
DISEÑO OPTIMIZADO DE LA RED ELÉCTRICA DE UN PARQUE EÓLICO

CLAUDIO RISSO *
EDUARDO CANALE *

Resumen

En este artículo se analiza el problema de diseño a costo mínimo de la red eléctrica de un parque eólico, a saber, la responsable de agregar la potencia de los aerogeneradores para luego entregarla a la red de alta tensión. El artículo presenta el problema de diseño, un modelo exacto simplificado, y explica cómo se usaron algoritmos heurísticos para resolverlo en instancias reales. Los resultados de este trabajo ayudaron a reducir los costos en un proyecto concreto en Uruguay, logrando ahorros en las inversiones de la red en cifras superiores al 30 %.

Palabras Clave: Optimización combinatoria, diseño de redes overlay, redes de distribución, energía eólica

1. Introducción

Este documento presenta algunos desafíos inherentes al despliegue de la red eléctrica de un parque eólico, en particular los que tienen que ver con el *layout de la red*, esto es: con el mapa de conexiones entre puntos y sus recorridos físicos. El trabajo está inspirado en una aplicación real, el *Parque Eólico Las Palomas*, construido por la empresa Teyma-Abengoa en la localidad Palomas, departamento de Salto, Uruguay. El documento describe el modelo de referencia para el despliegue de la red eléctrica de un parque eólico onshore, las instancias sobre las que se realizaron las optimizaciones, así como los métodos y algoritmos usados para resolverlas.

* Facultad de Ingeniería, Universidad de la República, Uruguay

Siguiendo los lineamientos del reporte [3] para el esquema de componentes del layout de un parque eólico, el diagrama en bloques es el de Figura 1. Los *aerogeneradores* (*wind turbines*, WT), entregan su potencia a través de una *red local* (*local wind turbine grid*, LWTG) hacia un *punto de agregación* (*Collecting Point*, CP o PT), que conecta a su vez con la red de alta tensión en un PCC (*point of common connection*) mediante un sistema de transmisión. La interface del parque eólico con la red (*wind farm grid interface*), es la responsable de adaptar: voltage, frecuencia y potencia reactiva para adecuarlas a las del PCC. Como veremos, este trabajo se centró en optimizar la LWTG.

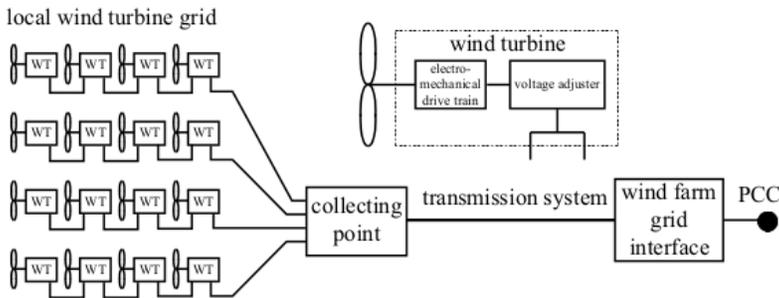


Figura 1: Layout general de un parque eólico

Como referencia (ver [3]), en un parque de una potencia instalada de unos 60MW, los costos de las WT constituyen el 59.9% del total, el sistema de transmisión un 21.6%, mientras que 11.1% corresponden a pérdidas eléctricas de distinto tipo, y 7.4% al despliegue del LWTG. El caso de estudio sobre el que este trabajo se basa (el Parque Eólico Las Palomas) tiene una potencia instalada es de 70MW (35 WT de 2MW). Se implementó mediante un “leasing operativo”, donde se licitó el desarrollo, la ingeniería y la construcción, así como su posterior operación y mantenimiento por un periodo de veinte años. Los datos con los que los oferentes contaban eran: las posiciones y potencia de las WT a instalar, la caminería interna a construir para conectar esos puntos, más un conjunto de restricciones técnico ambientales a cumplir.

A efectos de este artículo se destaca: se busca mantener bajo control la caída de tensión (no las pérdidas eléctricas en la red), los circuitos eléctricos deben ser desplegados subterráneamente, en zanjas que acompañen el trazado de la red caminería. Los oferentes debían proponer un diseño para la red eléctrica a construir, compatible con las restricciones. El adjudicatario resultó la empresa Teyma-Abengoa. Una vez adjudicado, el pliego preveía unos meses para que el contratista sugiriera mejoras al proyecto. La participación académica de los autores de este artículo se dio en ese período.

La restricción de acompañar la caminería, que tiene su raíz en las nor-

mas de cuidado ambiental nacionales, cambia sustancialmente la naturaleza del problema. Cuando se permite cualquier tendido para los circuitos que conectan los puntos, la red se diseña en una única capa. Se recomienda ver [2], donde se trata un problema así para un parque offshore. Acompañar la caminería implica coordinar el diseño entre dos redes, al transformar a la red eléctrica (LWTG, el objeto de estudio este trabajo) en una red sobre otra red (*overlay*) de caminos existente. Como resultado de estos cambios, los costos típicos para un proyecto de este tipo, sin considerar las pérdidas eléctricas ni los componentes de transmisión son: 65 % para las WTs, 20 % para la caminería y 15 % para la LWTG. No obstante, la red local era una de las pocas variables de decisión donde el contratista podía optimizar, y aunque bajo en términos relativos, el despliegue del LWTG cuesta varios millones de dólares, y su optimización presenta interés tanto académico como económico.

