San Martín de San Juan y Atlético Tucumán sea distinta, ya que estos dos equipos están alejados de dichos clubes pero pertenecen a diferentes clusters. En el caso de permitir esto, se podrían presentar diferencias grandes entre divisiones de los equipos más céntricos.

$$z_{12i} = z_{i13} \quad \forall i \in \text{CABA} \cup \text{BA} \quad (39)$$

5.1. Modelo por clusters

Como ya mencionamos, el objetivo en este modelo es que cada equipo juegue la mitad de sus partidos de local y la mitad de visita contra los equipos de cada cluster (utilizando el partido interzonal para equiparar los partidos dentro de su propio cluster). Buscamos que la función objetivo reduzca la diferencia de cantidad de partidos con cada localía contra su propio cluster y contra los otros. En el caso ideal, el valor de la función objetivo sería 0.

Para esto, incorporamos al modelo las siguientes variables:

$$\begin{aligned} & Caba_i^+, Caba_i^- \quad \forall i \in T^*. \\ & intraCaba_i^+, intraCaba_i^- \quad \forall i \in \text{CABA}. \\ & BA_i^+, BA_i^- \quad \forall i \in T^*. \\ & intraBA_i^+, intraBA_i^- \quad \forall i \in \text{BA}. \\ & SF_i^+, SF_i^- \quad \forall i \in T^*. \\ & intraSF_i^+, intraSF_i^- \quad \forall i \in \text{SF}. \\ & CC_i^+, CC_i^- \quad \forall i \in T^*. \\ & intraCC_i^+, intraCC_i^- \quad \forall i \in \text{CC}. \\ & E_i^+, E_i^- \quad \forall i \in T^*. \\ & intraE_i^+, intraE_i^- \quad \forall i \in \text{E}. \end{aligned}$$

$Caba_i^+ + Caba_i^-$ representará la diferencia entre la cantidad de partidos que el equipo i (no perteneciente a CABA) jugará de visitante y los que jugará de local contra los equipos de CABA. Por su parte, $intraCaba_i^+ + intraCaba_i^-$ será la diferencia entre la cantidad de partidos que el equipo i (perteneciente

a CABA) jugará de visitante y los que jugará de local contra su propio cluster (contabilizando al interzonal como uno de estos partidos). Las variables sobre los equipos del resto de los clusters se definen de manera similar.

Ligamos estas nuevas variables con las anteriores por medio de las siguientes restricciones:

$$Caba_i^+ - Caba_i^- = \sum_{j \in CABA} z_{ij} - z_{ji} \quad \forall i \in T^*$$

$$intraCaba_i^+ - intraCaba_i^- = \sum_{\substack{j \in CABA \cup \{15\} \\ j \neq i}} z_{ij} - z_{ji} \quad \forall i \in CABA$$

$$BA_i^+ - BA_i^- = \sum_{j \in BA} z_{ij} - z_{ji} \quad \forall i \in T^*$$

$$intraBA_i^+ - intraBA_i^- = \sum_{\substack{j \in BA \cup \{15\} \\ j \neq i}} z_{ij} - z_{ji} \quad \forall i \in BA$$

$$SF_i^+ - SF_i^- = \sum_{j \in SF} z_{ij} - z_{ji} \quad \forall i \in T^*$$

$$intraSF_i^+ - intraSF_i^- = \sum_{\substack{j \in SF \cup \{15\} \\ j \neq i}} z_{ij} - z_{ji} \quad \forall i \in SF$$

$$CC_i^+ - CC_i^- = \sum_{j \in CC} z_{ij} - z_{ji} \quad \forall i \in T^*$$

$$intraCC_i^+ - intraCC_i^- = \sum_{\substack{j \in CC \cup \{15\} \\ j \neq i}} z_{ij} - z_{ji} \quad \forall i \in CC$$

$$E_i^+ - E_i^- = \sum_{j \in E} z_{ij} - z_{ji} \quad \forall i \in T^*$$

$$intraE_i^+ - intraE_i^- = \sum_{\substack{j \in E \cup \{15\} \\ j \neq i}} z_{ij} - z_{ji} \quad \forall i \in E$$

Como podemos observar, el lado derecho de estas restricciones representa un valor que puede ser negativo, positivo o cero (es la diferencia entre los partidos de local y los de visitante que juega el equipo i contra el conjunto formado

por los equipos j correspondientes). La necesidad de incorporar variables con supraíndices “+” y “-” surge de la necesidad de representar el módulo de estos valores en la función objetivo:

