

- Co-creación para la Innovación: Un caso en el Sector Público Chileno. 5
Mario Waissbluth , Eduardo Contreras, Pablo Galaz, Ismael Aguilera, José Inostroza, Antonio Infante, Alejandro Barros, Nicolás Westermeyer, Gabriela Saieg, Francisca Vidal, María Angélica Gatica.
- Optimización del área de drenaje en yacimientos no convencionales por medio de programación lineal entera. 27
Fernando Aliaga, Diego Delle Donne, Guillermo Durán, Javier Marengo.
- Un modelo de programación lineal entera para la planificación de cursos y relatores del programa Construyendo Mis Sueños. 41
Javier Marengo , Diego Pinto Valdés, Patricio Wolff.
- El fixture de las clasificatorias sudamericanas para la copa mundial de fútbol mediante programación entera. 57
Guillermo Durán, Mario Guajardo.
- Caracterizando los patrones de la mirada del usuario web: Una aproximación basada en teoría de grafos. 85
Pablo Loyola, Gustavo Martínez, Juan D. Velásquez.

R E V I S T A
INGENIERÍA DE SISTEMAS

ISSN 0716 - 1174

EDITOR

Guillermo Durán

Departamento de Ingeniería Industrial

Universidad de Chile

Instituto de Cálculo, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Universidad de Buenos Aires, Argentina

EDITOR ASOCIADO

Richard Weber

Departamento de Ingeniería Industrial

Universidad de Chile

AYUDANTE DE EDICIÓN

Cinthya Vergara

Departamento de Ingeniería Industrial

Universidad de Chile

COMITÉ EDITORIAL

René Caldentey

New York University, USA

Héctor Cancela

Universidad de la República, Uruguay

Rafael Epstein

Universidad de Chile, Chile

Luis Llanos

CMPC Celulosa, Chile

Javier Marengo

Universidad Nacional de

General Sarmiento, Argentina

Juan de Dios Ortúzar

P. Universidad Católica, Chile

Víctor Parada

Universidad de Santiago, Chile

Oscar Porto

GAPSO, Brasil

Lorena Pradenas

Universidad de Concepción, Chile

Nicolás Stier

Universidad Torcuato Di Tella, Argentina

Financiado parcialmente por el Instituto Sistemas Complejos de Ingeniería.

Las opiniones y afirmaciones expuestas representan los puntos de vista de sus autores y no necesariamente coinciden con las del Departamento de Ingeniería Industrial de la Universidad de Chile.

Los artículos sólo pueden ser reproducidos previa autorización del Editor y de los autores.

Representante legal: Alejandra Mizala

Correo electrónico: ris@dii.uchile.cl

Diagramación: Cinthya Vergara

Dirección: República 701, Santiago, Chile.

Web URL: www.dii.uchile.cl/~ris

Portada: Gabriella Fabbri

Carta Editorial Volumen XXVIII

Nos es muy grato presentar este nuevo número de la Revista de Ingeniería de Sistemas (RIS) dedicado a temas de frontera en Investigación de Operaciones, Gestión y Tecnología. Queremos agradecer al Instituto Sistemas Complejos de Ingeniería (ISCI) por su colaboración para hacer posible esta publicación.

Este número contiene artículos de académicos y estudiantes de nuestro Departamento de Ingeniería Industrial (algunos de ellos incluso son consecuencia de trabajos finales de grado, tesis de magister o tesis de doctorado), de investigadores del ISCI y de académicos de la República Argentina.

Nuestro objetivo a través de esta publicación es contribuir a la generación y difusión de las tecnologías modernas de investigación de operaciones, gestión y administración. La revista pretende destacar la importancia de generar conocimiento en estas áreas, orientado tanto a problemáticas nacionales como a la realidad de países de características similares.

Estamos seguros de que los artículos publicados en esta oportunidad muestran formas de trabajo innovadoras que serán de gran utilidad e inspiración para todos los lectores, ya sean académicos o profesionales, por lo que esperamos que esta iniciativa tenga la recepción que creemos se merece.

Guillermo Durán
Editor

Richard Weber
Editor Asociado

Llamado a Presentar Trabajos

La Revista Ingeniería de Sistemas (RIS) busca constituir un canal de divulgación de los avances en las áreas de Gestión de Operaciones, Tecnologías de Información e Investigación Operativa, que incluya los mundos académico y empresarial. Son particularmente apropiados artículos orientados a la práctica de estas disciplinas, que estimulen su uso o den cuenta de aplicaciones innovadoras de ellas, especialmente en América Latina.

También son bienvenidos artículos con análisis del estado del arte en un campo particular y de la forma en que los avances en dicho campo se han utilizado en la práctica.

Se espera que los artículos estén escritos de manera que puedan ser leídos por personas no especialistas en el tema tratado. Se recomienda incluir una lista de lecturas sugeridas para que los lectores no especialistas puedan profundizar en el tema.

Formato del Manuscrito

Los autores deben enviar un archivo en formato PDF del manuscrito que desean someter a referato a:

*Comité Editorial Revista Ingeniería de Sistemas,
Departamento de Ingeniería Industrial,
Universidad de Chile,
Santiago, Chile.
Email: ris@dii.uchile.cl*

Los manuscritos deben estar formateados para hojas tamaño carta, a doble espacio, márgenes de 2,5 centímetros en todos los lados, y su extensión no debe exceder las 30 hojas.

La primera hoja debe contener el título del trabajo, nombre y dirección de los autores (teléfono y correo electrónico del autor de contacto), y un resumen de no más de 150 palabras.

Referencias

Las referencias se deben citar en el cuerpo del texto usando el nombre del autor y el año de publicación, e.g., Morton (1998). Al final del artículo se debe incluir la lista en orden alfabético de las referencias citadas en el texto. Para referencias de revistas científicas el formato es el siguiente: Autor(es), Año de publicación. Título. Nombre completo de la revista , Volumen e.g.:

Kodialam, M. y H. Luss, 1998. Algorithms for Separable Nonlinear Resource Allocation Problems. *Operations Research* , 44(2), 272-284.

Para referencias de libros el formato es el siguiente: autor(es), año de publicación. Título. Editorial, Ciudad; e.g.:

Kleinrock, L., 1975. *Queueing Systems* . John Wiley, New York.

En caso de haber más de una referencia con el mismo autor y año de publicación, se debe usar "a", "b", etc. como sufijo del año de publicación para diferenciarlas.

Detalles en www.dii.uchile.cl/~ris

CO-CREACIÓN PARA LA INNOVACIÓN: UN CASO EN EL SECTOR PÚBLICO CHILENO

MARIO WAISSBLUTH *
EDUARDO CONTRERAS **
PABLO GALAZ **
ISMAEL AGUILERA **
JOSÉ INOSTROZA **
ANTONIO INFANTE **
ALEJANDRO BARROS **
NICOLÁS WESTERMAYER **
GABRIELA SAIEG **
FRANCISCA VIDAL **
MARÍA ANGÉLICA GATICA **

Resumen

Presentamos conceptos generales de sistemas complejos y co-creación de innovaciones, entendida como un proceso donde nuevas ideas son diseñadas en conjunto con las personas, y no para ellas. La experiencia internacional profundiza crecientemente en la co-creación, donde prevalece el “cara-a-cara” para lograr intercambio y adaptación de nuevas ideas, a diferencia del proceso lineal y sobre-estructurado, basado en premios a la innovación o buenas prácticas. Pudimos comparar la metodología lineal y estructurada de transferencia de buenas prácticas con la de co-creación, con iguales actores y recursos, en la salud primaria y la gestión municipal, constatando que la co-creación es muy superior en su efectividad. Entregamos asimismo recomendaciones para el diseño de una institucionalidad y procedimientos para la operación sistemática de instancias sectoriales de co-creación en el sector público, y eventualmente el sector privado.

Palabras Clave: Innovación pública, co-creación, gestión del cambio, buenas prácticas, gestión del conocimiento.

* Centro de Sistemas Públicos, Departamento de Ingeniería Industrial, Universidad de Chile

** Departamento de Ingeniería Industrial, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile, Santiago, Chile.

1. Marco Conceptual

El enfoque de co-creación, como en general ocurre con la generación de conocimiento, nace dentro de un marco de conceptos y teorías que posibilitan su surgimiento y aceptación. Sin pretender hacer un análisis exhaustivo, a continuación se reseñan algunos modelos y conceptos más o menos recientes, que a nuestro juicio complementan y validan el enfoque que adoptamos en nuestro proyecto.

1.1. Sistemas complicados y complejos en la innovación.

Una cuchara es un sistema simple y muy predecible. Un computador desconectado, o un vehículo detenido y sin conductor, es un sistema complicado, con muchas partes, pero cuyo funcionamiento es altamente predecible, porque sus partes no toman decisiones por sí mismas ni se auto-organizan espontáneamente. En cambio una red de salud primaria, el sistema de transportes de una ciudad, o una empresa, son sistemas de muchas partes, que interactúan entre sí y con el entorno por una multiplicidad de canales, y de maneras difícilmente predecibles. Esos son los sistemas complejos.

Es necesario entonces concebir la arquitectura de las organizaciones, u otros entes públicos y privados, como una aglomeración de agentes con sus propios propósitos. Una suerte de maquinaria de engranajes, pero en que los engranajes a veces encajan y funcionan como en un reloj, y otras veces cada uno adquiere un ritmo autónomo, como si los bordes de los engranajes estuvieran desgastados. Entender esto es clave para gatillar procesos de innovación en el sector público. Estos procesos deben construirse sobre la base de que, inclusive al interior de una misma institución, nos encontraremos con una diversidad de intereses que de alguna forma se debe tratar de hacer converger, para lograr un cambio.

Cilliers [8] ha definido algunas características centrales de los sistemas complejos, destacamos una de ellas: los sistemas complejos son “abiertos”, esto es, interactúan con su entorno. Las organizaciones existen porque su propósito esencial es agregarle valor a sus clientes y usuarios, y se desenvuelven en un marco regulatorio, institucional y/o de competencia. Es imposible comprender un sistema de esta naturaleza sin comenzar por entender su multiplicidad de interacciones con el entorno. En cambio, los sistemas cerrados son meramente “complicados”. Los sistemas complejos, a diferencia de los complicados, evolucionan en el tiempo, y por ende tienen una historia, y esa historia influye

fuertemente en su conducta presente. Cualquier análisis sistémico que ignore la variable temporal es por lo tanto incompleto.

El concepto de gestión de la complejidad ha comenzado a penetrar con fuerza el mundo de la innovación. Surie y Hazy [23] han descrito los tipos de liderazgo necesarios para estimular la innovación en sistemas complejos. Leeuwis y Aarts [17] concluyen que la innovación es un proceso colectivo que involucra un reordenamiento contextual de relaciones en una multiplicidad compleja de redes sociales. Esto es algo que constatamos en nuestra experiencia de trabajo en salud primaria con el enfoque de co-creación, que permite hacerse cargo de esta complejidad de agentes e intereses.

Sargut y McGrath [22] escribieron una notable síntesis en Harvard Business Review, denominada “Aprender a Vivir con la Complejidad”. Destacan, entre otros elementos, la conveniencia de a) limitar o incluso eliminar la necesidad de pronósticos precisos, b) usar exhaustivamente el análisis de historias y situaciones hipotéticas para mitigar riesgos, c) triangular, atacando un problema desde diferentes metodologías y supuestos, d) asegurar la diversidad de pensamientos para enfrentar los cambios y variaciones que inevitablemente sucederán. Como puede verse, nada puede estar más alejado de los enfoques tradicionalmente mecanicistas de gestión de las innovaciones y las organizaciones (típicamente: identificar buenas prácticas, fomentar la identificación vía premios a la innovación, sitios web como repositorios de las prácticas seleccionadas y réplica espontánea o inducida vía incentivos), que presuponen que estos son sistemas meramente complicados y no complejos.

Trabajos del ámbito de la Gestión del Conocimiento ilustran también esta dualidad entre enfoques más lineales y mecanicistas, versus enfoques más interactivos. El caso que presentamos más adelante muestra cómo, en nuestra propia experiencia, partiendo de un enfoque más bien lineal, nos vimos forzados a movernos al enfoque de co-creación, que cumple con atacar un problema desde distintos ángulos, de forma interactiva y con diversidad de actores y formas de pensar. En definitiva, lo que el nuevo enfoque nos permitió - usando la metáfora empleada al inicio de este punto - fue alinear los engranajes del sistema tras un objetivo (desafío).

1.2. Gestión del Conocimiento para la innovación

De acuerdo a lo propuesto por Denner y Díaz [9] citando a Hansen, Nohria y Tierney [15], podríamos concluir que algunos de los enfoques mecanicistas responden a lo que ellos definen como estrategia de “codificación”. Este enfoque busca que el conocimiento madure y se transforme en productos estandarizados con información explícita (people-to-documents). Para lograr lo

anterior, se ha presumido un proceso “lineal”, donde los pasos generales son i) la proposición de una idea por parte de un grupo pequeño, ii) el financiamiento para su ejecución y/o reconocimiento por su aplicación, y iii) la difusión y/o transferencia de conocimiento a terceros o “aprendices” (aunque esto último ocurre rara vez).

Ahora bien, según la misma clasificación de Denner y Díaz [9], si se busca innovar a partir de conocimiento existente, una estrategia de personalización es más efectiva. Ella privilegia la obtención de productos personalizados a través de procesos de innovación, donde prevalece el intercambio de conocimiento tácito (person-to-person). La estrategia de personalización está en la base del enfoque de co-creación que adoptamos para nuestro trabajo, y que se describe más adelante.

La efectividad para gestionar el conocimiento en base a una estrategia de personalización se relaciona con lo propuesto por especialistas en educación. Estos, por décadas [12, 5], han planteado que la única manera de que el aprendizaje sea fructífero se da cuando el aprendiz (especialmente si éste es adulto) se siente co-partícipe y co-creador de los conocimientos. Por ende, la enseñanza de tipo vertical en las aulas, análoga a la transferencia de conocimiento bajo el formato de “buenas prácticas” desde un ente público a otro, mantiene el concepto de “el instructor y el aprendiz”, lo que – como regla general con sus obvias excepciones - está condenado al fracaso. Sin embargo, muchos persistimos en generar procedimientos de esta naturaleza, y como veremos más adelante, nuestro propio equipo cayó inicialmente en el mismo error.