La Sección 2 presenta el detalle general del problema, y las características de una instancia basada en un problema real. En Sección 3 se presenta un modelo combinatorio del problema que, bajo ciertas premisas de las instancias, permite encontrar soluciones. La Sección 4 explica las características de las heurísticas usadas para encontrar soluciones en otras instancias de valor práctico, no ajustadas a las premisas anteriores. Finalmente, Sección 5 resume los principales resultados y conclusiones, así como líneas de trabajo futuro.

2. Modelo para el LWTG

El problema de referencia es el siguiente. Se busca un esquema para interconectar las 35 WTs (wind-turbines) del parque eólico en cuestión con el CP (collecting-point). Las posiciones de esos 36 puntos son conocidas y la topología de interconexión debe ser un árbol, donde CP corresponde a la raíz. Cada WT puede estar conectado hacia el CP, o hacia otro WT en su camino al mismo. Llamaremos “nivel lógico” al esquema de conexiones eléctricas (a.k.a. circuitos) entre WTs o hacia el CP. En todo árbol el camino de la potencia generada por los WTs hacia el CP es único. El tipo de cable a usar en cada arista del árbol está determinado por el número de WTs que entregan su potencia a través de la misma. Como característica, cada tipo de cable tiene un costo y caída de tensión por metro conocida para toda cantidad de wind-turbines.

Todos los cables van dentro de zanjas, que solamente pueden ser desplegadas sobre trazados existentes en un mapa conocido. Llamaremos “nivel físico” al esquema de caminos seguido por los circuitos eléctricos. A las posiciones físicas correspondientes al CP y a los WTs, se suman otros 20 “puntos de bifurcación” (cruces entre caminos de la red vial). Del despliegue físico elegido

para cada circuito surge un metraje a usar de cada tipo de cable. Los tramos físicos son de largo conocido y el tipo de zanja a usar en cada tramo surge del número de circuitos a desplegar en ella.

El costo total del LWTG es la suma de los costos de: los cables de los circuitos, las zanjas y de la cantidad de circuitos de entrada al CP. El costo de los cables es la suma de los productos entre los metros a usar de cada tipo de cable y el costo por metro de cada uno. El costo de las zanjas es proporcional al largo de cada tramo (conocido), y a un costo por metro que depende del número de circuitos a enterrar en cada tramo. El costo de la cantidad de circuitos de entrada al CP es proporcional a un valor conocido.

Como elemento adicional de diseño, existen umbrales a respetar para la caída de tensión asociada al layout elegido para el LWTG. La caída total desde cada WT en su camino al collecting-point no puede superar el 3%. Además, un WT puede ser extremo de a lo sumo tres circuitos. El objetivo de este trabajo es encontrar una configuración de conexiones para el parque, que minimice las inversiones en: cableados, zanjas y circuitos de entrada al collecting-point, necesarias para un layout factible, esto es, cumpliendo con todas las restricciones de diseño antes mencionadas.

2.1. Instancia Base

Elaboraremos a continuación en los detalles de la instancia *baseline* sobre la que se realizaron las primeras optimizaciones del proyecto.

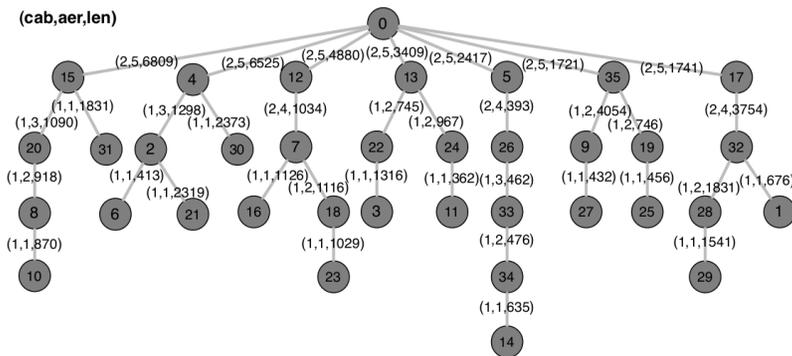


Figura 2: Solución *baseline* para la interconexión eléctrica. Las etiquetas en los circuitos detallan: tipo de cable, número de generadores y distancia física

La empresa (Teyma-Abengoa) había sido adjudicada con el diseño para el LWTG esquematizado en Figura 2. La empresa llegó a esta configuración manualmente, explorando una decena de diseños elegidos cualitativamente, apoyados en la intuición de los técnicos. En el esquema anterior, el nodo 0

figura también incluye las distancias físicas en metros de cada tramo.