$$\begin{aligned}
\text{mín} & \sum_{i \in T^* \setminus CABA} \left| \sum_{j \in CABA} z_{ij} - z_{ji} \right| + \sum_{i \in T^* \setminus BA} \left| \sum_{j \in BA} z_{ij} - z_{ji} \right| \\
& + \sum_{i \in T^* \setminus SF} \left| \sum_{j \in SF} z_{ij} - z_{ji} \right| + \sum_{i \in T^* \setminus CC} \left| \sum_{j \in CC} z_{ij} - z_{ji} \right| \\
& + \sum_{i \in T^* \setminus E} \left| \sum_{j \in E} z_{ij} - z_{ji} \right| + \sum_{i \in CABA} \left| \sum_{\substack{j \in CABA \cup \{15\} \\ j \neq i}} z_{ij} - z_{ji} \right| \\
& + \sum_{i \in BA} \left| \sum_{\substack{j \in BA \cup \{15\} \\ j \neq i}} z_{ij} - z_{ji} \right| + \sum_{i \in SF} \left| \sum_{\substack{j \in SF \cup \{15\} \\ j \neq i}} z_{ij} - z_{ji} \right| \\
& + \sum_{i \in CC} \left| \sum_{\substack{j \in CC \cup \{15\} \\ j \neq i}} z_{ij} - z_{ji} \right| + \sum_{i \in E} \left| \sum_{\substack{j \in E \cup \{15\} \\ j \neq i}} z_{ij} - z_{ji} \right|.
\end{aligned}$$

De acuerdo con las definiciones anteriores, podemos reescribir la función objetivo del siguiente modo:

$$\begin{aligned}
\text{mín} & \sum_{i \in T^* \setminus CABA} |Caba_i^+ - Caba_i^-| + \sum_{i \in T^* \setminus BA} |BA_i^+ - BA_i^-| \\
& + \sum_{i \in T^* \setminus SF} |SF_i^+ - SF_i^-| + \sum_{i \in T^* \setminus CC} |CC_i^+ - CC_i^-| \\
& + \sum_{i \in T^* \setminus E} |E_i^+ - E_i^-| + \sum_{i \in CABA} |intraCABA_i^+ - intraCABA_i^-| \\
& + \sum_{i \in BA} |intraBA_i^+ - intraBA_i^-| + \sum_{i \in SF} |intraSF_i^+ - intraSF_i^-| \\
& + \sum_{i \in CC} |intraCC_i^+ - intraCC_i^-| + \sum_{i \in E} |intraE_i^+ - intraE_i^-|.
\end{aligned}$$

Estas funciones no son lineales debido a que utilizan el valor absoluto. Para poder linealizarlas, utilizaremos que

$$\text{mín} \left\{ \sum_{i=1}^n |x_i| : Ax \leq b, x \in \mathbb{R}^n \right\}$$

es equivalente a

$$\text{mín} \left\{ \sum_{i=1}^n x_i^+ + x_i^- : A(x^+ - x^-) \leq b, x_i^+, x_i^- \geq 0 \text{ para } i = 1, \dots, n \right\}.$$

Luego, podemos reescribir la función objetivo como:

$$\begin{aligned}
\text{mín} \quad & \sum_{i \in T^* \setminus \text{CABA}} Caba_i^+ + Caba_i^- + \sum_{i \in T^* \setminus \text{BA}} BA_i^+ + BA_i^- \\
& + \sum_{i \in T^* \setminus \text{SF}} SF_i^+ + SF_i^- + \sum_{i \in T^* \setminus \text{CC}} CC_i^+ + CC_i^- \\
& + \sum_{i \in T^* \setminus \text{E}} E_i^+ + E_i^- + \sum_{i \in \text{CABA}} \text{intraCABA}_i^+ + \text{intraCABA}_i^- \\
& + \sum_{i \in \text{BA}} \text{intraBA}_i^+ + \text{intraBA}_i^- + \sum_{i \in \text{SF}} \text{intraSF}_i^+ + \text{intraSF}_i^- \\
& + \sum_{i \in \text{CC}} \text{intraCC}_i^+ + \text{intraCC}_i^- + \sum_{i \in \text{E}} \text{intraE}_i^+ + \text{intraE}_i^-.
\end{aligned}$$

5.2. Minimización de diferencias de viaje

Además de las variables previamente definidas (sin contar las que surgieron para el modelo de los clusters), debemos incorporar una variable d_i por cada equipo i , que represente la diferencia entre lo recorrido (sólo viaje de ida) por las divisiones mayores y por las menores:

$$d_i = \sum_{j \in T^*} D_{2i-1,2j-1}(2z_{ji} - 1) + D_{2i-1,2i}(2z_{15,i} - 1)$$

En la definición de d_i contemplamos sólo el kilometraje de ida porque considerar la vuelta sería multiplicar por una constante nuestra función objetivo, lo cual no afecta la solución óptima. Si el equipo i juega de visitante contra el equipo j , entonces sumaremos la distancia entre ellos (pues $z_{ji} = 1$, lo que hace que $2z_{ji} - 1$ también tome el valor 1 y entonces se suma el valor de la matriz $D_{2i-1,2j-1}$, que al pertenecer i y j a la Zona A y al conjunto $\{1, \dots, 14\}$ corresponde a la distancia entre los estadios de estos dos equipos). Por el contrario, si i juega de local contra j , entonces $2z_{ji} - 1 = -1$ y esto hará que la distancia antes mencionada se reste. Esto es equivalente a sumar los viajes realizados por una división y a restar los realizados por la contraria, ya que como habíamos dicho, juegan con las localías invertidas. Para el caso del partido especial de la fecha 7, si i lo juega de visitante entonces $2z_{15,i} - 1 = 1$ y se sumará la distancia entre el equipo i y su rival clásico ($D_{2i-1,2i}$), mientras que se restará en caso de que aquel partido i lo juegue de local. Luego, d_i es efectivamente la resta entre los kilómetros realizados por ambas divisiones (ida) para un equipo $i \in T^*$. Es preciso observar que d_i no es necesariamente positiva.