La realidad demuestra que el síndrome del NIH (“not invented here” o “no inventado aquí”), combinada con las restricciones para la innovación pública, y la inevitable complejidad de los procesos de cambio, hace que estos intentos sean más bien espasmódicos, iniciativas de corta duración, baja sustentabilidad en el tiempo, de baja replicabilidad, y que no contribuyen a asentar una cultura organizacional permanente de innovación en las organizaciones públicas.

La literatura reciente ha profundizado en aspectos prácticos y concretos de la innovación pública, donde la difusión de experiencias innovadoras entre organizaciones destaca como un método deseable para disminuir costos y mejorar el uso de recursos públicos [6]. Además de difusión, conceptos como transferencia, propagación y replicación también han sido ampliamente utilizados para sintetizar el proceso donde una organización materializa una mejora a partir de la experiencia de otros [3]. Sin embargo, estos conceptos suponen distintos niveles de pasividad en la interacción entre actores, y todos ellos apuntan a un proceso más bien unidireccional, donde prevalece el conocimiento del “innovador” por arriba del “aprendiz”. Esta forma de aproximarse a la innovación se rompe con el enfoque finalmente adoptado por nuestro proyecto.

1.3. Innovación pública

La innovación pública puede ser entendida como un proceso de creación de nuevas ideas y su transformación en valor para la sociedad [2]. Si bien ha sido objeto de estudio académico desde los '70s y '80s, en la última década se han multiplicado las publicaciones, estudios de caso y análisis estadísticos que evidencian su relevancia [7, 10, 2, 4, 6, 14].

En este caso, entenderemos que el concepto de innovación abarca desde las mejoras adaptativas e incrementales, hasta las radicales y disruptivas, tanto en productos, como servicios, procesos, o mejoras organizacionales y de gestión. El concepto incluso se ha extendido a la innovación en políticas públicas, como es el caso de NESTA, el Public Services Lab del Reino Unido, que comenzó como servicio público y ahora es una ONG.

Se suele decir que el sector privado, impulsado por la competencia, innova, y que el sector público, al no estar enfrentado al ambiente de competencia, no lo hace [6]. Por cierto, existen ciertas características del sector público que no favorecen este fenómeno. Bason [2] menciona siete:

1. Incentivos que llevan a los dirigentes políticos a buscar la “mejora rápida”, optando por soluciones estandarizadas que no siempre son sustentables en el largo plazo y que no se hacen cargo de la diversidad institucional.
2. La burocracia y desagregación de funciones y roles implica grandes esfuerzos para innovar.
3. Sub-estimación de las capacidades organizacionales, y plazos breves para ejecutar proyectos.
4. Baja integración de los ciudadanos en el diseño de innovaciones, acotando los procesos al interés y voluntad de los directivos y, en algunos casos, de los funcionarios públicos.
5. Ausencia de conductos formales para proponer y materializar procesos de innovación.
6. Ausencia de información relevante para saber dónde centrar los esfuerzos y generar valor público.
7. Desconocimiento y/o sub-estimación de la escalabilidad de las innovaciones.

1.4. La co-creación de innovaciones

Un concepto más reciente y novedoso del proceso de creación de innovaciones en base a experiencia y conocimiento es la co-creación. Bason [2], basado en Prahalad y Ramaswamy [19], define la co-creación como un proceso donde nuevas ideas son diseñadas con las personas, y no para ellas. Asimismo, la co-creación también es concebida como la creación conjunta y evolutiva del valor entre grupos de personas interesadas, intensificado y representado a través de plataformas de compromisos, virtualizado y brotado desde los ecosistemas de capacidades, y actualizado y encarnado en los dominios de experiencias, ampliando riqueza, prosperidad y bienestar [20].

Ambas definiciones no solo se acotan a integrar verticalmente a los ciudadanos en los procesos de diseño y desarrollo de bienes y servicios públicos. La revisión de literatura y experiencia internacional sobre innovación pública profundiza crecientemente en procesos de co-creación que buscan la integración horizontal de instituciones públicas para compartir el conocimiento en pos de generar respuesta a desafíos públicos. En ambas perspectivas, la intra e inter institucional, prevalece el “cara-a-cara” para lograr un intercambio eficaz de conocimientos y la gestación y adaptación de nuevas ideas.

¿En qué medida la innovación de una organización puede ser fuente de conocimiento para una organización similar? Referencias internacionales revelan que lo anterior ocurre con frecuencia. Farah y Spink [11] señalan que en Brasil el 94 % de las experiencias premiadas en los primeros 10 años del Programa Gestão Pública e Cidadania (Programa Gestión Pública y Ciudadanía), instancia que premia y difunde innovaciones públicas exitosas a nivel local, han sido reproducidas en jurisdicciones distintas a las que las originaron. Más recientemente, Bloch y Bugge [6] muestran evidencia empírica de países nórdicos como Dinamarca, Finlandia, Islandia, Noruega y Suecia, donde entre un 70 % y 80 % de las organizaciones públicas que han innovado lo han hecho adoptando y adaptando la experiencia de otras organizaciones, tanto públicas como privadas.

Cabe destacar una importante oleada reciente de entidades dedicadas sistemáticamente a promover la innovación pública por la ruta de la co-creación. Un ejemplo concreto de operación de este tipo de espacios es MindLab, organización público-privada de Dinamarca que actualmente es un referente de innovación pública a nivel mundial [25]. Ya mencionamos a NESTA del Reino Unido, y se puede agregar Co-Innovation de Singapur, el Public Policy Lab en Estados Unidos, iniciativas en Australia, Nueva Zelanda y muchas otras. Sánchez, Lasagna y Marcet [21] han presentado una breve descripción de muchas de estas instituciones. Algunas tienen un foco sectorial, otras un foco

más transversal, algunas pertenecen al sector público, otras son ONG, otras son organizaciones público-privadas. Estamos en un momento en que este tipo de institucionalidades de fomento y apoyo a la co-creación está brotando con gran diversidad en el mundo. Cabe destacar eso sí la advertencia hecha por Treadwell [24], en cuanto a la necesidad de darle un tiempo suficiente a este tipo de organizaciones para refinar sus métodos (2 a 5 años), y así lograr construir redes autosustentables, identificar actores e intereses clave, y desarrollar su modelo de operaciones.

Para que una organización logre crear nuevas soluciones a partir de experiencias innovadoras exitosas, necesariamente debe existir una adaptación mutua entre dicha organización y la innovación referente. Es la adaptabilidad y mutación de las innovaciones la que le da resiliencia al sistema. Es decir, la innovación debe adaptarse al contexto propio de las diferentes organizaciones, así como éstas deben adaptarse a nuevas actividades y resultados que conlleven la implementación de una innovación. En este contexto, el conocimiento tácito es fundamental. Behn [3], haciendo referencia a O'Dell y Grayson [18], señala que para trabajar con personas, el conocimiento tácito es más efectivo que el explícito. Esto es vital para comprender por qué los mecanismos sobre-estructurados o excesivamente formalizados tienden a fallar o rendir escasos frutos. Este autor señala cuatro aspectos relevantes para que el proceso de compartir y co-crear conocimiento pueda tener éxito:

- El cara-a-cara es fundamental. Si es posible, se recomienda partir intercambiando ideas y conocimiento tácito. La generación de confianzas y capital social entre los participantes en un proceso innovador es crucial.
- Resolver un asunto de una vez no es recomendable. Contar con una sola instancia para compartir no favorece el intercambio de conocimientos.
- Es necesario disponer de facilitadores que puedan nutrir el intercambio de conocimiento y mantener este proceso activo y sustentable.
- Es necesario hacer todo lo posible para alcanzar tempranamente resultados visibles. En caso contrario, fácilmente se pierde el interés de los participantes.

Existe evidencia de métodos que fomentan la innovación colaborativa o co-creación. Entre ellos, se puede mencionar:

- Laboratorios de innovación. Estos se basan en que las competencias y el conocimiento necesario para una innovación sistemática no son las mismas que se requieren en lo cotidiano. Su objetivo es crear un espacio

confiable y ágil para catalizar la colaboración entre distintas unidades, departamentos y sectores del Estado [25].

- **Design Thinking.** Este proceso de diseño multidisciplinario permite estructurar el proceso de co-creación a través de cuatro fases: i) el conocimiento del problema, ii) análisis de la información, iii) síntesis de posibles oportunidades y soluciones, y iv) creación de prototipos [2]. Su valor se centra en reconocer que nada está previamente erróneo o defectuoso, ya que el proceso es en sí mismo una experimentación. Asimismo, se hace hincapié en la prueba y error, ya que incluso el error se configura como un conocimiento que no existía, abriendo una nueva oportunidad de mejora. Como veremos más adelante, esto es exactamente lo que ocurrió en nuestro caso.
- **Colaboración local.** Dada la gran similitud de los desafíos que enfrentan localidades vecinas, Farah y Spink [11] señalan que el “efecto vecindario” es relevante. De las experiencias premiadas y replicadas en el contexto del Programa Gestão Pública e Cidadania desarrollado en Brasil, el 57 % se ha dado entre localidades geográficamente cercanas. Este es un concepto vital, que en la experiencia que mostraremos más adelante se ha comprobado plenamente, y que tiene importantes implicaciones prácticas.
- **Visitas abiertas y guiadas.** Como se mencionó anteriormente, los métodos cara-a-cara son comparativamente más efectivos. Hartley [16], en el contexto del Beacon Scheme (programa del Reino Unido que premia innovaciones tanto de servicios públicos locales como de otro tipo), señala que del total de instituciones premiadas y que han desarrollado acciones para difundir sus experiencias, el 93 % de ellas reconoce que las actividades cara-a-cara (como días abiertos y visitas guiadas) son los métodos más efectivos para lograr un intercambio eficaz de conocimiento.

En algunos países han ido aún más lejos, llegando a lo que se denomina la co-producción de servicios, es decir, ya no basta sólo con que las personas e instituciones participen del diseño de una innovación, sino que se transforman en co-ejecutores del nuevo proceso. En Dinamarca han avanzado en algunas áreas en el ámbito de la salud, estableciendo redes de confianza entre pacientes, lo cual mejora el tejido social y reduce los costos de consultas médicas innecesarias [1].

1.5. Fuzzy front end de la innovación

Si bien el conocimiento y la experiencia de las instituciones son fundamentales para procesos de innovación basados en métodos de co-creación, disponer de ellos no garantiza la materialización de soluciones concretas. En efecto, los directivos del sector privado prefieren centrarse en las fases finales y estructuradas del desarrollo de innovaciones, a pesar de saber que gran parte del éxito futuro se funda en las etapas tempranas de la conceptualización y desarrollo de las mismas [13]. Estas etapas tempranas no son tan estructuradas, son más bien difusas.

Si se sigue un enfoque de co creación, aplicando por ejemplo el método de Design Thinking, veámos que este permite estructurar el proceso de co-creación a través de cuatro fases: i) el conocimiento del problema, ii) análisis de la información, iii) síntesis de posibles oportunidades y soluciones, y iv) creación de prototipos. Las tres primeras fases son poco estructuradas.

La teoría sobre el desarrollo de nuevos productos (New Product Development) permite comprender lo que acontece en las fases iniciales de la innovación, y esto ha sido sintetizado bajo el concepto de Fuzzy Front End (FFE). El FFE de la innovación se define como el conjunto de actividades que transcurren entre el momento en que se visualiza una oportunidad o necesidad de innovar, y el instante desde el cual se disponen recursos focalizados y un proyecto definido para el desarrollo estructurado de la innovación en cuestión [13].

2. Un caso y su contrafactual: del fracaso lineal al éxito de la gestión de la complejidad

A continuación se describe la experiencia de los autores en un proyecto de la Universidad de Chile, iniciado el año 2012, financiado por el Fondo de Fomento Científico y Tecnológico (FONDEF) de la Comisión Nacional de Ciencia y Tecnología de Chile ¹. Esta investigación, denominada Colaboración Pública, explora la transferencia de buenas prácticas y co-creación de innovaciones entre Centros de Salud Familiar (CESFAM), entes municipales responsables de la Atención Primaria de Salud (APS) del 80 % de la población nacional. También se incluyen, marginalmente, algunos casos de innovación en la administración y finanzas de los municipios.

Como contexto, consideremos que los gobiernos locales en Chile, tienen a su cargo múltiples servicios para la comunidad, hasta 75 prestaciones, entre

¹Este proyecto también cuenta con el apoyo del Ministerio de Salud, la Subsecretaría de Desarrollo Regional y la Asociación Chilena de Municipalidades.

las que se encuentra la atención primaria de salud (APS). Sin embargo, existen múltiples diferencias entre gobiernos locales. Los municipios cuentan con capacidades muy heterogéneas, acentuadas por la gran segregación presente en Chile, lo que implica que los resultados de las prestaciones sean muy dispares.

2.1. Proceso de innovación co-creativa

El enfoque inicial del proyecto – es menester sincerar y aprender de nuestros propios errores – estaba basado en el “antiguo paradigma” sobre-estructurado y lineal. Los esfuerzos se centraron en un comienzo en identificar y difundir “buenas prácticas”. Con apoyo del sitio web www.colaboracionpublica.cl se logró documentar y respaldar más de 60 prácticas en torno a diversos desafíos de gran importancia en la atención primaria de salud.

Pese a este éxito, tanto las instancias presenciales de transferencia de buenas prácticas generadas entre diferentes actores, como por vía del seguimiento a distintas consultas al sitio web, evidenciaron que la transferencia de “buenas prácticas” a terceros resultó ser extremadamente dificultosa, y no se lograron resultados significativos. Nuestras dos interpretaciones fundamentales, avaladas por la literatura presentada en el punto I, tienen que ver con i) la resistencia tácita a aceptar que en un ente similar puedan haberse desarrollado prácticas superiores, y ii) la verificación de que el concepto de “transferencia unidireccional de conocimientos”, es mucho menos efectivo que el de “co-creación de conocimiento”.