A efectos de la optimización, la caminería constituye un dato del problema. No obstante, veremos posteriormente que algunas de las optimizaciones más importantes sí tuvieron asociados cambios, manualmente introducidos al mapa físico. Por separado, las figuras 2 y 3 resultan simples, pero el esquema luego de superponer una configuración sobre la otra (ver Figura 4) da una idea más cabal de la complejidad detrás de un simple cambio de configuración en la red.

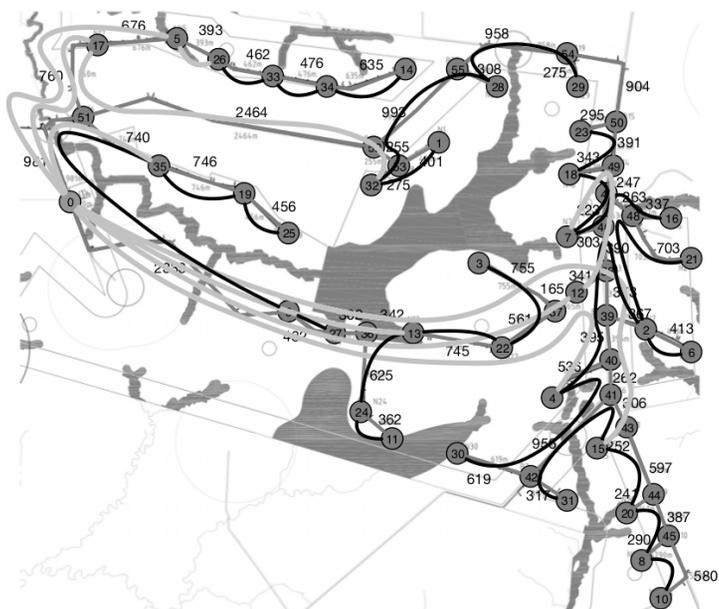


Figura 4: Resultado de superponer el nivel lógico sobre el físico. Los conductores de distinto tipo se diferencian con colores

Tabla 2: Tipo y costo de zanja en función del número de circuitos

| Tipo de zanja (nc) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|-----------------------|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Número de cables | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Costo x metro (c(nc)) | 731 | 1,304 | 1,922 | 2,540 | 3,158 | 3,776 | 4,394 | 5,012 | 5,630 | 6,249 |

En la Tabla 2 se presentan los datos de costo asociados a las zanjas. Hay un tipo de zanja para cada número de circuitos en un tramo físico dado. Instalar una zanja implica remover tierra para luego enterrar una estructura de canalizaciones dentro de la cual se despliegan los circuitos. El tamaño y costo de las canalizaciones resultó ser proporcional al número de circuitos que contiene, y como el costo de enterrar la zanja es proporcional a su tamaño, el total resulta aproximadamente lineal. Para terminar de definir la instancia del problema, el costo por circuito de entrada al CP, c_{cp} es 770,878.

A efectos comparativos incluimos en la Tabla 3, los datos de performance de la solución original del problema por cada segmento de costo. El problema general antes descrito es el de una red en *overlay*, por lo que aun siendo conocidas las conexiones eléctricas (lógicas) podría haber más de un camino físico para implementar cada una. A ese nivel de generalidad y para las dimensiones de la aplicación en cuestión, el problema se vuelve intratable en forma exacta. Como referencia a las dificultades del uso de métodos exactos para resolver problemas de redes en *overlay* sugerimos ver [5].

Tabla 3: Performance de la solución baseline por segmento de costo

| | | |
|-----------------------------------|-------------------|--------------|
| Costo Circuitos de Entrada | 5,396,146 | 5.6 % |
| Costo Total de Cables | 49,667,984 | 51.8 % |
| Costo Total de Zanjas | 40,884,112 | 42.6 % |
| Costo Total Construcción | 95,948,242 | 100 % |

En esta instancia particular, se puede verificar que aun cuando existe un camino físico complementario (uno solo), normalmente éste es de peor calidad que el de menor distancia. Conocer de antemano el camino potencial de cada arista simplifica sensiblemente la formulación exacta del problema, que pierde ahora su condición de red en *overlay* (se vuelve de una sola capa).

3. Modelo Combinatorio

Antes de pasar a la formulación combinatoria, explicamos cómo se ha simplificado el costo de las zanjas para incluirlo en el modelo. Para el costo de una zanja se usa el resultado de una regresión lineal sobre los datos de Tabla 2, que determina que el costo por metro para enterrar nc circuitos es aproximadamente $c(nc) = 85.8 + 615.6 \cdot nc$. Llamaremos ct al costo variable de la zanja (615.6). A priori, de usarse uniformemente todos los tipos de zanja en la construcción, el error relativo esperado sería de 0.6 %.

También despreciaremos los costos fijos de instalar una zanja (85.8), ya que a lo sumo es una sola la arista física no usada en el despliegue (si fueran dos o más la red física no sería conexa), y el largo medio de las aristas respecto al total, es aproximadamente 1.8 %.