Se agregan también las variables d_i^+ y d_i^- para cada equipo i , que se definen como sigue.

$$d_i^+ - d_i^- = \sum_{j \in T^*} D_{2i-1, 2j-1} \cdot (2z_{ji} - 1) + D_{2i-1, 2i} \cdot (2z_{15i} - 1) \quad \forall i \in T^*$$

$$d_i^+, d_i^- \geq 0 \quad \forall i \in T^*$$

Con estas definiciones, podemos plantear las dos funciones objetivo con las que trabajamos. Para el primer modelo (suma de diferencias), tenemos la función objetivo

$$\text{mín} \sum_{i \in T^*} |d_i|,$$

mientras que para el segundo modelo (minimizar la máxima diferencia), tenemos la función objetivo

$$\text{mín} \text{máx}_{i \in T^*} |d_i|.$$

Notemos que estas funciones no son lineales debido a la presencia del valor absoluto en ambas y del máximo en el caso de la segunda. En consecuencia, debemos reformularlas para poder cumplir con los requisitos necesarios de este tipo de modelado. Para linealizar la primera función objetivo, sólo debemos reescribir el módulo como ya detallamos en el modelo anterior. Para linealizar la segunda función objetivo, utilizaremos el hecho de que el modelo

$$\text{mín} \left\{ \text{máx} \{ |x_1|, \dots, |x_n| : Ax \geq b, x \in \mathbb{R}^n \} \right\}$$

es equivalente al modelo

$$\text{mín} \left\{ M : Ax \leq b, x_i \leq M, -M \leq x_i \text{ para } i = 1, \dots, n \right\},$$

que a su vez es equivalente a

$$\text{mín} \left\{ M : A(x^+ - x^-) \leq b, x_i^+ + x_i^- \leq M, x_i^+, x_i^- \geq 0 \text{ para } i = 1, \dots, n \right\}.$$

De esta forma, se pueden plantear ambas funciones objetivo de manera lineal para los modelos que tienen en cuenta las distancias precisas de viaje.

6. Resultados

Todos los modelos se resolvieron con Cplex 12.4, en un computador con procesador Intel CORE i7 y 8 GB de memoria RAM. Las instancias de los modelos de clusters fueron resueltas en todos los casos a optimalidad, siempre con función objetivo igual a 0 (es decir, consiguiendo equiparar exactamente los partidos de local y visita de cada equipo frente a sus rivales de cada cluster), en tiempos de corridas que van de 30 minutos a 10 horas. Mientras que las instancias de los modelos de matriz de distancias (Suma y Máximo) fueron corridas hasta 24 hs en cada caso, guardando la mejor solución obtenida hasta ese momento. En la mayor parte de los casos estos modelos no fueron resueltos a optimalidad, aunque se obtuvieron soluciones altamente satisfactorias a ojos de nuestra contraparte.

Las Tablas 3 y 4 muestran los resultados para el torneo Transición 2018 (que tuvo 28 equipos), mientras que las Tablas 5 y 6 muestran los resultados para el torneo Apertura 2018-2019 (que tuvo 26 equipos). Para cada uno de los tres modelos propuestos y para cada zona de los torneos, reportamos la distancia (ida y vuelta en kilómetros) que deben recorrer tanto las divisiones mayores como las menores de cada club. Especificamos además la suma de diferencias en los viajes entre divisiones y la máxima de ellas (siendo estas últimas dos las funciones objetivo consideradas).

Tabla 3: Resultados para el Torneo Transición 2018, Zona A.

Equipos	Clusters			Matriz (suma)			Matriz (máximo)		
	Men.	May.	Dif.	Men.	May.	Dif.	Men.	May.	Dif.
River	5.014,2	3.242,6	54,64 %	4.125,8	4.131,0	0,13 %	4.080,4	4.176,4	2,35 %
San Lorenzo	3.063,6	5.179,4	69,06 %	4.094,2	4.148,8	1,33 %	4.244,6	3.998,4	6,16 %
Vélez	3.225,6	5.179,4	55,08 %	4.072,2	4.155,8	2,05 %	4.592,2	3.635,8	26,31 %
Tigre	5.155,8	3.255,8	58,36 %	4.225,0	4.186,6	0,92 %	4.233,6	4.178,0	1,33 %
Independiente	5.073,8	3.208,4	58,14 %	4.147,8	4.134,4	0,32 %	4.234,0	4.048,2	4,59 %
Banfield	3.272,8	5.100,4	55,84 %	4.186,2	4.187,0	0,02 %	4.298,8	4.074,4	5,51 %
Defensa y Justicia	3.303,4	5.360,2	62,26 %	4.345,6	4.318,0	0,64 %	4.132,8	4.530,8	9,63 %
Estudiantes	5.652,8	3.759,8	50,35 %	4.704,8	4.707,8	0,06 %	4.729,4	4.683,2	0,99 %
Rosario Central	5.450,0	5.336,4	2,13 %	5.076,4	5.710,0	12,48 %	5.320,4	5.466,0	2,74 %
Colón	6.129,2	7.11,08	16,13 %	6.597,2	6.650,0	0,80 %	6.436,0	6.811,0	5,83 %
Talleres	9.202,0	7.596,2	21,14 %	8.308,2	8.490,0	2,19 %	8.406,2	8.392,0	0,17 %
San Martín SJ	13.400,0	14.704,0	9,73 %	13.330,0	14.774,0	10,83 %	13.944,0	14.160,0	1,55 %
Atlético Tucumán	15.722,0	14.918,0	5,39 %	15.268,0	15.372,0	0,68 %	14.896,0	15.744,0	5,69 %
Temperley	4.899,8	4.776,4	2,58 %	4.826,6	4.849,6	0,48 %	5.034,0	4.642,2	8,44 %
Suma de difs.	20.146,6 km.			2.665,8 km.			4.199,4 km.		
Max. dif. absoluta	2.115,8 km. (San Lorenzo)			1.444 km. (S. M. San Juan)			956,4 km. (Vélez)		