La hipótesis de que la forma más eficiente de abordar este problema consistía en identificar la “mejor práctica”, formalizarla, documentarla y depositarla en un sitio web para que otros interesados la consultaran y adoptaran, quedó así descartada al cabo de un año y medio de esfuerzo, al menos como mecanismo preponderante. Esto llevó a nuestro equipo a re-conceptualizar el proyecto durante el segundo semestre del año 2013. Pasamos así de un proceso lineal de transferencia desde un “emisor” a un “receptor” de buena práctica, a la identificación de un desafío de interés común abordado en espacios horizontales de conversación denominados Círculos de Innovación, en el cual hubo tolerancia a la ambigüedad propia de un sistema complejo y difuso, aceptación de la mutación y adaptación continua de las buenas prácticas, y con elevada consideración y aceptación por las motivaciones individuales de cada actor del sistema.

Estos Círculos de Innovación son espacios de confianza y diálogo entre participantes provenientes de diversos CESFAM u otros entes relacionados con la salud primaria (o en algunos casos, de administración municipal), quienes relatan sus experiencias y conocimiento respecto un desafío previamente

identificado, con el objeto de co-crear soluciones para que sean posteriormente implementadas. No existe en este caso la figura del “innovador que desarrolló la buena práctica y se la enseña al aprendiz”. En nuestra experiencia de innovación participativa el concepto de buena práctica (término que ahora hemos eliminado del léxico) y todas las ideas similares (mejor práctica, innovación de excelencia o cualquier concepto que asocie una o un set de soluciones o procesos a la idea de “bala de plata a priori”), cierra posibilidades de divergir y encontrar una nueva solución (o proceso) oportuna, “ad hoc” y mutante para los mismos participantes, y que los comprometa a llevarla a cabo posteriormente.

Con el propósito de disminuir los costos de transacción y aumentar la efectividad de nuestro equipo, también desarrollamos “Innovatones”, que en el fondo son los mismos Círculos de Innovación, pero desarrollados concurrentemente en una gran sala. Típicamente, se conforman 7 u 8 mesas paralelas, que suman 60 o 70 personas, cada una moderada por un integrante de nuestro equipo, con un protocolo pre-establecido, en torno a desafíos específicos. La experiencia permitió constatar que de este modo no sólo mejora la efectividad, sino que se generan además ambientes colectivos de una cierta “efervescencia innovadora” y creación de capital social mucho más notorios que durante la realización de un Círculo de Innovación único, con 7 u 8 personas participando. Se crea, por decirlo así, una mayor masa crítica de “entusiasmo innovador”, incluso con diálogo cruzado entre diferentes mesas temáticas. Esta es una etapa muy propia del “fuzzy front end”.

Adicionalmente, en estos eventos nuestro equipo solicita información cuantitativa y cualitativa vinculada a las mejoras que se deseen implementar, de forma de contar con una línea base para evaluar eventualmente el impacto de la mejora en los entes que implementarán algún tipo de cambios en su gestión, preparando así la transición desde el fuzzy front end a la etapa estructurada de ejecución de un proyecto innovador.

Los desafíos discutidos son de gran impacto potencial para la salud primaria, como por ejemplo mejorar la resolución de casos en las entidades de atención primaria sin enviarlos al hospital de alto nivel, disminuir la prevalencia de descompensaciones cardiovasculares, o disminuir la tasa de heridas de pie en pacientes diabéticos (fuente mayoritaria de operaciones quirúrgicas de amputación).

Las etapas que constituyen el proceso de innovación co-creativa desarrollado en el Proyecto Colaboración Pública se resumen en la Figura 1.

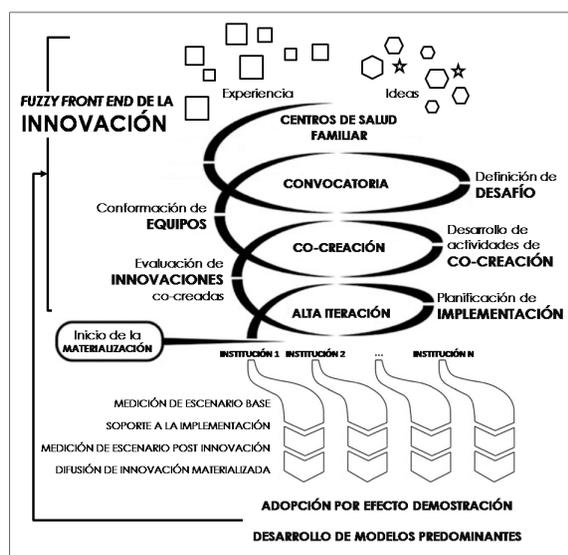


Figura 1: Proceso de innovación co-creativa del Proyecto Colaboración Pública – Fuente: Elaboración propia basada en los conceptos planteados por Gassmann y Schweitzer (2014).

2.2. Mesa de ayuda y soporte tecnológico

Tanto la convocatoria, como el desarrollo de actividades de co-creación (Círculos de Innovación), y la implementación posterior de mejoras, nos han permitido constatar que es fundamental contar con una “Mesa de Ayuda” que facilite el proceso de innovación, acorde a lo descrito por Behn [3]. Dicha mesa de ayuda para esta iniciativa ha sido desarrollada por el equipo permanente del proyecto. Este rol de “intermediario de la innovación” es en realidad un ente que actúa como broker proporcionando información y metodologías a los co-creadores, poniéndolos en contacto, y apoyando en todo lo que esté a su alcance para la materialización de las innovaciones.

Para cumplir con el rol de intermediario arriba descrito, nuestro equipo ha sido entrenado para múltiples tareas: convocar a interesados, identificar los desafíos prioritarios, moderar y animar cada Círculo de Innovación, dar seguimiento a los acuerdos formales obtenidos en cada evento, colaborar y acompañar en la materialización de las co-creaciones, aportar con conocimientos de rediseño y automatización de procesos, medir indicadores ex ante y ex post que permitan evaluar la eficacia de las innovaciones, y administrar el sitio web como herramienta de apoyo y repositorio de la información que se va creando continuamente. El espíritu básico es que este es un equipo que está al servicio de los innovadores, no es el que conduce las innovaciones.

Respecto las labores antes mencionadas, cabe señalar que en nuestra experiencia con CESFAM, rara vez había existido la medición de indicadores ex ante y ex post de una innovación. Por tanto, se ha requerido gran dedicación por parte de nuestro equipo, al menos inicialmente, para levantar indicadores del “antes” y “después”. Aparentemente, los innovadores en la salud primaria (o en municipios) están generalmente demasiado sobre-ocupados y sobre-estresados, como para invertir tiempo en la evaluación cuantitativa del impacto de sus mejoras.

En cuanto a la plataforma virtual www.colaboracionpublica.cl, consecuentemente, fue necesario rediseñar la herramienta, transformar el modelo inicial de repositorio de innovaciones en la web, hacia una herramienta de articulación de conversaciones en torno a innovaciones. El nuevo modelo del sitio web, ya en operación, busca propiciar y generar espacios colaborativos de construcción, más que un repositorio en el que un emisor deja información para que receptores la utilicen. Para ello ha sido fundamental contar con una gestión de la comunidad virtual mucho más proactiva, contactando a los usuarios a través visitas presenciales, llamados telefónicos, mail y redes sociales.

Actualmente, la plataforma cuenta con las siguientes funcionalidades centrales:

- Perfiles de usuarios: la comunidad cuenta con un espacio en donde se encuentran identificados todos los miembros de la misma que deseen registrarse y aportar comentarios, y sus principales características. Esto ayuda a la visibilización de los participantes, aunque el registro no es obligatorio para poder visitar el sitio.
- Blogs, en la cual los usuarios pueden subir artículos de interés para la comunidad, que pueden ser comentados por el resto de los usuarios y difundidos a través de las principales redes sociales².
- Inscripción de nuevos desafíos: mediante el uso de un formulario web³ los usuarios de la comunidad pueden subir los antecedentes de un determinado desafío. Con esto, se levanta información básica que se quiere compartir y datos de la persona, de forma tal que se puedan establecer contactos entre usuarios.
- Foros de Desafíos: en este espacio se encuentra el material de diferentes desafíos categorizados según 11 criterios de segmentación (en el caso de

²Actualmente se está utilizando las redes Facebook y Twitter

³Para ello se utilizaron las funcionalidades que otorga Google Apps para la creación y gestión de formularios web.

salud) definidos por los expertos del proyecto. En cada desafío existe material de documentación del mismo, en diferentes formatos (documentos, presentaciones y material audiovisual). Adicionalmente el espacio permite que los usuarios puedan generar comentarios y nuevas soluciones al mismo desafío, así como difundirlos a través de las redes. Esta segmentación, así como un buscador, facilitan la navegación dentro del sitio permitiendo reconocer rápidamente cuáles son los tópicos de interés e ingresar a ellos a explorar el contenido.

- La plataforma permite el contacto con el administrador de la plataforma.
- Administración: adicionalmente la plataforma cuenta con una consola de administración, la cual permite gestionar las diferentes funcionalidades, moderar el contenido y entregar autorizaciones y privilegios a los usuarios.

Cabe destacar que la plataforma ha sido diseñada de tal modo que, si bien hoy está siendo utilizada en el sector de la salud primaria, puede rediseñarse de manera muy flexible una nueva versión para el sector municipal, o escolar, o de cualquier otro espacio de innovación pública (y eventualmente privada) en pocos días.

Es necesario reiterar que esta plataforma es un apoyo y no un sustituto para la mesa de ayuda “cara a cara”. En nuestra experiencia, el contar con personas calificadas para agilizar el proceso innovador, como se describió más arriba, es esencial. En caso contrario, lo más probable es que el sitio web languidecerá.

2.3. Resultados

El nuevo enfoque metodológico fue adoptado en septiembre de 2013, después del fracaso del enfoque inicial de “transferencia lineal”. Hasta agosto de 2014 se han logrado realizar 45 Círculos de Innovación, de los cuales 24 fueron en el contexto de “Innovatones”.

El éxito de estos eventos marcó un punto de inflexión en este proyecto, demostrando que el cambio de enfoque desde “transferencia lineal” a “co-creación” fue exitoso, ya que suscita gran entusiasmo por participar en este tipo de procesos “cara a cara”. La transformación del fracaso en un éxito, al menos en esta etapa inicial, nos ha provisto de un excelente experimento, imprevisto y contrafactual.

Las cuatro “Innovatones” desarrolladas a la fecha han contado con cerca de 200 participantes, de 62 instituciones diferentes, incluyendo 34 CESFAMs. De acuerdo a la encuesta de seguimiento, 85 % de los participantes se declararon

muy satisfechos, y 87% declara haber obtenido ideas y experiencias concretas para materializar una mejora. En lo concreto, los acuerdos de cierre de las sesiones registraron 21 nuevos documentos compartidos, ocho visitas guiadas, 22 nuevas actividades de co-creación concertadas y 13 compromisos de cambio. En un plazo breve se han cumplido 36 de los 65 acuerdos de colaboración que se han adoptado.

En total, 15 CESFAM están en el proceso de implementación de innovaciones tales como i) rediseño y formalización de procesos, ii) automatización de actividades específicas, iii) elaboración de manuales, e iv) intercambio de materiales de educación de usuarios. Además, hemos podido constatar que la cercanía geográfica induce favorablemente los procesos de co-creación entre instituciones, tal como lo señala la teoría.

Más relevante aún, es que en un período relativamente breve de tiempo, se ha traspasado el *fuzzy front end*, para pasar a actividades de materialización concretas, apoyadas por nuestro equipo. En el siguiente cuadro se presenta a continuación el tipo de desafíos abordados, las instituciones que han materializado o están materializando innovaciones como consecuencia de este proyecto, su descripción y estado de avance.

Se debe destacar un aspecto de carácter emocional, relacionado con el sistema de salud primaria y los bajos grados de motivación que a veces encontramos en estas entidades, dada su elevada carga de trabajo, escasez de recursos, y las diversas restricciones propias del sector público. Como lo expresaron espontáneamente algunos de los participantes con satisfacción, este tipo de instancia no sólo favorece la innovación en los CESFAM, sino que se convierte en una forma de “autocuidado personal” de los asistentes, que rara vez encuentran instancias de intercambio relajado de relaciones sociales y experiencias técnicas con sus colegas en un ambiente distendido.

Cuadro 1: Desafíos, instituciones e innovaciones desarrolladas Proyecto FON-DEF Colaboración Pública

DESAFÍO	INSTITUCIÓN	DESCRIPCIÓN DE LA INNOVACIÓN	ESTADO
Mejorar la Compensación de crónicos	CESFAM Cristo Vive, Recoleta	Modelo de gestión de crónicos por casos, para optimizar la gestión de los riesgos.	Materializado
Mejorar la Gestión de Farmacias	3 CESFAMs de Macul: Santa Julia, Padre Hurtado y Félix de Amesti	Impresora térmica y entrega de dosis en mayores plazos a pacientes crónicos	Materializado
Detección de pacientes vulnerables sin control	CESFAM Lucas Sierra (Conchalí), Batuco (Lampa) y Cristo Vive (Recoleta)	Sistema de alertas para pesquisar pacientes en SAPU	En vías de materialización
Disminuir la frecuencia de heridas en pacientes con pie diabético	CESFAM José Alvo, Mafioletti, Villa O'Higgins y La Florida (todos de La Florida)	Coordinación de pacientes con pie diabético derivados al Hospital para curación	Materializado
Mejorar la Capacidad Resolutiva de la Atención Primaria.	CESFAM Los Quillayes, Santa Amalia y Villa O'Higgins (todos de La Florida)	Coordinación entre médicos triadores y especialistas del Hospital para acordar los criterios de derivación	En vías de materialización
Gestión de recintos deportivos	Municipalidad de Peñalolén	Planificación de cursos y tarifas; Establecer procesos para mantenimiento de equipos y agua.	Materializado

Así, por ejemplo, en la encuesta de salida de las Innovaciones, diversos participantes señalaron estos eventos como instancias de motivación y desahogo. Algunas respuestas textuales:

“(...) me he dado cuenta que hay otras alternativas de hacer salud que sí pueden ser implementadas acá (...) ha habido cosas de otras comunas que son bien puntuales que sí son aplicables acá y que sí resolverían un problema”

“(...) cuando se genera un compromiso de reunirse o trabajar en algo (...) a raíz del pie diabético saltamos a la reunión en La Florida y ahí aparecen otros temas”

“Luego de la innovación nos hemos estado reuniendo, unas dos veces más y ahora tendremos la tercera (...) A veces son cosas muy sencillas que se pueden implementar.”