3.1. Modelo combinatorio para una capa

El modelo combinatorio presentado en esta sección está basado en el supuesto que se conoce de antemano el camino físico de cada circuito a imple-

mentar, algo que ya hemos visto se ajusta a la instancia base.

En lo que respecta a la red, son dos los grafos a considerar. En primer lugar está el conjunto de circuitos potenciales a implementar $G_L = (V, E_L)$, para el cual buscamos un árbol $T \subset G_L$, que corresponde a la red eléctrica. Recordamos que $V = \{CP\} \cup WT$, y que el índice de CP es 0. En el otro nivel está el grafo físico $G_P = (V \cup JP, E_P)$, que agrega los *junction-points* o *puntos de bifurcación* como nodos. Dado un circuito entre los nodos i y j , se supone conocido su camino (su recorrido físico). Denominaremos d_{ij} a la distancia física entre $i, j \in V$, y $tr_{ij}^f \in \{0, 1\}$ al dato correspondiente a que la arista física $f \in E_P$ es usada por el circuito entre $i, j \in V$. Dado el grafo no dirigido $G_L = (V, E_L)$ construimos el grafo dirigido $G = (V, E)$, que surge de duplicar todas las aristas de E_L (usando ambas direcciones), excepto aquellas que tienen a CP por uno de sus extremos, en cuyo caso solamente se usan las aristas incidentes a CP .

$$\left\{ \begin{array}{ll} 3 \leq \sum_{j0 \in E} x_{j0} \leq 10, & (i) \\ \sum_{ij \in E} x_{ij} = 1 & i \in V \setminus \{0\}, \quad (ii) \\ \sum_{ij \in E} x_{ij} \leq 2 & j \in V \setminus \{0\}, \quad (iii) \\ x_{ij} \in \{0, 1\} & ij \in E. \end{array} \right. \quad (1)$$

Las ecuaciones de (1) contienen parte de las reglas para construcción de la red eléctrica. La variable booleana x_{ij} indica que el arco ij es usado en la construcción del LWTG, con el dato además del sentido en el que circula la potencia hacia CP. Las restricciones (i), fuerzan a que el número de circuitos de entrada al CP esté entre 3 y 10 (requerimiento del pliego). Las restricciones en (ii) imponen que toda wind-turbine entregue su potencia a otra WT o al CP, mientras que (iii) se traduce en que de ninguna WT pueden *colgar* más de dos WTs. Observar que como el CP solamente tiene aristas incidentes, cumplir (ii) en todos los WTs implica que $\sum_{ij \in E} x_{ij} = |V| - 1$, esto es, que el resultado tiene $|V| - 1$ aristas (35 en este ejemplo). Agregar restricciones que garanticen conectividad a la solución, asegurarían que la construcción es un árbol, ya que todo subgrafo de G conexo con $|V| - 1$ aristas, debe serlo. Tanto para garantizar la conectividad del grafo resultante, como para cuantificar la carga eléctrica en cada circuito, complementaremos las restricciones de (1) con las detalladas a continuación.

$$\left\{ \begin{array}{l} - \sum_{ij \in E} y_{ij} + \sum_{jk \in E} y_{jk} = 1 \quad j \in V \setminus \{0\} \quad (i) \\ (|V| - 1)x_{ij} - y_{ij} \geq 0 \quad ij \in E \quad (ii) \\ y_{ij} \geq 0 \quad ij \in E \quad (iii) \end{array} \right. \quad (2)$$

Las variables y_{ij} representan el “flujo de potencia” en el arco ij , esto es, la cantidad de wind-turbines que entregan su potencia por ese arco en la configuración que surge de aquellos x_{ij} que valen 1. Las ecuaciones (i) establecen que la diferencia entre el flujo saliente de j y el entrante al mismo es 1, siempre que $j \neq CP$, lo que transforma al último en el único sumidero posible. Debido a (iii), las variables y_{ij} no pueden tomar valores negativos, y las restricciones (ii) aseguran que de ser positivo el valor de y_{ij} , el x_{ij} asociado debe valer 1. El problema de fondo comparte muchas características con el DCMST (Degree Constrained Minimum Spanning Tree Problem), y el modelo exacto resultante de unir (1) y (2) es similar a otros modelos conocidos (ver [1, 4]). Pero hay una diferencia destacable entre ambas versiones. En la formulación aquí presentada, la conectividad necesaria para que el resultado sea un árbol, se ha introducido mediante un sub-problema de flujo, lo que reduce la cantidad de restricciones a un número no exponencial. Finalmente, el bloque de ecuaciones (3) presiona los valores de y_{ij} hacia el mínimo posible.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{mín } c_{cp} \sum_{j0 \in E} x_{j0} + \sum_{ij \in E} \sum_{k=1}^K d_{ij} c_k \cdot \eta_{ij}^k + ct \sum_{f \in E_F} \sum_{ij \in E} d_f tr_{ij}^f \cdot x_{ij} \\ y_{ij} \leq \sum_{k=1}^K m_k \cdot \eta_{ij}^k, \quad ij \in E \quad (i) \\ \sum_{k=1}^K \eta_{ij}^k = x_{ij}, \quad ij \in E \quad (ii) \\ \eta_{ij}^k \in \{0, 1\} \quad ij \in E, k = 1, \dots, K. \end{array} \right. \quad (3)$$