Tabla 4: Resultados para el Torneo Transición 2018, Zona B.

Equipos	Clusters			Matriz (suma)			Matriz (máximo)		
	Men.	May.	Dif.	Men.	May.	Dif.	Men.	May.	Dif.
Boca	4.277,4	3.496,0	23,30 %	3.900,6	3.845,8	1,42 %	4.009,8	3.736,6	7,31 %
Huracán	3.949,2	3.717,6	6,23 %	3.604,4	4.062,4	12,71 %	3.351,0	4.315,8	28,79 %
Argentinos Jrs.	3.715,4	3.893,2	4,79 %	3.922,4	3.686,2	6,41 %	3.371,0	4.237,6	25,71 %
Chacarita	3.506,8	4.271,4	21,80 %	3.883,4	3.894,8	0,29 %	4.312,4	3.465,8	24,43 %
Racing	3.908,8	3.811,2	2,56 %	3.724,0	3.996,0	7,30 %	3.832,8	3.887,2	1,42 %
Lanús	4.201,4	3.538,6	18,73 %	3.857,8	3.882,2	0,63 %	3.929,9	3.811,0	3,10 %
Arsenal	3.627,0	4.250,8	17,20 %	4.304,8	3.573,0	20,48 %	3.803,8	4.074,0	7,10 %
Gimnasia y Esgrima	4.248,6	4.487,2	5,62 %	4.326,8	4.409,0	1,90 %	4.186,8	4.549,0	8,65 %
Newell's	4.732,4	5.182,0	9,50 %	5.172,0	4.742,4	9,06 %	5.118,0	4.796,4	6,71 %
Unión	6.686,0	5.780,2	15,67 %	6.680,0	5.786,2	15,45 %	6.389,2	6.077,0	5,14 %
Belgrano	8.392,2	8.584,0	2,29 %	8.626,0	8.350,2	3,30 %	8.646,0	8.330,2	3,79 %
Godoy Cruz	14.008,0	13.140,0	6,61 %	13.602,0	13.546,0	0,41 %	13.984,0	13.164,0	6,23 %
Patronato	6.213,0	8.022,0	29,12 %	7.445,0	6.790,0	9,65 %	7.459,0	6.776,0	10,08 %
Olimpo	10.866,0	10.192,0	6,61 %	10.540,0	10.518,0	0,21 %	9.922,0	11.136,0	12,42 %
Suma de difs.	8.503,4 km.			4.203,0 km.			7.422,6 km.		
Max. dif. absoluta	1.809,0 km. (Patronato)			893,8 km. (Unión)			1.214,0 km. (Olimpo)		

Tabla 5: Resultados para el Torneo Apertura 2018-2019, Zona A.

Equipos	Clusters			Matriz (suma)			Matriz (máximo)		
	Men.	May.	Dif.	Men.	May.	Dif.	Men.	May.	Dif.
Boca	4.602,8	4.230,4	8,80 %	4.747,2	4.086,0	16,18 %	4.634,8	4.198,4	10,39 %
Argentinos Jrs.	4.232,4	4.572,4	8,03 %	4.165,6	4.639,2	11,37 %	4.464,0	4.340,8	2,84 %
Huracán	4.212,0	4.606,8	9,37 %	4.372,8	4.446,0	1,67 %	4.410,4	4.408,4	0,05 %
Racing	4.715,6	4.104,2	14,90 %	4.965,6	3.854,2	28,84 %	4.134,6	4.685,2	13,32 %
Lanús	4.102,6	4.756,2	15,93 %	4.167,0	4.691,8	12,59 %	4.221,2	4.637,6	9,86 %
Defensa y Justicia	5.016,4	4.176,2	20,12 %	4.374,0	4.818,6	10,16 %	4.037,8	5.154,8	27,66 %
Gimnasia y Esgrima	4.867,8	4.787,0	1,69 %	5.074,6	4.580,2	10,79 %	5.021,6	4.633,2	8,38 %
Aldosivi	9.140,0	9.662,0	5,71 %	8.352,0	10.450,0	25,12 %	9.432,0	9.370,0	0,66 %
Rosario Central	4.860,0	5.948,4	22,40 %	5.212,0	5.596,4	7,38 %	5.842,4	4.966,0	17,65 %
Colón	7.018,0	6.029,2	16,40 %	6.580,0	6.467,2	1,74 %	6.379,2	6.668,0	4,53 %
Belgrano	8.414,2	7.912,0	6,35 %	8.716,0	7.610,2	14,53 %	7.724,0	8.602,2	11,37 %
Godoy Cruz	11.948,0	13.568,0	13,56 %	12.760,0	12.756,0	0,03 %	12.856,0	12.660,0	1,55 %
S. M. de Tucumán	15.392,0	12.003,2	28,23 %	13.290,0	14.105,2	6,13 %	13.648,0	13.747,2	0,73 %
Suma de difs.	11.403,4 km.			8.303,4 km.			5.434,6 km.		
Max. dif. absoluta	3.388,8 km. (S. M. de Tucumán)			2.098,0 km. (Aldosivi)			1.117,0 km. (Defensa y Justicia)		