En cuanto a la plataforma www.colaboracionpublica.cl, el primer semestre de operación a inicios de 2013, (en el modelo original de gestión de tipo lineal), tuvo 200 usuarios registrados y 3400 visitas. El primer semestre de 2014, en el nuevo modelo, ya aumentó a 361 usuarios y 7300 visitas, lo cual es una cifra elevada para consultas muy tecnificadas. De igual manera se han duplicado los seguidores en la cuenta Twitter @colaboracionaps, y resulta muy interesante visitar esa cuenta para constatar el tipo de conversaciones que ahí se dan.

El resultado de mayor impacto potencial consiste en que, al momento de envío de este texto a publicación, hemos concordado un programa de largo plazo con uno de los mayores Servicios de Salud de Chile ⁴, que cubre a 1.2 millones de habitantes, 4 hospitales públicos y 40 CESFAM, para masificar la metodología de co-creación de innovaciones en la salud primaria de pacientes adultos. Esperamos reportar esta experiencia masiva en la literatura, en aproximadamente un año más, con estimaciones de rentabilidad social e impacto, tanto de innovaciones específicas, como de la rentabilidad social del sistema integrado de co-creación, computando gastos de inversión y de operación del mismo. Más recientemente, la Corporación de Fomento de la Producción adjudicó a nuestro equipo del Centro de Sistemas Públicos tres proyectos concursados, para replicar esta metodología en servicios públicos tales como Chilecompras, el Servicio Civil y la Dirección de Aeropuertos del Ministerio de Obras Públicas.

En suma, hemos podido constatar que, con el mismo equipo de profesionales e investigadores, en el mismo espacio de trabajo de la salud primaria, con los mismos desafíos técnicos, con los mismos actores institucionales y personas, bastó un ligero cambio de enfoque desde la “transferencia vertical del maestro al aprendiz” de tipo lineal (es decir la gestión de un sistema meramente complicado), al espacio de “co-creación entre pares” y una buena gestión del fuzzy front end, ad hoc a un sistema complejo de múltiples actores, en el cual cada uno adopta decisiones en función de motivaciones muy diferentes, para detonar un efectivo proceso de generación de posibilidades innovadoras, y de materialización de las mismas, de gran efectividad, y que ya ha comenzado también a suscitar el interés de otros sectores y entidades de gobierno en Chile en temas muy diferentes.

⁴Servicio de Salud Metropolitano Sur Oriente.

3. Recomendaciones para una institucionalidad de soporte a la co-creación de innovaciones públicas

La tendencia internacional reciente señala un fuerte y novedoso énfasis en la formación de entes – como el MindLab de Dinamarca - que constituyen una suerte de mesa de ayuda permanente para apoyar la co-creación de innovaciones en el sector público, privilegiando los enfoques de colaboración entre entidades públicas, y entre éstas y la ciudadanía, de una manera más bien desestructurada, cara a cara y participativa.

En América Latina estamos, como en otros tópicos, atrasados en esta materia, siendo que la fenomenología de la innovación pública no es particularmente diferente. En un caso piloto de la salud primaria chilena hemos podido constatar el éxito de este nuevo enfoque, en que todos los principios básicos descritos en la literatura internacional se han verificado sistemáticamente. En principio, no vemos razón por la cual este concepto no pudiera adaptarse y extenderse a otros ámbitos como la atención hospitalaria de nivel secundario o terciario, la educación pública, los gobiernos regionales y locales, o también a problemáticas y desafíos intersectoriales comunes a la administración del estado, como administración municipal, gestión de las tecnologías de información, recursos humanos, gestión de programas y proyectos, sistemas de administración y finanzas, transparencia, auditoría, y otros.

Estos nuevos enfoques requerirán de una institucionalidad y recursos humanos, financieros e informáticos permanentes y sostenibles para conformar estas “mesas de ayuda”, sean ellas a nivel de un sector como la salud o la educación, o más transversales e intersectoriales. Evidentemente, cada sector y país tendrá que encontrar las fórmulas institucionales más apropiadas. De acuerdo a la literatura y experiencia internacional, así como de los aprendizajes obtenidos en nuestro proyecto, estas fórmulas institucionales, cualquiera sea la forma jurídica que adopten, debieran cumplir con algunos requisitos clave de diseño:

- Una fuente de financiamiento permanente y estable de la institucionalidad de la mesa de ayuda, sus recursos humanos, las plataformas tecnológicas, presupuestos de diseminación y difusión, infraestructura física, y capacidad de organización de eventos de co-creación y design thinking de diferente naturaleza, así como capacidad para dar seguimiento y apoyar los acuerdos adoptados. Estos recursos financieros son relativamente menores comparados con los resultados potenciales, pues bastará con pequeños equipos profesionales para lograr impactos significativos.
- Una instancia de gobernanza clara y transparente de esta institucio-

nalidad, conformada por representantes ministeriales y/o de agencias públicas, expertos en los temas sectoriales, y en gestión de innovación y procesos.

- Agilidad, estabilidad de su personal, y minimización de restricciones burocráticas.
- Personal y directivos con un perfil nítido de proactividad, emprendimiento, conocimientos básicos de gerencia pública y gestión de la innovación, complementado por personal con especialidad en los temas sectoriales relacionados con dicha iniciativa.

De cumplirse estos requisitos, cualquiera sea la forma jurídica que estas instituciones adquieran, si es que llegasen a constituirse de manera estable en el tiempo, creemos que podrían darse saltos significativos tanto en el volumen como en la tasa de éxito de innovaciones del sector público latinoamericano y, tal vez más importante aún, en el sentido de misión, entusiasmo y vocación de servicio de sus funcionarios.

La necesidad de gestionar la innovación en el sector público es una tarea fundamental. Hemos encontrado una senda potencialmente fructífera, por cierto que no exenta de complejidades, que puede agilizar y aumentar la efectividad de las innovaciones de las instituciones públicas de forma efectiva y sustentable en diversos países. Aún queda mucho por co-crear e innovar en las maneras de fomentar la innovación y construir servicios públicos acordes a las necesidades del siglo XXI.

Agradecimientos: Los autores, del Centro de Sistemas Públicos del Departamento de Ingeniería Industrial de la Universidad de Chile, agradecen el apoyo financiero del proyecto “Sistema de Gestión del Conocimiento para la Transferencia de Innovaciones y Buenas Prácticas de Gestión entre Gobiernos Locales”, D10I 1034, provisto por el “XVIII Concurso de Proyectos de Investigación y Desarrollo” del Fondo de Fomento Científico y Tecnológico (FONDEF) de la Comisión Nacional de Ciencia y Tecnología (CONICYT). Igualmente, agradecen la colaboración de los directivos y personal de las unidades municipales involucradas ha sido vital para el desarrollo de esta experiencia.

Referencias

- [1] A. Barros. polisDigital: Algunas reflexiones en torno a políticas públicas de desarrollo digital. Recuperado el 24 de Marzo de 2014, de <http://www.polisdigital.info/>, 2012.
- [2] C. Bason. Leading Public Sector Innovation: Co-Creating for a Better Society. Bristol, UK: *The Policy Press*, 2010.
- [3] R. D. Behn. The Adoption of Innovation: The Challenge of Learning to Adapt Tacit Knowledge. En S. Borins (Ed.), *Innovations in government: Research, recognition, and replication* (págs. 138-158). Washington D.C., EE. UU.: Brookings Institution Press, 2008.
- [4] V. Bekkers, J. Edelenbos y B. Steijn. Innovation in the public sector: Linking capacity and leadership. *Palgrave Macmillan*, 2011.
- [5] B. Bennett y C. Rolheiser. Beyond Monet: The artful science of instructional integration. Toronto, Canadá: *Bookation Inc*, 2001.
- [6] C. Bloch y M. Bugge. Public sector innovation—From theory to measurement. *Structural Change and Economic Dynamics*, 27, 133-145, 2013.
- [7] S. Borins. Innovations in government: Research, recognition, and replication. Washington, D.C.: *Brookings Institution Press*, 2008.
- [8] P. Cilliers. Complexity and Postmodernism: Understanding Complex Systems. Nueva York, Estados Unidos: *Routledge*, 1998.
- [9] Denner, L., Diaz, T. (2011). Knowledge management in the public sector: an online presence as a tool for capture and sharing, *Series Studies and Perspectives*, No. 20. Recuperado el 14 de Febrero de 2014, de ECLAC Subregional Headquarters for the Caribbean: <http://goo.gl/4A11U3>, 2011.
- [10] W. Eggers y S. Kumar. The Public Innovator's Playbook: Nurturing Bold Ideas in Government. Winnipeg, MB, Canadá: *Deloitte Research and the Ash Institute for Democratic Governance and Innovation at Harvard Kennedy School of Government*, 2009.
- [11] M. Farah y P. Spink . Subnational Government Innovation in a Comparative Perspective: Brazil. En S. Borins (Ed.), *Innovations in government: Research, recognition, and replication* (págs. 71-112). Washington, D.C.: Brookings Institution Press, 2008.

- [12] P. Freire. Pedagogía del Oprimido (20^o reimpresión en España, octubre de 2008 ed.). Madrid, España: *Siglo XXI Editores*, 1970.
- [13] O. Gassmann y F. Schweitzer. Managing the Unmanageable: The Fuzzy Front End of Innovation. En O. Gassmann, F. Schweitzer (Edits.), *Management of the Fuzzy Front End of Innovation* (págs. 3-14). Springer International Publishing, 2014.
- [14] R. González, J. Llopis y J. Gasco. Innovation in public services: The case of Spanish local government. *Journal of Business Research* , 66 (10), 2024-2033, 2013.
- [15] Hansen, Morten T., Mitin Noria y Thomas Tierney. What's Your Strategy for Managing Knowledge?, *Harvard Business Review*, Marzo, 1999.
- [16] J. Hartley. Does Innovation Lead to Improvement in Public Services? Lessons from the Beacon Scheme in the United Kingdom. En S. Borins (Ed.), *Innovations in government: Research, recognition, and replication*. Washington D.C.: Brookings Institution Press, págs. 159-187, 2008.
- [17] C. Leeuwis y N. Aarts. Rethinking Communication in Innovation Processes: Creating Space for Change in Complex Systems. *The Journal of Agricultural Education and Extension*, 17 (1), 21-36, 2011.
- [18] C. O'Dell y J. Grayson. If only we knew what we know: identification and transfer of internal best practices, *California Management Review*, Vol. 40 No. 3, pp. 154-65, 1998.
- [19] C.K. Prahalad y V. Ramaswamy. The Future of Competition: Co-Creating Unique Value with Customers. *Boston: Harvard Business School Press*, 2004
- [20] V. Ramaswamy y K. Ozcan. The Co-Creation Paradigm. California, Estados Unidos: *Stanford Business Books*, 2014.
- [21] C. Sánchez, M. Lasagna, y X. Marcet. Innovación Pública, un modelo de aportación de valor. Santiago, Chile: *RiL Editores*, 2013
- [22] G. Sargut y R. McGrath. Learning to Live with Complexity. Recuperado el 30 de Junio de 2014, de *Harvard Business Review*: <http://hbr.org/2011/09/learning-to-live-with-complexity>, 2011.
- [23] G. Surie y J. Hazy. Generative Leadership: Nurturing Innovation in Complex Systems. *Emergence: Complexity and Organization* , 8 (4), 13-26, 2006.

- [24] J. Treadwell. DesignGov pilot finishes. Recuperado el 24 de Marzo de 2014, de *DesignGov*: <https://design.govspace.gov.au/2013/12/12/designgov-pilot-finishes/>, 2013.
- [25] H. Vibeke y C. Bason. Powering Collaborative Policy Innovation: Can Innovation Labs Help? *The Innovation Journal* , 17 (1), Artículo 4, 2012.

OPTIMIZACIÓN DEL ÁREA DE DRENAJE EN YACIMIENTOS NO CONVENCIONALES POR MEDIO DE PROGRAMACIÓN LINEAL ENTERA

FERNANDO ALIAGA*
DIEGO DELLE DONNE**
GUILLERMO DURÁN***
JAVIER MARENCO****

Resumen

En este trabajo se estudia el problema de optimización del área de drenaje en yacimientos no convencionales de hidrocarburos, con el objetivo de proponer un plan de explotación del yacimiento que optimice la producción total y respete restricciones ambientales, capacidades operativas y tecnologías de extracción disponibles. Se presentan las características del problema y se describe un enfoque de resolución basado en un modelo de programación lineal entera sobre una discretización del área geográfica del yacimiento. Los experimentos computacionales muestran que este enfoque es adecuado para la resolución práctica de este problema, y que permite generar soluciones que tienen en cuenta todas las restricciones involucradas.

Palabras Clave: hidrocarburos, yacimientos no convencionales, programación lineal entera

* Impronta IT S.A., Argentina.

** Departamento de Computación, FCEyN, Universidad de Buenos Aires, Argentina, e Instituto de Ciencias, Universidad Nacional de General Sarmiento, Argentina.

*** Instituto de Cálculo, FCEyN, Universidad de Buenos Aires, Argentina, y Departamento de Ingeniería Industrial, FCFM, Universidad de Chile, Chile.