Los términos del objetivo a optimizar en (3) corresponden respectivamente a: el costo de los circuitos de entrada al collecting-point, el costo de los cables para la estructura de circuitos elegida, y el costo de las zanjas necesarias para enterrar esos circuitos (d_f es el largo de cada tramo físico). Las variables binarias η_{ij}^k indican que se ha usado el cable de tipo k para la implementación del circuito ij . Podemos verificar que las restricciones (ii) en (3) garantizan que en caso de implementar un circuito, éste haga uso de un sólo tipo de cable, mientras que (i) asegura que la capacidad del cable en cuestión es suficiente para soportar el flujo eléctrico en ij , esto es, que el calibre del tipo de cable para implementar

el circuito sea el mínimo correcto. La caída de tensión complica sensiblemente el modelo, y se relajó para hallar soluciones, validando a posteriori que la solución la cumplía.

3.2. Soluciones exactas al modelo combinatorio

La Figura 5 esquematiza la solución exacta para la instancia baseline presentada en la Sección 2.1. La misma fue encontrada usando CPLEX-12.6.3, en un servidor HP ProLiant DL380 G7 con 32GB de RAM, y 16 cores distribuidos en 4 procesadores Intel(R) Xeon(R) E5640@2.67GHz.

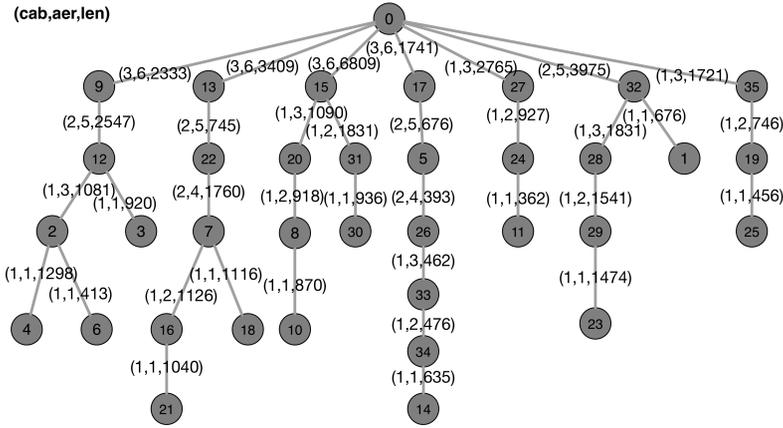


Figura 5: Layout óptimo hallado para la instancia baseline

Complementariamente detallamos en Tabla 4 los resultados de costos asociados, segmentados con el mismo criterio que en Tabla 3.

Tabla 4: Performance de la solución óptima para la instancia base

| | | |
|-----------------------------------|-------------------|-------------|
| Costo Circuitos de Entrada | 5,396,146 | 6.5% |
| Costo Total de Cables | 43,612,776 | 52.2% |
| Costo Total de Zanjias | 34,499,935 | 41.3% |
| Costo Total Construcción | 83,508,857 | 100% |

Del comparativo entre ambas tablas se destaca que el *spread* entre la óptima y la manualmente construida es de 14.9%. Además el peso relativo de cada segmento respecto al total es bastante regular. Más sutil, aunque igualmente importante son los siguientes diferencias: el layout representado en Figura 2 es eléctricamente balanceado (todos los circuitos al CP tienen 5 WTs asociados), y la solución solamente usa dos tipos de cables, lo que contribuye a la eficiencia dado que los cables se importan en bobinas de muchos metros, y la diversificación de tipos promueve el desperdicio (restos) de conductores. De hecho,

la solución original era de excelente calidad, y recién fue derrotada luego de experimentar con diversas combinaciones de heurísticas.

En cualquier caso y como veremos a continuación, las mejoras más significativas a la solución surgieron de explorar instancias con distintos tipos de conductores, combinadas con cambios menores en la red física, que enriquecían su topología y forzaban por tanto a abandonar el modelado exacto, por la ahora ineludible naturaleza *overlay* del problema.

4. Uso de Heurísticas

En esta sección se describen dos heurísticas complementarias, que permitieron resolver el problema en instancias con cambios al mapa físico que desnaturalizaban las premisas del modelo combinatorio anterior.

4.1. Heurística greedy

Esta heurística se inspira en el *Algoritmo de Prim*, aunque integra la naturaleza multicapa del problema, sus múltiples restricciones (filtra configuraciones no factibles) y la compleja estructura de costos de la solución. Las instancias quedan definidas por los mismos datos que en el modelo anterior, pero en este caso el algoritmo construye el árbol conjuntamente con los caminos físicos para los circuitos.