Tabla 6: Resultados para el Torneo Apertura 2018-2019, Zona B.

Equipos	Clusters			Matriz (suma)			Matriz (máximo)		
	Men.	May.	Dif.	Men.	May.	Dif.	Men.	May.	Dif.
River	4.084,2	4.890,2	19,73 %	3.525,2	5.449,2	54,58 %	4.528,2	4.446,2	1,84 %
Vélez	4.923,2	4.042,0	21,80 %	4.546,8	4.418,4	2,91 %	4.428,6	4.536,6	2,44 %
San Lorenzo	4.885,8	4.148,8	17,76 %	5.533,6	3.501,0	58,06 %	4.407,2	4.627,4	5,00 %
Independiente	4.094,6	5.013,2	22,43 %	4.553,2	4.554,6	0,03 %	4.895,4	4.212,4	16,21 %
Banfield	4.279,6	4.969,6	16,12 %	4.600,0	4.649,2	1,07 %	4.670,6	4.578,6	2,01 %
Tigre	4.108,4	5.015,6	22,08 %	5.948,2	3.175,8	87,30 %	4.981,6	4.142,4	20,26 %
Estudiantes	5.471,6	4.738,4	15,47 %	5.061,2	5.148,8	1,73 %	5.169,0	5.041,0	2,54 %
Patronato	6.202,0	6.929,0	11,72 %	6.732,0	6.399,0	5,20 %	6.570,0	6.561,0	0,14 %
Newell's	4.992,4	4.690,0	6,45 %	4.586,4	5.096,0	11,11 %	4.988,0	4.694,4	6,25 %
Unión	5.112,2	6.162,0	20,54 %	5.236,2	6.038,0	15,31 %	5.759,0	5.515,2	4,42 %
Talleres	7.564,0	7.092,2	6,65 %	7.612,2	7.044,0	8,07 %	7.064,2	7.592,0	7,47 %
San Martín SJ	11.948,0	13.460,0	12,65 %	12.580,0	12.828,0	1,97 %	12.608,0	12.800,0	1,52 %
Atlético Tucumán	13.423,2	12.104,0	10,90 %	12.319,2	13.208,0	7,21 %	12.735,2	12.792,0	0,45 %
Suma de difs.	11.055,4 km			10.345,0 km.			3.475,4 km.		
Max. dif. absoluta	1.512,0 km. (S.M. de San Juan)			2.772,4 km. (Tigre)			839,2 (Tigre)		

A continuación mostramos las diferencias entre los viajes de las divisiones mayores y las divisiones menores en el Torneo de Fútbol Juvenil de la Superliga

de 2017, el campeonato previo a los aquí estudiados, que fue programado por la SAF de manera manual.

Es preciso observar que la modalidad de juego era distinta: se enfrentaron todos los equipos contra todos en un single round robin, pero ya no divididos en dos zonas. Los clubes participantes eran 30. Las divisiones mayores jugaban con el fixture invertido de las menores (en términos de localía). Es decir, más allá de la estructura del torneo, sigue siendo un tópico interesante la reducción de las distancias de viaje realizadas por las divisiones mayores y las menores para todos los equipos.

El fixture utilizado en ese entonces fue el canónico, empleado en muchos torneos de fútbol en el mundo, que consiste en una plantilla de enfrentamientos entre distintos números en cada fecha, por lo que la SAF simplemente sorteaba qué equipo se asignaría a cada número. No se tenían en cuenta consideraciones de balance de distancias al momento de realizar este sorteo, ni ninguna de las restricciones adicionales incorporadas por la SAF a partir de la adopción de nuestros modelos. La Tabla 7 muestra la diferencia (en porcentaje) entre las distancias viajadas por las divisiones mayores y menores de cada equipo.

Tabla 7: Diferencia en porcentaje entre las distancias viajadas por las divisiones mayores y menores de cada equipo.