**** Departamento de Computación, FCEyN, Universidad de Buenos Aires, Argentina, e Instituto de Ciencias, Universidad Nacional de General Sarmiento, Argentina.

1. Introducción

Un *yacimiento petrolífero* es una acumulación natural de hidrocarburos (gas natural y petróleo, entre otros) en el subsuelo. La *explotación convencional* de hidrocarburos consiste en realizar perforaciones en el sustrato que llegan hasta estos depósitos, por medio de las cuales se extraen los fluidos en cuestión. Los pozos petrolíferos se dicen *surgentes* cuando los hidrocarburos alcanzan la superficie a través de la perforación. Cuando esto no sucede, se recurre a medios mecánicos para el bombeo desde el subsuelo.

Debido a la creciente escasez de reservas de hidrocarburos acumulados en yacimientos convencionales, la industria del petróleo y diversos gobiernos nacionales han tornado su atención en las últimas décadas a la explotación de *yacimientos no convencionales*. Por este término nos referimos a los yacimientos que no pueden ser explotados por medio de técnicas convencionales. Uno de los tipos de yacimientos más explorados está dado por las reservas de petróleo y gas natural almacenados en un tipo de rocas sedimentarias llamadas *pelitas (shale)* generalmente negras y con alto contenido de materia orgánica, conocidos como yacimientos de *shale gas* y *shale oil*.

La explotación de este tipo de yacimientos utiliza métodos de *fractura hidráulica*, por medio de los cuales se generan fracturas en la roca madre, ya que el hidrocarburo nunca migró de la roca generadora para acumularse en un reservorio convencional. Estas fracturas permiten concentrar el petróleo y el gas natural contenido en la roca para ser extraídos posteriormente. Dado que las fracturas se realizan inyectando agua y propantes químicos a alta presión, este tipo de explotación se vio envuelto desde sus inicios en controversias en cuanto a su impacto sobre el medio ambiente, y es habitual que los países con reservas de *shale gas* y *shale oil* pongan en marcha marcos regulatorios estrictos para su explotación. A pesar de que las primeras inyecciones de material para la extracción de hidrocarburos se remontan a la segunda mitad del siglo XIX, este tipo de métodos se usa en explotaciones extensivas recién desde principios del siglo XXI, principalmente en Estados Unidos. Además de las reservas en Estados Unidos, en la última década se han descubierto enormes reservas de *shale gas* y *shale oil* en Argentina, Canadá y China.

La explotación de un yacimiento hidrocarburífero plantea diversos desafíos para la investigación operativa, incluyendo problemas de localización de perforaciones, desarrollo de secuencias factibles de explotación, despliegue de equipos, y organización de la logística de la explotación, entre otros. En este trabajo

nos concentramos en un problema que surge al momento de optimizar la explotación de yacimientos de *shale gas* y *shale oil*, que denominamos *optimización del área de drenaje*, y que describimos en la próxima sección.

El presente trabajo está organizado del siguiente modo. En la Sección 2 damos una introducción a las técnicas de fractura hidráulica y, basados en esta descripción, definimos formalmente el problema de optimización a estudiar. La Sección 3 propone un algoritmo para este problema, basado en una discretización del yacimiento, y la Sección 4 presenta algunos resultados computacionales que muestran que el algoritmo es efectivo. Finalmente, la Sección 5 cierra el trabajo con algunas líneas para desarrollos futuros.

2. El problema

Describimos someramente en esta sección el proceso de explotación de un yacimiento *shale*. En primer lugar, se realizan varias perforaciones verticales en el subsuelo que llegan hasta la roca madre (ver Figura 1(a)). El sector en la superficie alrededor de las bocas de pozo se denomina *locación*, y habitualmente ocupa un área rectangular de entre algunas decenas y unos pocos cientos de metros por lado. Estos equipos son los únicos que se ven en la superficie, y habitualmente su instalación involucra obras de nivelación del suelo y construcción de caminos de acceso. Como consecuencia, las locaciones no pueden estar sobre cursos de agua, barrancos o en sitios montañosos.

Cada perforación atraviesa la roca madre, y a lo largo de esta perforación se realizan los procesos de inyección de materiales para lograr la fractura de la roca. Luego, se utilizan las mismas para la extracción de los hidrocarburos que migran hacia las zonas de fractura. De esta forma, desde una locación en la superficie se puede explotar un sector muy amplio en el subsuelo. La zona explotada a partir de una locación se denomina *pad*, y tiene una forma típicamente rectangular. Dependiendo de la cantidad de perforaciones verticales, del largo de las perforaciones horizontales y de la cantidad y características de las zonas de fractura, el pad resultante puede tener diversos tamaños. Por ejemplo, la Figura 1(b) muestra una vista vertical de una explotación con seis pozos horizontales y tres zonas de fractura por perforación.

Se representan habitualmente los pads por medio de rectángulos que contienen los pozos y las zonas de fractura. Dado que las zonas de fractura en la roca madre no se deben superponer, no debe existir más que pequeñas superposiciones entre los pads, visualizados sobre el mapa del yacimiento. Estas pequeñas superposiciones están permitidas porque el pad es una representación

simplificada en forma de rectángulo del arreglo de pozos y fracturas (correspondiente a una envolvente más una pequeña tolerancia), pero las fracturas no alcanzan a los bordes del pad. Al momento de realizar la explotación, se evita la superposición de fracturas en la roca madre calibrando las perforaciones.

Al momento de planificar la explotación de un yacimiento no convencional, uno de los principales problemas a resolver es dónde ubicar las locaciones y qué tipo de explotación realizar en cada una (lo cual determina el tipo y tamaño de los pads resultantes) con el objetivo de maximizar la producción y minimizar los costos y el impacto ambiental. Este problema se conoce con el nombre de *optimización del área de drenaje*, y como resultado se espera un *plan de explotación* que muestre las ubicaciones de locaciones y pads.

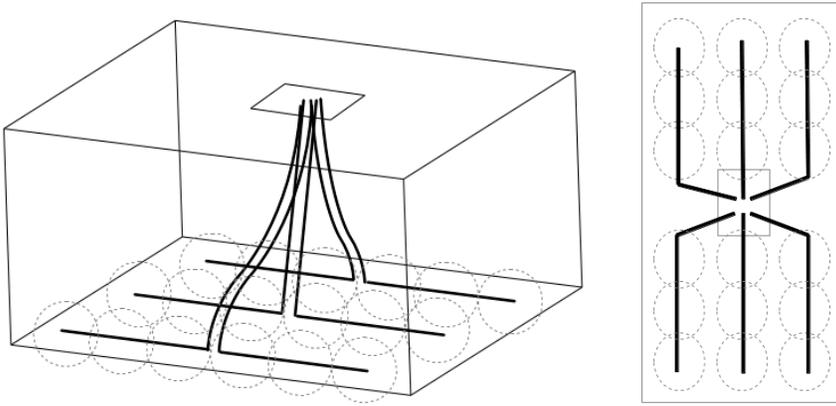


Figura 1: Vista esquemática (a) lateral y (b) vertical de un pad de 6 pozos horizontales. La locación está ubicada en la superficie, y el pad corresponde al área completa de explotación, ubicada en la roca madre en el subsuelo.

Formalmente, los datos de entrada del problema están dados por los siguientes elementos:

1. El yacimiento $Y \subseteq \mathbb{R}^2$, que en este trabajo asumimos dado por un polígono en el plano (no necesariamente convexo). Todos los pads deben estar ubicados dentro del perímetro del yacimiento.
2. Una función $\text{ogip} : Y \rightarrow \mathbb{R}_+$ (*original gas in place*), que especifica la cantidad de *shale gas* esperada en cada punto del yacimiento, y el precio de venta $\rho \in \mathbb{R}_+$ de cada unidad extraída. Dado un pad $P \subseteq Y$ ubicado dentro del yacimiento, el gas total obtenido por explotar el pad está dado por $\text{ogip}(P) := \int_P \text{ogip}(x) dx$.
3. Un conjunto $\mathcal{S} = \{S_1, \dots, S_k\}$ de configuraciones posibles de pads, que podemos utilizar para explotar el yacimiento. Para cada configuración

$S \in \mathcal{S}$, tenemos estos datos:

- Largo $lp_S \in \mathbb{R}_+$ y ancho $ap_S \in \mathbb{R}_+$ del pad, en metros.
 - Largo $ll_S \in \mathbb{R}_+$ y ancho $al_S \in \mathbb{R}_+$ de la locación en metros, y asumimos que $ll_S < lp_S$ y $al_S < ap_S$.
 - La locación está ubicada en el centro del pad, pero se puede mover algunos metros de este centro para evitar obstáculos geográficos. El parámetro de tolerancia $tol_S \in \mathbb{R}_+$ especifica la cantidad máxima de metros que el centro de la locación se puede mover con relación al centro del pad.
 - Finalmente, se tiene el costo $c_S \in \mathbb{R}_+$ de construcción del pad. Dado un pad P correspondiente a la configuración S , definimos su *margen neto* como $neto(P) := \rho \times ogip(P) - c_S$.
4. Un conjunto de obstáculos –habitualmente de índole geográfica– que las locaciones deben evitar. Consideramos que cada obstáculo está dado por un polígono en el plano, y ninguna locación se puede superponer con ningún obstáculo.
 5. Un ángulo $\alpha \in [0, 2\pi]$ de explotación ideal, denominado *ángulo de esfuerzo horizontal mínimo*, que especifica la orientación aproximada que deben tener los pozos horizontales sobre el yacimiento con relación al norte geográfico. Como esta orientación es aproximada, se tiene una tolerancia $\beta \in [0, 2\pi]$, que especifica que todos los pads deben estar orientados en un ángulo comprendido en el intervalo $[\alpha - \beta, \alpha + \beta]$.

El problema consiste en hallar un conjunto de pads $\mathcal{P} = \{P_1, \dots, P_n\}$ y un conjunto de locaciones $\mathcal{L} = \{L_1, \dots, L_n\}$ (de modo tal que la locación L_i corresponda al pad P_i , para $i = 1, \dots, n$) que maximice $neto(\mathcal{P}) := \sum_{i=1}^n neto(P_i)$ de modo tal que se cumplan las siguientes restricciones:

1. Todos los pads deben estar contenidos dentro del yacimiento, es decir $P_i \subseteq Y$ para $i = 1, \dots, n$.
2. Como *restricción elástica*, los pads de la solución no se deben superponer, dado que corresponden a zonas de fractura en la roca madre. Esta restricción es elástica dado que se permiten superposiciones menores entre pads, por los motivos comentados más arriba.
3. Cada pad y su locación deben responder a las especificaciones de una configuración de \mathcal{S} . Es decir, para cada $i = 1, \dots, n$ debe existir una configuración $S \in \mathcal{S}$ tal que P_i tiene largo lp_S y ancho ap_S , L_i tiene

largo ll_S y ancho al_S y su centro está a no más de tol_S metros del centro de P_i , y finalmente P_i y L_i están orientados en un mismo ángulo, el cual debe estar entre $\alpha - \beta$ y $\alpha + \beta$.

4. Ninguna locación de \mathcal{L} se debe superponer con ningún obstáculo.

Por ejemplo, la Figura 2(a) muestra un yacimiento y los obstáculos dentro del yacimiento, y la Figura 2(b) muestra una solución factible para $\alpha = \pi/4$ y para dos configuraciones posibles. Dado que la función ogip no siempre está bien determinada de antemano –y en ocasiones se trabaja con estimaciones poco fiables de esta función– alternativamente se puede solicitar que se maximice el área total cubierta con los pads propuestos, en lugar del beneficio neto total obtenido. El algoritmo que se presenta en la próxima sección permite utilizar cualquiera de estas dos funciones objetivo, o una combinación lineal de ambas.

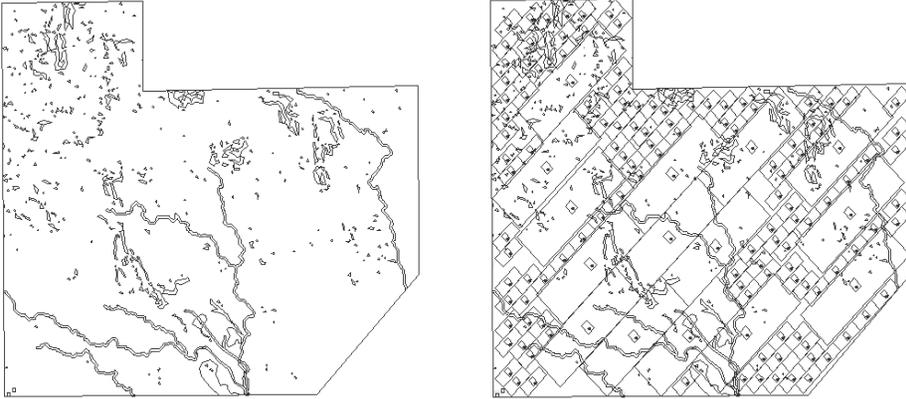


Figura 2: Ejemplo de (a) un yacimiento y obstáculos dentro del yacimiento y (b) una solución factible para esta instancia.

3. Algoritmo propuesto

El problema de optimización del área de drenaje descrito en la sección anterior admite más de un enfoque para su resolución. Dado que no resulta sencillo el modelado por medio de técnicas de programación lineal entera si se admite cualquier coordenada en el plano para las ubicaciones de los pads y de las locaciones, un enfoque natural está dado por el uso de técnicas metaheurísticas. Un enfoque directo utilizando algoritmos genéticos para representar las ubicaciones de los pads y penalizando en la función objetivo las

violaciones a los obstáculos puede resultar útil en este contexto. Otro enfoque puede provenir de técnicas de geometría computacional, en especial utilizando resultados de *tiling* del plano por medio de rectángulos, aunque en este caso no está claro cómo manejar adecuadamente las restricciones dadas por los obstáculos geográficos.