A partir del grafo $G_L = (V, E_L)$, se separan los nodos en dos conjuntos: $A_1 = \{CP\}$ y $A_1^c = V \setminus A_1$, correspondiendo el último al conjunto de generadores para la configuración inicial. En cada paso n se busca la arista uv (circuito) de $(A_n, A_n^c) \cap E_L$ cuya anexión minimize el incremento del costo de la solución. Supongamos que $u \in A_n$ y $v \in A_n^c$, en cuyo caso los conjuntos se actualizan según $A_{n+1} = A_n \cup \{v\}$ y $A_{n+1}^c = A_n^c \setminus \{v\}$.

Se observa que al igual que en Prim, A_n es un árbol con raíz CP para todo n . Calcular los incrementos de costo para determinar el siguiente circuito a anexar implica: computar un shortest-path-algorithm (Dijkstra) en la red física usando los costos marginales de expandir cada zanja, evaluar los costos derivados de reconfigurar los conductores en el árbol A_n aguas arriba (agregar un WT puede elevar la sección requerida de los conductores y/o llevar la caída de tensión más allá de lo permitido), o agregar el costo ccp en caso que el circuito sea directamente hacia el CP. La elección del nuevo circuito viene acompañada de un camino físico para el mismo, que pasa a ser un atributo permanente. Si durante el cómputo de los incrementos se detecta una arista cuya anexión viola el límite de circuitos de entrada a un WT, o hace que la

caída de tensión no pueda factibilizarse con cambios de conductores, esa arista se descarta como candidata. Luego de $|V| - 1$ pasos se llega a un conjunto $A_{|V|}$ que contiene todos los generadores.

No se esperaba optimalidad de esta heurística porque a diferencia de Prim los costos de las aristas cambian entre iteraciones, y al final difieren substanciales de aquellos con los que se tomó la decisión en primer lugar. No obstante, la performance mostrada por este algoritmo fue más discreta de lo esperado. De hecho, el costo de la solución construida para la instancia base fue de 107,700,472, bastante lejos del modelo combinatorio (83,508,857), pero incluso lejos del diseño manual original (95,948,242).

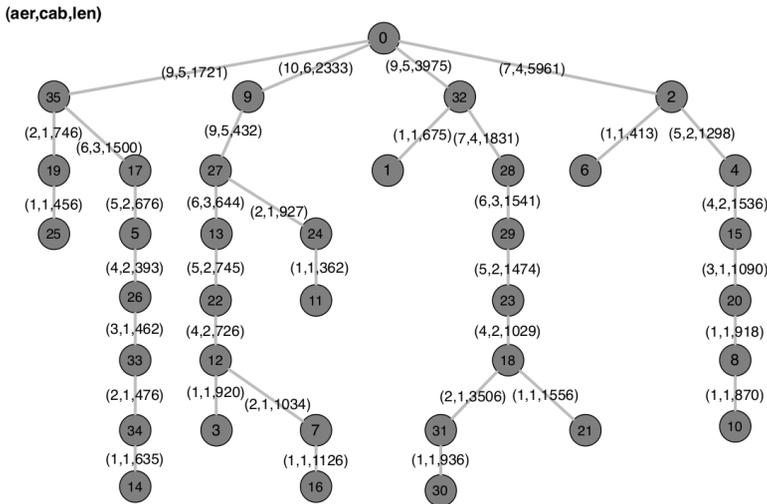


Figura 6: Layout hallado para la heurística greedy

De un análisis más detallado del algoritmo y sus construcciones, surge que el mismo está negativamente condicionado por las decisiones tomadas tempranamente, que usan información local en una construcción parcial. Se comprueba que de fijar manualmente los nodos conectados al CP, usando por ejemplo los que eligió el combinatorio (Figura 5), la heurística greedy construye el resto del árbol satisfactoriamente.

La característica anterior nos llevó a diseñar una heurística con visión más global, más precisa al momento de determinar las conexiones estratégicas, las de conductores de mayor sección, las dirigidas desde un WT hacia el CP.

4.2. Flujo de costo óptimo en una capa

Otra de las heurísticas utilizadas consistió en relajar el problema buscando colapsar los niveles lógico y físico en uno solo, a efectos de hacer tratable al problema. Las relajaciones alcanzan a: la cantidad máxima de WT's en

subtending, los límites en las caídas de tensión, y en suponer que en cualquier punto del mapa físico se podría cambiar de conductores (lo que agrega los puntos de bifurcación a las WTs).

Bajo esas premisas y para un número n conocido de WTs que entregan su potencia en un tramo físico, determinar la combinación óptima de conductores, esto es, el número x_k de conductores de cada tipo ($k = 1 \dots K$) a usar para minimizar los costos totales de zanjas y cables, es un problema combinatorio sencillo que puede tratarse recursivamente, o simplemente resolviendo (4):

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{mín } \sum_{k=1}^K c_k x_k + 615.6 \sum_{k=1}^K x_k \\ n \leq \sum_{k=1}^K m_k x_k \\ 10 \geq \sum_{k=1}^K x_k \\ x_k \geq 0, x_k \in \mathbb{Z} \end{array} \right. \quad (4)$$

Por ejemplo, para $n = 12$ el costo por metro de la combinación óptima es \$3,735, y la combinación en sí consiste en usar dos conductores de tipo 3 ($x_3=2$) y por tanto una zanja para dos conductores. Cuando $n = 13$ el costo por metro asciende a \$4,488.6 y surge de usar tres circuitos (y la zanja correspondiente): uno de ellos con cables tipo 1 y los otros dos con tipo 2 (i.e. $x_1=1, x_2=2$).