River	126,07 %	Belgrano	44,26 %
Boca	119,19 %	Estudiantes	167,43 %
Vélez	135,81 %	Gimnasia y Esgrima	128,55 %
San Martín SJ	10,95 %	Independiente	113,81 %
Godoy Cruz	1,92 %	Racing	158,34 %
Banfield	81,97 %	San Lorenzo	201,16 %
Lanús	27,25 %	Huracán	45,66 %
Tigre	157,81 %	Colón	44,49 %
Defensa y Justicia	175,39 %	Unión	30,92 %
Arsenal	34,22 %	Rosario Central	2,47 %
Atlético Tucumán	39,81 %	Newell's	5,98 %
Patronato	28,83 %	Aldosivi	1,90 %
Temperley	4,36 %	Atlético Rafaela	36,66 %
Olimpo	26,55 %	Quilmes	147,61 %
Talleres	29,97 %	Sarmiento	15,67 %

Como podemos observar, había grandes diferencias entre los viajes de las divisiones mayores y menores de los distintos clubes, teniendo diferencias que van desde 1,90 % (Aldosivi) hasta 201,16 % (San Lorenzo). En síntesis, había equipos para los cuales el kilometraje realizado por sus divisiones mayores y menores era prácticamente el mismo, y equipos donde la distancia recorrida

por unas de ellas triplicaba a la recorrida por las otras. En los fixtures generados por las técnicas presentadas en este trabajo, se obtienen para la gran mayoría de los equipos diferencias sensiblemente menores.

Como ya hemos comentado, como consecuencia de la implementación de nuestros modelos que buscan equiparar los viajes de las distintas divisiones de cada club, se consigue también un equilibrio de viajes entre los equipos de una misma región geográfica dentro de cada una de las divisiones. Es decir, aquellos clubes que están cerca entre ellos tienden a recorrer una cantidad de kilómetros similar a lo largo de todo el torneo, lo que constituye un logro en términos de la equidad deportiva de cada campeonato. La explicación es la siguiente: dados dos equipos con estadios geográficamente muy cercanos, la suma total de los kilómetros recorridos si ambos enfrentaran a todos sus rivales de visitante sería muy pareja. Como los modelos aquí implementados tienden a llevar lo que cada equipo viaja en sus divisiones mayores y menores a cifras cercanas al 50% de dicho total, entonces ambos equipos viajarán un kilometraje parejo dentro de la misma división.

Para medir esto, analicemos la media y el desvío estándar de los viajes realizados por las mayores y las menores de los equipos por región, en el último torneo programado de manera manual y en los torneos programados por nuestros modelos.

Tabla 8: Comparación de viajes (km.) entre torneos: región CABA y GBA

Torneo	Mayores		Menores	
	Promedio	Desvío	Promedio	Desvío
Torneo 2017: Manual	9.903,3	3.578,5	9.022,7	3.557,4
Transición 2018: Clusters	4.152,1	697,4	4.107,9	590,4
Transición 2018: Suma	4.127,6	316,2	4.132,5	308,7
Transición 2018: Máximo	4.120,3	341,7	4.139,8	414,7
Apertura 2018-2019: Clusters	4.575,0	349,7	4.542,6	427,4
Apertura 2018-2019: Suma	4.429,5	585,0	4.688,2	586,3
Apertura 2018-2019: Máximo	4.545,9	283,5	4.571,8	330,8

En el torneo 2017, programado de manera manual, agrupando a los equipos participantes de la Ciudad de Buenos Aires y del Gran Buenos Aires, la media de kilómetros recorridos entre ida y vuelta por las divisiones mayores fue más del doble que en cualquiera de los otros torneos del 2018 independientemente del modelo utilizado (esto es esperable porque se jugó el doble de partidos). El desvío, a su vez, resulta ser más de cinco veces mayor, lo que nos indica que el kilometraje recorrido por los equipos de una misma región geográfica

Tabla 9: Comparación de viajes entre torneos: región Santa Fe

Torneo	Mayores		Menores	
	Promedio	Desvío	Promedio	Desvío
Torneo 2017: Manual	14.744,1	2.796,9	13.255,1	1.788,2
Transición 2018: Clusters	6.100,1	1.078,8	6.029,7	736,4
Transición 2018: Suma	5.935,7	739,9	6.194,1	922,7
Transición 2018: Máximo	5.985,3	774,5	6.144,5	849,2
Apertura 2018-2019: Clusters	5.707,4	592,3	5.495,7	883,4
Apertura 2018-2019: Suma	5.799,4	509,6	5.403,7	727,4
Apertura 2018-2019: Máximo	5.460,9	757,0	5.742,2	496,2

Tabla 10: Comparación de viajes entre torneos: región Córdoba/Cuyo

Torneo	Mayores		Menores	
	Promedio	Desvío	Promedio	Desvío
Torneo 2017: Manual	27.705,1	5.450,2	23.863,1	7.048,2
Transición 2018: Clusters	11.081,6	3.004,4	11.175,0	2.476,5
Transición 2018: Suma	11.290,1	2.903,0	10.966,6	2.503,8
Transición 2018: Máximo	11.011,6	2.673,8	11.245,1	2.720,3
Apertura 2018-2019: Clusters	10.508,1	3.020,1	9.968,6	2.002,1
Apertura 2018-2019: Suma	10.059,6	2.739,9	10.417,1	2.287,4
Apertura 2018-2019: Máximo	10.413,6	2.344,3	10.063,1	2.680,6

logró equipararse bastante a partir de la implementación de nuestros modelos. Para las divisiones menores, el promedio de viaje en 2017 es de alrededor del doble de cualquiera de los modelos de 2018 que construimos, mientras que el desvío es más de seis veces mayor.