En este trabajo se optó por reducir el problema a un problema de conjunto independiente de peso máximo en un grafo dado por la discretización del área del yacimiento, que proporcionó buenos resultados en la práctica. Dado un grafo $G = (V, E)$, un *conjunto independiente* es un conjunto $I \subseteq V$ de vértices tal que $ij \notin E$ para todo $i, j \in I$. Si además tenemos una función de peso $w : V \rightarrow \mathbb{R}$, el *peso* del conjunto independiente I es $w(I) := \sum_{i \in I} w_i$. La motivación para este enfoque viene dada por el hecho de que el conjunto de pads de la solución conforma un conjunto de elementos no conflictivos entre sí, situación que es modelada adecuadamente por medio de conjuntos independientes en un grafo. Sin embargo, esta reducción trae aparejado un *costo de discretización*, que será mayor cuanto mayor sea el paso de discretización seleccionado.

A grandes rasgos, el algoritmo propuesto está compuesto por los siguientes puntos:

1. Discretización $D \subseteq Y$ del área geográfica del yacimiento.
2. Generación de un conjunto \mathcal{T} de pads posibles sobre la base de la discretización D .
3. Planteo de un grafo $G = (\mathcal{T}, E)$, de modo tal que cada conjunto independiente de G corresponde a una solución factible del problema de optimización del área de drenaje. Los vértices del grafo reciben pesos adecuadamente definidos, de modo tal que el peso de cada conjunto independiente corresponde a la función objetivo de la solución factible.
4. Búsqueda de un conjunto independiente de peso máximo sobre G por medio de un modelo de programación lineal entera, para obtener una solución \mathcal{P} al problema.

Describimos a continuación cada punto del algoritmo. Para esto, sean $\Delta_x, \Delta_y \in \mathbb{R}_+$ los *pasos de discretización* y sea $A = \{\alpha_1, \dots, \alpha_p\}$ un conjunto de ángulos posibles, de modo tal que $\alpha_i \in [\alpha - \beta, \alpha + \beta]$ para $i = 1, \dots, p$. En nuestra implementación computacional, tomamos $A = \{\alpha - \beta, \alpha, \alpha + \beta\}$.

Discretización. El primer paso del algoritmo consiste en generar una discretización $D = \{(x_i, y_i)\}_{i=1}^m$ por filas y columnas del área del yacimiento, de modo tal que dos puntos consecutivos de una misma fila estén a distancia Δ_x

y dos puntos consecutivos de una misma columna estén a distancia Δ_y . Para esto, se genera un reticulado de puntos en el plano con ángulo α . Por ejemplo, la Figura 3(a) muestra una discretización para el yacimiento de la Figura 2.

Generación de pads. Para cada punto $(x, y) \in D$ de la discretización, cada configuración $S \in \mathcal{S}$ y cada ángulo $i \in \{1, \dots, p\}$, se incluye en el conjunto \mathcal{T} un pad P con configuración S , centrado en (x, y) y rotado en ángulo α_i , siempre que el pad P (i) esté incluido completamente dentro de Y y (ii) su locación L no interseque con ningún obstáculo. Para determinar este último punto, se consideran como centros posibles de la locación el punto (x, y) y ocho puntos equiangulados sobre la circunferencia de centro (x, y) y radio tol_S (ver Figura 3(b)), y se considera que se cumple la condición (ii) si para alguno de estos puntos, la locación centrada en ese punto no interseca a ningún obstáculo. Este enfoque es arbitrario e incurre en un nuevo error de discretización, pero se observó que genera resultados aceptables en la práctica.

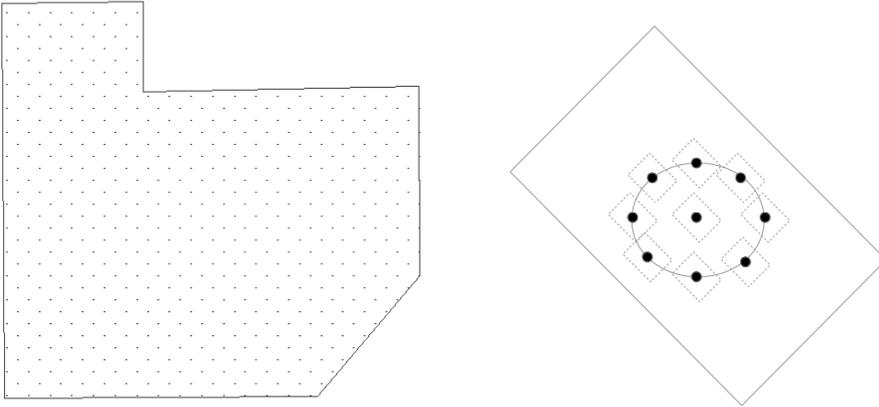


Figura 3: Ejemplo de (a) discretización del yacimiento presentado en la Figura 2 con $\alpha = \pi/4$ y (b) centros posibles para la locación de un pad.

Grafo de conflictos. Se genera un grafo $G = (\mathcal{T}, E)$ cuyos vértices están dados por todos los pads generados en el punto anterior, y cuyas aristas unen pares de pads con intersección no vacía. El conjunto E está compuesto por los pares (P_1, P_2) tales que existe algún punto $(x, y) \in D$ con $(x, y) \in P_1$ y $(x, y) \in P_2$. Esta definición de E permite que existan pares de pads con pequeñas superposiciones pero sin una arista que los una en G . Esto sucede cuando la intersección no contiene ningún punto de la discretización D , lo cual puede ocurrir sólo cuando la superposición es pequeña. De este modo, se maneja adecuadamente la restricción elástica de no superposición de pads.

Obtención de una solución. Se plantea y se resuelve la siguiente formulación de conjunto independiente con peso máximo sobre G , usando las restricciones

clique sobre todos los puntos de la discretización. En este modelo, se tiene una variable binaria x_P por cada pad $P \in \mathcal{T}$, de modo tal que $x_P = 1$ si y sólo si el pad P se incluye en la solución.

$$\begin{aligned} & \text{máx} \quad \sum_{P \in \mathcal{T}} g(P)x_P \\ & \sum_{P:(x,y) \in \mathcal{T}} x_P \leq 1 \quad \forall (x,y) \in D \\ & x_P \in \{0,1\} \quad \forall P \in \mathcal{T} \end{aligned}$$

El coeficiente $g(P)$ asociado con la variable x_P en la función objetivo es $g(P) = \text{neto}(P)$ si se optimiza el beneficio total (dado por la venta de la producción total esperada menos los costos de construcción), o bien $g(P) = \text{area}(P)$ si se optimiza el área total cubierta. Dado que los puntos de la discretización D generan todas las cliques maximales de G (aunque no todo punto de D genera necesariamente una clique maximal), esta formulación incluye todas las restricciones de la formulación por cliques del problema de conjunto independiente de peso máximo, y se espera que sea más fuerte que una formulación con una restricción por arista. Dadas las características aproximadas del procedimiento, no resulta imprescindible en la práctica resolver en forma óptima el modelo de programación entera planteado, aunque la próxima sección muestra que en general este modelo se resuelve en forma exacta para tamaños de instancia razonables.

La generación de la discretización D es un paso clave dentro del algoritmo. Si los pasos de discretización Δ_x y Δ_y son demasiado grandes, entonces no se generará un número suficientemente grande y variado de pads en \mathcal{T} y la solución será de peor calidad, además de incluir potencialmente superposiciones entre los pads seleccionados, dado el modo en el que se generan las aristas de G . Sin embargo, a medida que Δ_x y Δ_y disminuyen se espera que estos efectos se vean minimizados, y que caigan por debajo de los errores de mediciones y de los parámetros de seguridad habituales en la industria hidrocarburífera. A medida que Δ_x y Δ_y tienden a cero, la solución generada por este procedimiento tiende a la solución óptima. Los experimentos computacionales presentados en la próxima sección muestran que eligiendo adecuadamente los valores de Δ_x y Δ_y se obtienen buenos resultados.

4. Experimentos computacionales

Recogemos en esta sección algunos experimentos computacionales para comprobar la efectividad del algoritmo. El algoritmo fue implementado en

Java 7 utilizando el entorno eclipse 4.2.1 como ambiente de desarrollo. Se utilizó SCIP 3.0.1 [1] para resolver el modelo de programación lineal entera, que fue codificado utilizando el lenguaje de modelado ZIMPL [3]. Todos los experimentos fueron ejecutados en un computador con procesador Intel Core 2 Duo a 2.00 GHz y con 4 GB de memoria RAM.

Para la implementación, se discretizan también los valores de la función ogip, ya que no es habitual contar con una fórmula cerrada para esta función. Dado un conjunto finito de puntos $D' \subseteq Y$ (que normalmente no coincide con D), se tiene un valor aproximado $f(c) = \int_B \text{ogip}(x)dx$ en un entorno B del punto c , para cada $c \in D'$. Dado un pad P , se estima $\text{ogip}(P) \cong \sum_{c \in D' \cap P} f(c)$ en la implementación.

El Cuadro 1 muestra la cantidad de pads generados y la calidad de la solución en función de los parámetros Δ_x y Δ_y de discretización, que se fijan ambos en el mismo valor para estos experimentos. Estos experimentos fueron realizados sobre el yacimiento mostrado en la Figura 2, que está ubicado en el paraje conocido como Cañadón Amarillo, en la provincia de Mendoza (Argentina) y tiene 10.900 m de ancho y 9.335 m de largo, y para dos configuraciones con pads de 1.080×3.190 m y 700×340 m respectivamente. La segunda y tercera columnas muestran la cantidad $|\mathcal{T}|$ de pads y la cantidad de restricciones del modelo de programación lineal entera, respectivamente. La columna “Tiempo” contiene el tiempo de resolución total, y la columna “MIP” contiene el tiempo que SCIP requirió para resolver el modelo de programación lineal entera, con un máximo de 5 minutos. Finalmente, la última columna muestra el gap de optimalidad de la solución final del modelo de programación lineal entera.

$\Delta_x = \Delta_y$ (m)	$ \mathcal{T} $	Restr.	Tiempo (seg)	MIP (seg)	Gap (%)
500	282	295	4.93	0.03	0.00
400	426	410	6.24	0.06	0.00
300	784	828	6.89	0.13	0.00
200	1745	1800	16.13	5.96	0.00
150	3126	3524	287.91	266.04	0.00
125	4510	5011	140.80	108.99	0.00
100	7047	7867	356.42	300.00	0.71

Cuadro 1: Cantidad de pads y tiempo de resolución del modelo de programación lineal entera en función del paso de discretización, para una instancia seleccionada.

Una conclusión interesante que se desprende del Cuadro 1 es la buena capacidad de resolución de los modelos de programación lineal entera que representan problemas de conjunto independiente de peso máximo sobre grafos

relativamente grandes. Esto no es habitual en la resolución práctica de problemas de conjunto independiente máximo (o su versión equivalente de clique máxima). En nuestro caso, esta situación favorable está dada porque se puede utilizar la formulación con restricciones por cliques maximales, en lugar de recurrir a la formulación estándar que tiene una restricción por cada arista del grafo. Es gracias a la posibilidad de plantear esta formulación en esta situación particular que el enfoque de resolución basado en programación lineal entera tiene posibilidades de éxito. El Cuadro muestra que los tiempos de resolución son muy aceptables y, cuando se llega al límite de tiempo impuesto, los gaps de optimalidad son bajos.

$\Delta_x = \Delta_y$ (m)	<i>LP</i> (área)	Solución (área)	<i>LP</i> (neto)	Solución (neto)
500	78.50 %	78.50 %	$4,71 \times 10^3$	$4,71 \times 10^3$
400	74.87 %	74.87 %	$4,43 \times 10^3$	$4,43 \times 10^3$
300	—	—	—	—
200	77.65 %	77.29 %	$4,61 \times 10^3$	$4,60 \times 10^3$
150	85.41 %	84.53 %	$5,06 \times 10^3$	$5,04 \times 10^3$
125	82.84 %	81.51 %	$4,92 \times 10^3$	$4,86 \times 10^3$
100	83.81 %	83.21 %	$5,00 \times 10^3$	$4,91 \times 10^3$

Cuadro 2: Valores de la relajación lineal y de la solución obtenida para las dos funciones objetivo, en función del paso de discretización y para una instancia seleccionada. Las soluciones para $\Delta_x = \Delta_y = 300$ contienen demasiadas superposiciones entre pads por errores de discretización, y no fueron consideradas aceptables. Todas las ejecuciones excepto la correspondiente a la última fila terminaron antes de 5 minutos hallando la solución óptima.

El Cuadro 2 muestra los valores de las dos funciones objetivo en función del paso de discretización para la misma instancia que el Cuadro 1. La segunda y tercera columnas corresponden a optimizar el área total cubierta, mientras que las últimas dos columnas corresponden a optimizar el beneficio neto total considerando la función ogip y el costo de construcción de los pads. En el caso del área, se muestra el porcentaje del área total cubierta, en lugar de los valores absolutos en metros cuadrados, dado que proporcionan una mejor idea de la performance del modelo. Como se esperaba, el resultado de la optimización tiende a mejorar a medida que se incrementa el tamaño de la discretización (correspondiente a pasos cada vez menores) aunque, por la naturaleza combinatoria del problema, esta mejora no es monótona. Además de la función objetivo de la mejor solución encontrada (que es óptima excepto para la última fila del cuadro), se muestra en las columnas encabezadas con “*LP*” el valor óptimo de la relajación lineal. Puede verse que la relajación lineal es

muy buena para la formulación utilizada y el tipo de instancias de conjunto independiente de peso máximo obtenidas por el procedimiento descrito en la sección anterior, aunque esta relajación no tiene todos sus extremos enteros, como se desprende de las últimas filas del cuadro. Para esta formulación, esta afirmación equivale a constatar que el grafo generado a partir del procedimiento no es perfecto en general [2], dado que si lo fuera, la relajación lineal tendría extremos enteros.