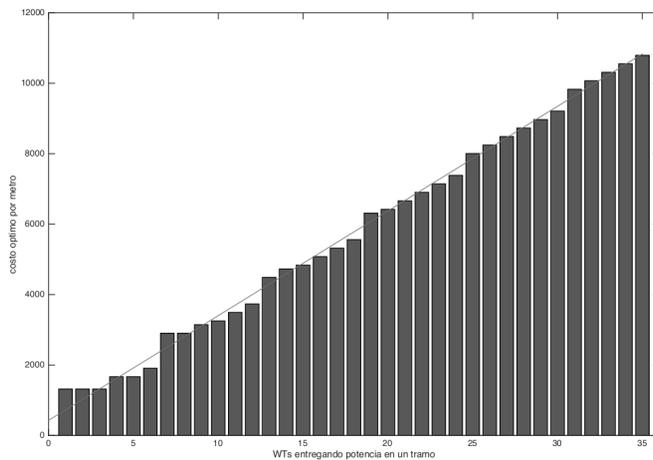


Figura 7: Costos por metro para la combinación más económica de cables y zanjas en cada tramo, para distintos números de aerogeneradores entregando su potencia a través del mismo

Se observa en Figura 7 que el costo por metro de la configuración óptima en un tramo, para un número n de aerogeneradores entregando su potencia a

través del mismo, es aproximadamente lineal, especialmente cuando más alto es n . La recta en rojo es la imagen de $an+b$, con $a=297.2$ y $b=430.2$. Por tanto, con la relajación antes mencionada y la aproximación lineal para el costo en los tramos, se obtiene un problema de flujo máximo de costo mínimo, o más precisamente un problema de flujo fijo de costo mínimo, en el que cada WT inyecta una unidad de flujo mientras que en los JPs el balance entrada-salida debe coincidir. Las ecuaciones de flujo son similares a las de (2), aunque sobre el grafo G_P y agregando $-\sum_{ij \in E} y_{ij} + \sum_{jk \in E} y_{jk} = 0$, cuando $j \in JP$.

Por el bajo error incurrido al linealizar, y por ser el nuevo problema una relajación del original, su solución nos da al mismo tiempo: información valiosa para construir una solución concreta, y una buena estimación de la cota inferior esperable. Luego de resolver el problema de flujo de costo mínimo, obtenemos el flujo de potencia ideal de cada arista física en el problema relajado, y también la combinación ideal de conductores en cada tramo. Las configuraciones son en general impracticables, ya que suelen aparecer cambios de conductores en puntos de bifurcación (algo sólo realizable en los transformadores situados en la base de WTs), o cambios entre más de tres conductores en un aerogenerador, algo tampoco soportado ya que en los WTs se puede intercambiar potencia a lo sumo entre dos circuitos de entrada y el de salida.

No obstante, al poner foco en los conductores de mayor calibre (los más caros), se consigue una buena idea de cuáles son los generadores a conectar al CP. Explorando alternativas para esas conexiones y dejando en manos de la heurística greedy el completar la construcción de una red eléctrica factible, se consiguieron soluciones de muy buena calidad. Usando casos tratables para el modelo exacto de la Sección 3, y por disponer entonces del óptimo se puede evaluar el *spread* óptimo-heurístico en algunas instancias. El *spread* resultó siempre menor a un 5 %, lo que muestra la calidad de la aproximación.

5. Resultados y Conclusiones

Si bien el diseño optimizado detallado en Sección 3.2 ya representaba un ahorro significativo (14.9 %), se trabajó intensamente junto a los técnicos de Teyma para llegar aún más lejos. Los ahorros más importantes surgieron en realidad de explorar cambios en el juego de conductores a usar, y de modificaciones en el plano físico. Concretamente se optimizó en ocho escenarios, que surgieron de combinar cuatro juegos de cables con dos planos físicos. El primer juego de conductores es el detallado en Tabla 1. En lo que al mapa físico refiere, el primero es el representado en Figura 3, mientras que el otro

es una variante del mismo, que busca incrementar la conectividad mediante cambios mínimos. Concretamente, el segundo plano es el de Figura 8.