Otro grupo geográfico que podemos distinguir en 2017 es el conformado por los equipos de Santa Fe (provincia ubicada al noroeste de la ciudad de Buenos Aires), para los cuales la media de distancia recorrida para las mayores en 2017 fue más del doble que en cualquier modelo y cualquier torneo de 2018. El desvío, mientras tanto, se ve triplicado en ese año. En lo que respecta a las divisiones menores, el promedio de kilómetros realizados en 2017 vuelve a doblar a los otros seis promedios analizados, mientras que el desvío es más que el doble en casi todos los casos. Como antes, esto nos habla del poco equilibrio entre viajes que había entre equipos de esta región cuando el fixture era realizado de modo manual y cómo se balanceó a partir de 2018.

Finalmente, considerando a los equipos de la región de Cuyo (San Juan

y Mendoza) y Córdoba, zonas en el centro-oeste del país, las diferencias son bien marcadas. En 2017, el kilometraje recorrido fue más que el doble que en cualquiera de los torneos y modelos del 2018. En lo que al desvío respecta, el del 2017 para las menores ronda el triple comparado con todos los modelos, mientras que para las mayores lo duplica en la mayoría de los casos.

Más allá de las diferencias en balances de viajes, existen otras mejoras derivadas de las técnicas aplicadas en este trabajo, como consecuencia de la incorporación de restricciones adicionales. Por ejemplo, en 2017 Defensa y Justicia jugó como local en la primera y en la segunda fecha, algo que fue restringido en los modelos presentados en este trabajo.

Otra de las condiciones incorporadas fue que no hubiera partidos entre equipos grandes ni en las dos primeras ni en las dos últimas fechas. Esto pudo ser cumplido por todos nuestros calendarios, mientras que en 2017 Racing y River se enfrentaron en la segunda fecha y Boca e Independiente en la penúltima.

Los modelos aquí presentados incluyen restricciones para tener viajes cortos en caso de tener breaks de visitante, situación que no podía ser considerada en el procedimiento manual. Por ejemplo, en 2017 las divisiones mayores de Colón (Santa Fe) jugaron de visitante en la tercera fecha contra Aldosivi (Mar del Plata, Bs. As.) y en la cuarta contra Boca (CABA), teniendo que realizar un total de 2730 km. en dos fines de semana consecutivos. A las divisiones menores de Patronato (Entre Ríos) les tocó jugar de visita contra San Martín de San Juan (San Juan) en la quinta fecha y contra Aldosivi en la sexta, contabilizando 3768 km. de viaje.

7. Conclusiones y trabajo futuro

En este trabajo se presentaron las técnicas empleadas para programar los campeonatos juveniles de los equipos de primera división de la Superliga Argentina de Fútbol durante 2018 y 2019, con el principal objetivo de balancear las distancias de viaje recorridas por las divisiones mayores y menores de cada uno de los clubes, además de conseguir un balance en viajes entre equipos de una misma zona geográfica dentro de cada campeonato y cumplir con una serie de restricciones adicionales impuestas por la SAF.

Si bien el esquema particular de estos torneos es poco convencional, las ideas que empleamos en este trabajo podrían ser extrapoladas a un torneo doble round robin (como se suele jugar la mayoría de los torneos de fútbol en el mundo) en el cual se deseen balancear los viajes de cada equipo en las

dos etapas del torneo. Esta situación es de interés dado que en esta clase de campeonatos todos los clubes se enfrentan dos veces entre ellos pero con las localías invertidas, permitiéndonos relacionar este esquema tradicional con las dos divisiones de los torneos aquí estudiados.

Con relación a posibles trabajos futuros, podríamos combinar ambas alternativas de resolución y construir modelos en los cuales minimicemos la suma de las diferencias de las cantidades de viajes a cada cluster de todos los equipos, teniendo en cuenta que la suma sobre todos los equipos de diferencias de distancias esté acotada, o que esté acotada la máxima de ellas; o incluso que ambas estén acotadas. De esta manera, contemplaríamos la reducción en diferencia de viajes desde las restricciones, tal como en el modelo de los clusters, pero usando explícitamente la matriz de distancias, lo que nuevamente liberaría la función objetivo. Fijar valores para acotar las diferencias puede ser un trabajo arduo, pero podríamos basarnos en los resultados ya obtenidos para encontrar algunos que se acomoden a lo esperado.

También parece una buena idea, a priori, dejar de armar los clusters en ambas zonas teniendo en cuenta los rivales clásicos de los partidos interzonales, permitiendo incluso que en la Zona A y en la Zona B los clusters no sean análogos, o que tengan diferentes cantidades de equipos. Esto obligaría a un cierto retoque en la modelación pero podría aportar muy buenos resultados.

Otra idea podría ser combinar modelos al diseñar las distintas zonas. Por ejemplo, utilizar el modelo de los clusters para diseñar la Zona A de algún torneo, pero utilizar alguno de los dos modelos que surgen a partir de la matriz de distancias para buscar un fixture para la Zona B. Más aún, podrían estudiarse muchas de las combinaciones posibles y elegir aquel fixture que resulte mejor, permitiendo incluso correr la Zona B y a posteriori la Zona A.