Finalmente, el Cuadro 3 muestra el resumen de ejecuciones para otras instancias, con un tiempo máximo de 10 minutos para la resolución del modelo de programación entera. Las dos primeras instancias corresponden a yacimientos cuyo perímetro forma una figura convexa, mientras que las restantes instancias presentan concavidades. Las últimas dos filas del cuadro corresponden a yacimientos con perímetros extremadamente cóncavos, seleccionados para testear el comportamiento del algoritmo en estas condiciones. En todos los casos se usó como función objetivo la maximización del área cubierta, y el resultado se muestra (en porcentaje del área total cubierta) en la séptima columna. El cuadro muestra que los resultados son satisfactorios dentro de tiempos de ejecución razonables.

Instancia	$ \mathcal{T} $	Restr.	Tiempo (seg)	MIP (seg)	Gap (%)	% área	$ \mathcal{S} $
sqr.01	2819	1881	9.35	1.93	0.00	85.82	142
sqr.02	8497	5774	87.28	66.90	0.00	93.78	233
cnc.01	5002	6396	96.53	52.69	0.00	82.43	50
cnc.02	8176	8695	693.05	600.00	9.31	78.79	47
cnc.03	3237	4605	51.57	27.03	0.00	81.72	230
ring.01	2402	1631	5.19	0.66	0.00	94.11	284

Cuadro 3: Resumen de la ejecución para instancias con diversas características. Para la instancia cnc.02 se llegó al límite de tiempo de 10 minutos de ejecución para la resolución del modelo de programación entera.

5. Conclusiones

Se propuso en este trabajo un algoritmo basado en el problema de conjunto independiente máximo para el problema de optimización del área de drenaje en yacimientos no convencionales de hidrocarburos. Una implementación directa de este procedimiento permitió resolver satisfactoriamente instancias reales con tiempos de resolución aceptables y gaps de optimalidad muy buenos para el modelo de programación lineal entera que se resuelve como parte del

algoritmo. En particular, la reducción de una versión discretizada del problema al problema de conjunto independiente de peso máximo sobre un grafo permitió su formulación por medio de un modelo de programación lineal entera cuyo poliedro tiene buenas propiedades y permite hallar buenas soluciones.

Como se mencionó antes, el algoritmo incurre en errores de discretización, y no es factible desde el punto de vista computacional solicitar pasos de discretización arbitrariamente pequeños, dado que esto impacta en la cantidad de pads generados y en el tiempo de resolución del modelo de programación lineal entera.

Sería interesante analizar cómo depende la calidad de la solución en función del paso de discretización. En particular, sería muy relevante encontrar cotas que garanticen cierta calidad de aproximación en función de este parámetro. Este problema puede ser muy difícil de atacar con herramientas estándar de geometría computacional dados los detalles que involucra, pero quizás se puedan considerar simplificaciones (yacimientos convexos, no considerar los obstáculos, considerar un único ángulo de inclinación para los pads, etc.) para permitir un análisis que arroje información sobre el comportamiento del problema.

Otra línea interesante para trabajar sobre este problema es el planteo y análisis de nuevos algoritmos de optimización. En particular, se podrían contemplar algoritmos basados en técnicas metaheurísticas, para analizar su comportamiento en la práctica en comparación con el método propuesto en este trabajo. Es interesante el desarrollo de algoritmos metaheurísticos, porque podrían evitar los problemas dados por la discretización, aunque eventualmente al costo de un mayor tiempo de ejecución o del ajuste de sus parámetros. En conjunto, este tipo de estudios permitiría tener una comprensión más completa sobre las técnicas más adecuadas para encarar la resolución de este problema en la práctica.

Agradecimientos. Los autores agradecen la colaboración de Pablo Pazos por sus comentarios que ayudaron a clarificar el contenido geológico del presente trabajo.

Referencias

- [1] T. Achterberg, SCIP: solving constraint integer programs. *Mathematical Programming Computation*, 1-1, 1–41, 2009.
- [2] M. Grötschel, L. Lovász y A. Schrijver, Geometric algorithms and combinatorial optimization. *Springer-Verlag*, 1993.
- [3] T. Koch, Rapid Mathematical Programming. PhD Thesis, Technische Universität Berlin, 2004.

UN MODELO DE PROGRAMACIÓN LINEAL ENTERA PARA LA PLANIFICACIÓN DE CURSOS Y RELADORES DEL PROGRAMA “CONSTRUYENDO MIS SUEÑOS”

JAVIER MARENCO*
DIEGO PINTO VALDÉS**
PATRICIO WOLFF***

Resumen

El programa “Construyendo Mis Sueños”, dependiente de la Universidad de Chile, desarrolla una serie de cursos de capacitación con el aporte voluntario de un conjunto de relatores. Todos los semestres se realiza la programación de los cursos, determinando el cronograma de clases de cada uno y los relatores asignados a cada clase. Se trata de un problema de muy difícil tratamiento manual, dado que combina la programación de los cursos con la asignación de relatores a las clases, con restricciones de roles y disponibilidad individual. En este trabajo se presenta un modelo de programación lineal entera para realizar esta tarea automáticamente. El modelo fue aplicado a instancias reales, obteniéndose resultados satisfactorios, con tiempos de resolución reducidos.

Palabras Clave: programación de cursos, programación lineal entera

* Instituto de Ciencias, Universidad Nacional de General Sarmiento, Buenos Aires, Argentina.

** Departamento de Ingeniería Industrial, FCFM, Universidad de Chile, Chile.

*** Departamento de Ingeniería Industrial, FCFM, Universidad de Chile, Chile.

1. Introducción

Las micro y pequeñas empresas (MIPes) representan más de la mitad de la ocupación privada en Chile, siendo de vital importancia para el aporte y creación de empleo en la sociedad de trabajo chilena. Muchas de estas micro empresas poseen ganancias mínimas –incluso menores al sueldo mínimo– siendo algunas sólo de subsistencia para los micro emprendedores. Desde 1999 las MIPes en Chile vienen experimentando un aumento progresivo, lo que se puede explicar por la necesidad de las personas a proveer para sus hogares de forma independiente. Acompañando este desarrollo, se crea en el año 2002 el programa “Construyendo Mis Sueños”, debido a inquietudes estudiantiles sobre la realidad social en Chile.

El programa se encuentra inmerso dentro de la Universidad de Chile, como un área de la Escuela de Ingeniería y Ciencias de la Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas. Funciona con la administración centralizada de la facultad, pero sus recursos financieros son manejados independientemente, en un centro de costo asociado. Actualmente, “Construyendo Mis Sueños” desarrolla una serie de programas de capacitación en diversos ámbitos. Algunos programas se realizan regularmente, y otros se realizan a pedido de una institución que ha realizado un estudio de mercado en el ámbito MIPe y desea incentivar o aumentar la capacidad productiva de un sector en específico.

La planificación de los cursos de capacitación es una tarea sumamente compleja, dado que involucra la programación de las fechas de cursada teniendo en cuenta la disponibilidad y habilidades de los relatores, lo cual hace que incluso encontrar soluciones factibles sea un problema particularmente desafiante. El volumen de datos que se debe manejar es muy grande, y esto afecta a la calidad de una programación manual. En un diagnóstico preliminar realizado dentro del programa se encontraron algunas dificultades, que motivaron el proyecto de optimizar los procesos de planificación de los cursos. El presente trabajo se inscribe dentro de este proyecto, y describe un modelo de programación lineal entera para apoyar estas actividades de programación de cursos y relatores. El modelo toma como entrada los datos de relatores disponibles y cursos a programar, y determina el horario y fecha de comienzo de cada curso dentro de un rango aceptado, junto con los relatores asignados a cada clase.

El problema de programación de cursos que surge en este contexto combina características de problemas existentes en la literatura. El objetivo principal es realizar la programación de los calendarios de los cursos teniendo en cuenta

restricciones de inicio de clases y patrones horarios, pero teniendo en cuenta la disponibilidad de los relatores que pueden participar de las clases. Cada relator tiene una serie de habilidades, y en cada clase pueden participar distintos relatores en función de su disponibilidad y habilidades. Los autores no están al tanto de trabajos en la literatura que involucren problemas de programación con estas características.

El presente trabajo se encuentra dividido del siguiente modo. En la Sección 2 se dan detalles sobre el funcionamiento del programa “Construyendo Mis Sueños” y en la Sección 3 se describe el problema a resolver. La Sección 4 contiene el modelo de programación entera, y la Sección 5 describe los resultados computacionales derivados del proceso de planificación de cursos y relatores. Finalmente, la Sección 6 contiene conclusiones y líneas de desarrollo futuro.

2. El programa “Construyendo Mis Sueños”

La misión del programa “Construyendo Mis Sueños” es transferir, entregar y desarrollar tecnologías que permitan incrementar la capacidad de gestión a través de la instalación de nuevos estilos de trabajo, habilidades, destrezas y herramientas que permitan desarrollar el capital social de la comunidad. El programa tiene como objetivo contribuir al desarrollo del país, entregando a los micro y pequeños empresarios conocimientos y herramientas que los ayuden a consolidar sus emprendimientos, y a medianos empresarios herramientas para aumentar sus niveles de ventas y estandarizar sus procesos.

La estructura interna del programa es manejada por un directorio (consejo consultivo) externo compuesto por autoridades de la universidad –que es patrocinadora del programa– y personas externas a la Escuela de Ingeniería y Ciencias. El manejo interno se compone de un director ejecutivo y áreas de servicios, administración y captación de recursos. En los últimos años el programa ha desarrollado una serie de programas de capacitación, entre los que se pueden mencionar los siguientes:

- *Curso de Estudios Humanísticos – Emprendimiento en la realidad social.* Se trata de un curso humanista de carácter semestral realizado continuamente desde el año 2008, que pretende involucrar a estudiantes de la Universidad de Chile con la realidad en el emprendimiento de la microempresa y además funciona como primera instancia de captación de voluntariado para el programa. Este curso recibe cada semestre aproximadamente 50 alumnos, que capacitan a unos 200 micro empresarios

dentro de la Región Metropolitana, como parte de las actividades del curso.

- *Programas de fomento productivo para municipalidades.* Estos cursos son realizados para las áreas de fomento productivo de municipalidades, y tratan temáticas tales como modelos de negocios, marketing y ventas, fijación de precios, etc., destinados a micro y pequeños empresarios de la comuna. A la fecha han participado en estos programas las municipalidades de Las Condes, La Florida y Huechuraba.
- *Modelos de negocios y difusión de instrumentos de fomento público.* Este programa fue desarrollado para la Corporación de Fomento Productivo de Chile (CORFO), con el objetivo de capacitar a empresarios MIPE del sector oriente de Santiago en modelos de negocios e instrumentos de fomento productivo.
- *Programa FOSIS, Universidad de Los Lagos.* En el contexto de un fondo FOSIS, se realizó una alianza estratégica con la Universidad de los Lagos para capacitar empresarios MIPES de la X Región.
- *Red de Artesanos, Cooperativa Liberación.* La Cooperativa Liberación, en conjunto con otras instituciones de fomento a la empresa, realiza actividades para artesanos de la Región Metropolitana. El programa “Construyendo Mis Sueños” proporciona capacitación en temáticas de marketing, precios, estrategia comercial, asociatividad y legislación laboral.

El programa “Construyendo Mis Sueños” lleva el sello de la Universidad de Chile, que es un diferenciador potente dentro del mercado de capacitaciones a empresarios. Por este motivo, el programa tiene un prestigio que cuidar, en virtud de lo cual se debe garantizar un servicio de calidad, debido además por las evaluaciones de impacto que son efectuadas por los contratantes de los servicios una vez terminadas las capacitaciones y que son causa principal del pago completo o parcial de las bases contractuales. La calidad en los cursos no sólo está dada por la calidad de los relatores participantes, sino también por una asignación clara de horarios y días de clase, y una continuidad razonable de los relatores a lo largo de las clases del curso.

El proceso de programación de los cursos consiste en determinar el momento de inicio y el cronograma de clases de cada curso, determinando además qué relatores participarán en cada clase. Esta programación debe respetar diversas restricciones, incluyendo restricciones sobre las fechas de inicio, días de clases para cada curso, y restricciones sobre los relatores. Se describe con detalle el problema en la próxima sección.

Previamente al desarrollo del proyecto dentro del cual se inscribe este trabajo, este proceso se realizaba manualmente, y tenía las siguientes dificultades:

- Baja estandarización de procesos de coordinación.
- Calendario de cursos/relatores asignado según disponibilidad inmediata y no a mediano o largo plazo.
- Calendario extremadamente operacional (por necesidad de cursos), realizado prácticamente día a día.
- Baja estandarización en los procesos de aviso de clases a los relatores.
- Distribución a corto plazo de tiempos destinados a “Construyendo Mis Sueños” de los relatores.
- Baja o nula priorización de calidad para la asignación de relatores a cursos, lo que se traduce muchas veces en baja calidad de las clases.

Por estos motivos se desarrolló el proyecto que dio origen al presente trabajo, con el objetivo de automatizar las decisiones de planificación de los cursos teniendo en cuenta toda la información disponible y todas las restricciones derivadas de estos datos. El objetivo final planteado era contar con una herramienta informática para automatizar estas decisiones sobre la base de herramientas de optimización, generando calendarios inteligentes que respeten las restricciones y estén centrados en mejorar la calidad de los cursos. En la siguiente sección se describe el problema a resolver en términos matemáticos, para pasar luego a su modelamiento y al análisis de los resultados computacionales derivados de su resolución.

3. El problema

Se tiene un conjunto de *cursos* C y el conjunto de las *semanas* del semestre $S = \{1, \dots, s\}$. Cada curso $c \in C$ tiene asociado un conjunto de semanas posibles de comienzo $S(c) \subseteq S$, habitualmente consecutivas. Para cada curso $c \in C$ se tiene la cantidad $n(c) \in \mathbb{Z}_+$ de clases del curso, y definimos $N = \{1, \dots, \max_{c \in C} n(c)\}$.