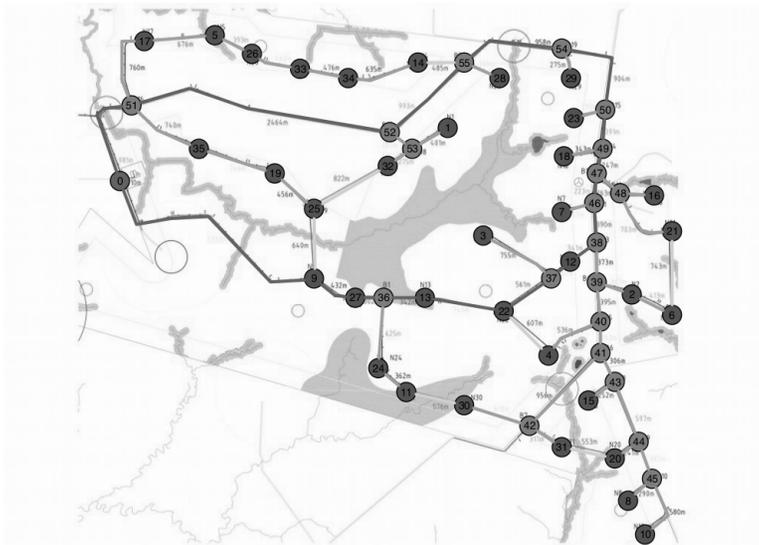


Figura 8: Estructura física ampliada

Las instancias con el mapa 1 fueron resueltas usando el modelo combinatorio de Sección 3, salvo la última, en la que se violaba la caída de tensión y hubo que refactibilizar con la heurística greedy. Para todas las instancias asociadas al mapa 2, se usó la combinación de heurísticas descrita en Sección 4.

Tabla 5: Instancias exploradas para elegir el layout a implementar

| | cables 1 | cables 2 | cables 3 | cables 4 |
|---|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| m | 5,396,146 | 3,083,512 | 3,854,390 | 3,854,390 |
| a | 43,612,776 | 37,780,944 | 41,011,092 | 37,908,840 |
| p | 34,499,935 | 37,467,316 | 33,255,310 | 33,255,310 |
| 1 | 83,508,857 | 78,331,772 | 78,120,792 | 75,018,540 |
| m | 4,625,268 | 3,083,512 | 3,083,512 | 3,083,512 |
| a | 44,939,352 | 27,234,446 | 41,376,440 | 30,265,446 |
| p | 29,551,638 | 25,928,002 | 25,928,002 | 25,734,326 |
| 2 | 79,116,258 | 56,245,960 | 70,387,954 | 59,083,284 |

Las soluciones remarcadas en gris, se descartaron. Las del segundo juego de cables debido a los descartes de conductores. Los cables se compran en bobinas de muchos metros, por lo que en algunas configuraciones los descartes de conductores resultaban inconvenientes. La solución correspondiente al (*map1,cables4*), aunque luego de refactibilizada estaba dentro de la caída de tensión admisible, se entendió que se estaba peligrosamente cerca del límite, y aumentar aún más la sección de los conductores la hacía más cara que

(*map1,cables2*). El layout finalmente implementado fue (*map2,cables4*).

Vale la pena destacar que la construcción manual original era un 62.4% más cara que la implementada realmente o, lo que es equivalente, la última resultó un 38.4% más barata. Siendo estrictos, el ahorro es algo más bajo porque implicó modificaciones en caminería, pero las mismas era de menor entidad, y los ahorros finales resultaron millonarios.

La experiencia en este proyecto es un valioso ejemplo de cómo el uso de modelos formales y la asistencia numérica permiten ahorros significativos en algunos problemas de diseño, especialmente en aquellos casos donde la intuición suele fallar. Tal es el caso de los problemas de diseño de redes en *overlay*. No obstante, también se destaca que los ahorros más significativos se consiguieron explorando instancias, iterando a partir de las construcciones previas y el análisis de las debilidades en las soluciones realizado por los expertos de Teyma. Lo previo reafirma el concepto que los mejores resultados surgen de la interacción entre la informática y el conocimiento de los expertos.

Como trabajo futuro en esta línea nos planteamos implementar una metaheurística, para hibridizar con las heurísticas anteriores en aras de lograr una exploración automática y más exhaustiva del espacio de soluciones.

Referencias

- [1] L. H. Bicalho, A. S. da Cunha, y A. Lucena. Branch-and-cut-and-price algorithms for the degree constrained minimum spanning tree problem. *Computational Optimization and Applications*, 63(3):755–792, Apr 2016.
- [2] F. M. Gonzalez-Longatt, P. Wall, P. Regulski, y V. Terzija. Optimal electric network design for a large offshore wind farm based on a modified genetic algorithm approach. *IEEE Systems Journal*, 6(1):164–172, March 2012.
- [3] S. Lundberg. Configuration study of large wind parks. Technical report, Department of Electric Power Engineering, Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden, 2003.
- [4] S. C. Narula y C. A. Ho. Degree-constrained minimum spanning tree. *Computers & Operations Research*, 7(4):239 – 249, 1980.
- [5] C. Risso y F. Robledo. Using GRASP for designing a layered network: a real IP/MPLS over DWDM application case. *International Journal of Metaheuristics*, 2(4):392–414, 2013.