Los resultados de nuestros modelos fueron presentados a la Superliga Argentina de Fútbol para constituir los fixtures oficiales para el Torneo Transición de Juveniles 2018 (Marzo-Junio) y para el Torneo de Juveniles 2018-2019 (Agosto 2018-Junio 2019). Esta institución fue la que decidió cuál de ellos sería el utilizado finalmente en cada caso. Al momento de la escritura de este artículo hemos entregado una serie de propuestas para la Temporada 2019-2020, que se disputará con 24 equipos.

La satisfacción de la SAF con los resultados de este proyecto hizo ampliar los alcances del mismo. Según Mariano Elizondo, presidente de la entidad, "gracias al éxito del proyecto con las ligas juveniles, el último año hemos extendido la colaboración con el grupo de la Universidad de Buenos Aires (UBA) también a la programación de nuestra Primera División y a la asignación de horarios a los partidos en cada fecha. Estamos muy satisfechos con la colaboración iniciada hace casi 2 años con la UBA, y esperamos que la misma

se mantenga en el tiempo e incluso podamos ampliarla a otras áreas de nuestra organización.”

Agradecimientos: Este trabajo forma parte de un convenio de cooperación entre el Instituto de Cálculo de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la UBA y la SAF, para asesorar a esta última institución en las programaciones de los diferentes campeonatos que organiza. Agradecemos la permanente colaboración para concretar este trabajo de las autoridades de la SAF, en particular de Enrique Sacco y Juan Pablo Paterniti, responsables de la programación de los campeonatos. El primer autor está parcialmente financiado por el Instituto Sistemas Complejos de Ingeniería, ISCI, Chile (CONICYT PIA/BASAL AFB180003), y los subsidios UBACyT 20020170100495BA (Argentina) y ANPCyT PICT 2015-2218 (Argentina).

Referencias

- [1] F. Alarcón, G. Durán, M. Guajardo, J. Miranda, H. Muñoz, L. Ramírez, M. Ramírez, D. Sauré, M. Siebert, S. Souyris, et al. Operations research transforms the scheduling of chilean soccer leagues and south american world cup qualifiers. *Interfaces*, 47(1):52–69, 2017.
- [2] F. Bonomo, A. Cardemil, G. Durán, J. Marengo, y D. Sabán. An application of the traveling tournament problem: The argentine volleyball league. *Interfaces*, 42(3):245–259, 2012.
- [3] W. Burrows y C. Tuffley. Maximising common fixtures in a round robin tournament with two divisions. *arXiv preprint arXiv:1502.06664*, 2015.
- [4] G. Cocchi, A. Galligari, F. P. Nicolino, V. Piccialli, F. Schoen, y M. Scianrone. Scheduling the italian national volleyball tournament. *Interfaces*, 48(3):271–284, 2018.
- [5] G. Durán, S. Durán, J. Marengo, F. Mascialino, y P. A. Rey. Scheduling argentina’s professional basketball leagues: A variation on the travelling tournament problem. *European Journal of Operational Research*, 275(3):1126–1138, 2019.
- [6] G. Durán, M. Guajardo, y D. Sauré. Scheduling the south american qualifiers to the 2018 fifa world cup by integer programming. *European Journal of Operational Research*, 262(3):1109–1115, 2017.

- [7] K. Easton, G. Nemhauser, y M. Trick. The traveling tournament problem: Description and benchmarks. In *Principles and Practice of Constraint Programming*, páginas 580–585. Springer, 2001.
- [8] M. J. Fry y J. W. Ohlmann. Introduction to the special issue on analytics in sports, part ii: Sports scheduling applications, 2012.
- [9] M. Grabau. Softball scheduling as easy as 1-2-3 (strikes you're out). *Interfaces*, 42(3):310–319, 2012.
- [10] S. Knust. Scheduling non-professional table-tennis leagues. *European Journal of Operational Research*, 200(2):358–367, 2010.
- [11] K. Nurmi, D. Goossens, y J. Kyngäs. Scheduling a triple round robin tournament with minitournaments for the finnish national youth ice hockey league. *Journal of the Operational Research Society*, 65(11):1770–1779, 2014.
- [12] J. Schönberger. The championship timetabling problem-construction and justification of test cases. In *Proceedings of MathSport International 2017 Conference*, página 330, 2017.
- [13] J. Schönberger, D. C. Mattfeld, y H. Kopfer. Memetic algorithm timetabling for non-commercial sport leagues. *European Journal of Operational Research*, 153(1):102–116, 2004.
- [14] T. A. Toffolo, J. Christiaens, F. C. Spieksma, y G. V. Berghe. The sport teams grouping problem. *Annals of Operations Research*, 275(1):223–243, 2019.
- [15] D. Van Bulck, D. Goossens, J. Schönberger, y M. Guajardo. Robinx: A three-field classification and unified data format for round-robin sports timetabling. *European Journal of Operational Research*, 2019.
- [16] D. Van Bulck, D. R. Goossens, y F. C. Spieksma. Scheduling a non-professional indoor football league: a tabu search based approach. *Annals of Operations Research*, 275(2):715–730, 2019.
- [17] M. Wright. Scheduling an amateur cricket league over a nine-year period. *Journal of the Operational Research Society*, 69(11):1854–1862, 2018.