Existen *tipos de relatores*, dados por un conjunto T . En las instancias consideradas en este trabajo, se tiene $T = \{\text{capacitador tipo 1, capacitador tipo 2, facilitador, profesional}\}$. Para cada curso $c \in C$, cada clase $n \in \{1, \dots, n(c)\}$ y cada tipo $t \in T$, los parámetros $\min(c, t, n) \in \mathbb{Z}_+$ y $\max(c, t, n) \in \mathbb{Z}_+$ especifican la cantidad mínima y máxima de relatores de tipo t necesarios para la

n -ésima clase del curso, respectivamente. Muchos cursos tienen $\min(c, t, n) = \max(c, t, n)$ para todas sus clases, pero existe la posibilidad de que estos parámetros difieran, dando flexibilidad en cuanto a la cantidad de relatores a asignar. Esta situación es importante para el caso de los *relatores exclusivos*, que se comentará más adelante.

Se denomina $D = \{\text{lunes, martes, miércoles, jueves, viernes, sábado}\}$ al conjunto de *días de la semana* exceptuando a los domingos, en los que no se dictan clases. Se tiene dado un conjunto M de *patrones* de días admitidos, de modo tal que cada patrón $m \in M$ está dado por un subconjunto de días de la semana, es decir $m \subseteq D$. Por ejemplo, algunos patrones posibles son “lunes y miércoles”, “lunes y jueves”, “lunes”, “martes”, “lunes, miércoles y viernes”, etc. Cada curso $c \in C$ tiene un conjunto de patrones permitidos $M(c) \subseteq M$. Por ejemplo, un curso que se dicta dos días por semana puede tener los patrones “lunes y miércoles”, “lunes y jueves” y “martes y jueves” como sus patrones permitidos.

Además, se tiene un conjunto H de *bloques horarios* en los cuales se pueden dictar los cursos. Algunos bloques horarios de las instancias consideradas en este trabajo son “de 9 a 12 hs.”, “de 13 a 16 hs.” y “de 18 a 21 hs.”. Cada curso $c \in C$ tiene asociado un conjunto $H(c) \subseteq H$ de bloques horarios permitidos, y debe ser programado en uno de ellos.

Por último, se tienen algunos pares de *cursos complementarios* $CC \subseteq \{(c_1, c_2) \in C \times C : c_1 \neq c_2\}$. Si $(c_1, c_2) \in CC$, decimos que c_2 es un *curso complementario* de c_1 , y que c_1 es el *curso principal*. Esta definición refleja la situación en la que se dicta un curso adicional al principal (por ejemplo, un curso jurídico) en forma paralela. Para cada $(c_1, c_2) \in CC$, los parámetros $\min\text{Com}(c_1, c_2) \in \mathbb{Z}_+$ y $\max\text{Com}(c_1, c_2) \in \mathbb{Z}_+$ especifican la cantidad de semanas mínima y máxima que debe transcurrir entre el comienzo de c_1 y el comienzo de c_2 , respectivamente.

Se tiene un conjunto R de *relatores* y para cada relator $r \in R$ se tiene su conjunto de tipos $T(r) \subseteq T$. En las instancias consideradas en este trabajo, los relatores tienen uno o dos tipos cada uno, es decir $|T(r)| \leq 2$ para todo $r \in R$. Cada relator tiene su *disponibilidad*, expresada como un conjunto de días del año $DR(r) \subseteq D \times S$ y los bloques horarios $HR(r) \subseteq H$ en los que puede dar clases. Notar que el conjunto $D \times S$ representa todos los días del semestre (exceptuando los domingos), y tenemos el conjunto $F \subset D \times S$ que representa los *feriados* del semestre.

Para cada relator $r \in R$ y cada curso $c \in C$, se tiene la *calidad* del relator dictando ese curso, especificada por $\text{cal}(c, r) \in [0, 7]$. Asumimos que si $\text{cal}(c, r) = 0$ entonces el relator r no puede dictar clases en el curso c . Definimos además $\text{dist}(c, r) \in \mathbb{R}_+$ como la distancia de viaje del relator r para dictar

el curso c . Cada relator $r \in R$ tiene un máximo de clases $\max(r) \in \mathbb{Z}_+$ que puede dictar. Finalmente, algunos relatores se denominan *relatores exclusivos*, y como tales deben participar en todas las clases de exactamente un curso; donde $RE \subseteq R$ corresponde al subconjunto de relatores con esta propiedad. Los relatores exclusivos son los alumnos participantes del curso *Curso de Estudios Humanísticos – Emprendimiento en la realidad social*, o bien relatores que solicitaron tener esta condición.

El problema consiste en determinar (a) en qué semana debe comenzar cada curso, (b) qué patrón de días debe usar cada curso, (c) en qué bloque horario se debe dictar cada curso, y (d) qué relatores se asignan a cada clase, de modo tal que (a) cada curso comience en una semana permitida, (b) cada relator sea asignado a clases de cursos en los que puede dictar clases y en días y horarios en los que está disponible, y (c) no haya relatores asignados a dos cursos en el mismo momento de un mismo día. La función objetivo es una combinación ponderada de los siguientes elementos:

1. Es deseable maximizar la calidad de los relatores asignados a los cursos.
2. Además, es deseable que un mismo relator esté asignado a muchas clases de un mismo curso, ojalá el mismo día de la semana. Esta restricción aplica a los relatores en $R \setminus RE$ y busca homogeneidad en el plantel docente de cada curso.
3. Finalmente, es deseable minimizar la distancia de viaje de los relatores hacia sus cursos.

La función objetivo es una combinación ponderada de estos tres ítems. Los datos del programa “Construyendo Mis Sueños” generan instancias que se pueden dividir en dos grupos bien diferenciados. En el primer grupo de instancias se ocupa una combinación de los dos primeros ítems (ponderados adecuadamente), y en el segundo grupo de instancias se ocupa solamente el tercer ítem.

4. El modelo

Existen muchos trabajos previos en la literatura sobre aplicaciones de técnicas de optimización combinatoria a problemas de programación en el contexto de instituciones educativas, incluyendo problemas de programación de calendarios, asignación de aulas y asignación de relatores (ver, por ejemplo, [1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 10, 11]). En muchos de estos trabajos, la programación lineal entera demostró ser una herramienta útil para modelar y resolver en la

práctica este tipo de problemas, y por este motivo se propone utilizar estas técnicas.

Se presenta en esta sección un modelo de programación lineal entera para el problema planteado en la sección anterior. Para esto, definimos en primer lugar los siguientes conjuntos auxiliares, que serán de utilidad para introducir las variables del modelo. En primer lugar, para cada curso $c \in C$ definimos el conjunto de *comienzos posibles* de c del siguiente modo:

$$VC(c) = \{(s, m, h) \in S \times M \times H : s \in S(c), m \in M(c) \text{ y } h \in H(c)\}.$$

En segundo lugar, para cada curso $c \in C$ y cada clase $n \leq n(c)$ definimos $CP(c, n) \subseteq D \times S$ como el conjunto de días del año en los que se puede dictar la n -ésima clase del curso c , en función de las semanas de comienzo del curso, los patrones factibles para el curso y los feriados. Para cada relator $r \in R$ definimos el conjunto de *índices posibles* para r del siguiente modo:

$$\begin{aligned} VR(r) = \{ & (c, n, t, s, d, h) \in C \times N \times T \times S \times d \times H : h \in HR(r), \\ & \text{cal}(c, r) > 0, n \leq n(c), (d, s) \in DR(r), \\ & (d, s) \in CP(c, n), h \in H(c) \text{ y } t \in T(r)\}. \end{aligned}$$

En otras palabras, el conjunto $VR(r)$ está compuesto por las 6-uplas que representan clases posibles para el curso, incluyendo los días del año y horarios posibles, y el tipo y calidad del relator.

Con estas definiciones, estamos en condiciones de presentar las variables del modelo de programación entera:

1. Para cada curso $c \in C$ y cada terna $(s, m, h) \in VC(c)$, introducimos la variable binaria y_{csmh} de modo tal que $y_{csmh} = 1$ si y sólo si el curso c parte en la semana s ocupando el patrón m y el bloque horario h .
2. Para cada relator $r \in R$ y cada 6-upla $(c, n, t, s, d, h) \in VR(r)$, introducimos la variable binaria $x_{rcntsdh}$ de modo tal que $x_{rcntsdh} = 1$ si y sólo si el relator r está asignado a la n -ésima clase del curso c como un relator de tipo t , y esa clase se dicta el día (d, s) en el bloque horario h . Notar que los índices s , d y h no son estrictamente necesarios en la definición de esta variable, dado que el día y horario de la n -ésima clase del curso están definidos una vez que se conoce el comienzo, patrón y horario del curso (es decir, están definidos por las variables y). Sin embargo, estos índices adicionales permiten modelar adecuadamente las restricciones de horarios para los relatores y ligar estas variables con las variables que se definen a continuación.

3. Para cada curso $c \in C$, cada relator $r \in R \setminus RE$ (es decir, los relatores que no están obligados a dar clases en exactamente un curso) y cada semana $s \in S$, introducimos la variable binaria z_{crs} de modo tal que $z_{crs} = 1$ si y sólo si para algún día de la semana $d \in D$, el relator r está asignado a clases del curso c los días (d, s) y $(d, s + 1)$. Es decir, esta variable modela el hecho de que el relator dicta clases en el curso el mismo día de la semana en las semanas s y $s + 1$.
4. Finalmente, para cada curso $c \in C$ y cada relator exclusivo $r \in RE$, introducimos la variable binaria w_{cr} de modo tal que $w_{cr} = 1$ si y sólo si el relator r está asignado exclusivamente al curso c .

Con estas definiciones, es posible plantear el modelo de programación entera que responde al problema descrito en la sección anterior.

1. La función objetivo solicita optimizar una combinación de la calidad total, las coincidencias de relatores en semanas consecutivas, y la distancia total de viaje. Para esto, ocupamos los ponderadores $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \in \mathbb{R}$, que son parámetros del modelo.

$$\begin{aligned}
 \text{máx} \quad & \alpha_1 \sum_{r \in R} \sum_{(c,n,t,s,d,h) \in VR(r)} \text{cal}(c,r)x_{rcntsdh} \\
 & + \alpha_2 \sum_{c \in C} \sum_{r \in R \setminus RE} \sum_{s \in S} z_{crs} \\
 & + \alpha_3 \sum_{(c,n,t,s,d,h) \in VR(r)} \text{dist}(c,r)x_{rcntsdh}.
 \end{aligned}$$

2. Cada curso debe tener una única especificación de comienzo, dada por una variable y .

$$\sum_{(s,m,h) \in VC(c)} y_{csmh} = 1 \quad \forall c \in C.$$

3. Un relator no puede estar asignado a dos clases en el mismo día y horario.

$$\sum_{\substack{c \in C, n \in N, t \in T: \\ (c,n,t,s,d,h) \in VR(r)}} x_{rcntsdh} \leq 1 \quad \forall r \in R, s \in S, d \in D, h \in H.$$

4. Se satisfacen las demandas mínima y máxima de relatores en cada curso. Para esto, para cada curso $c \in C$, semana de comienzo $s' \in S$, patrón $m \in M$ y horario $h \in H$, definimos $\text{dia}(c, s', m, n) \in D \times S$ como el día del semestre en el que se dicta la n -ésima clase del curso, si comenzó en

la semana s' con el patrón m . Este parámetro se obtiene por medio de una simulación sencilla del cronograma de clases del curso a partir de la semana s' con el patrón m , teniendo en cuenta los feriados.

$$\sum_{\substack{r \in R: \\ (c,n,t,s,d,h) \in VR(r)}} x_{rcntsdh} \geq \min(c, t, n) \sum_{\substack{s' \in S, m \in M: \\ (d,s) = \text{dia}(c,s',m,n)}} y_{cs'mh},$$

$$\sum_{\substack{r \in R: \\ (c,n,t,s,d,h) \in VR(r)}} x_{rcntsdh} \leq \max(c, t, n) \sum_{\substack{s' \in S, m \in M: \\ (d,s) = \text{dia}(c,s',m,n)}} y_{cs'mh}$$

$$\forall c \in C, t \in T, n \leq n(c), s \in S, d \in D, h \in H.$$

Es importante observar que estas restricciones cumplen la función adicional de ligar las variables x e y . Por ejemplo, si un curso ocupa el horario h , entonces todas las variables x asociadas con horarios $h' \neq h$ se fijan en cero en virtud de estas restricciones. Sucede lo mismo con el resto de los índices.

- Si el relator (no exclusivo) $r \in R \setminus RE$ no participa en clases en el mismo día en las semanas $s \in S$ y $s + 1$ en el curso $c \in C$, entonces la variable de coincidencia z_{crs} se anula.

$$z_{crs} \leq \sum_{\substack{t \in T, n \in N, d \in D, h \in H: \\ (c,n,t,s,d,h) \in VR(r)}} x_{rcntsdh},$$

$$z_{crs} \leq \sum_{\substack{t \in T, n \in N, d \in D, h \in H: \\ (c,n,t,s+1,d,h) \in VR(r)}} x_{rcnt,s+1,dh} \quad \forall c \in C, r \in R \setminus RE, s \in S.$$

- Cada relator exclusivo está asignado a exactamente un curso.

$$\sum_{c \in C} w_{cr} = 1 \quad \forall r \in RE.$$

- Cada relator exclusivo está asignado a todas las clases del curso al que fue destinado.

$$\sum_{\substack{t \in T, s \in S, d \in D, h \in H: \\ (c,n,t,s,d,h) \in VR(r)}} x_{rcntsdh} = w_{cr} \quad \forall c \in C, r \in RE, n \leq n(c).$$

- Cada relator $r \in R$ no dicta un número de clases mayor a $\max(r)$.

$$\sum_{\substack{c \in C, n \in N, t \in T, s \in S, d \in D, h \in H: \\ (c,n,t,s,d,h) \in VR(r)}} x_{rcntsdh} \leq \max(r) \quad \forall r \in R.$$

9. Si $(c_1, c_2) \in CC$ (es decir, c_2 es un curso complementario a c_1), entonces c_1 y c_2 deben ocupar patrones compatibles (es decir, patrones que involucren días que no se superpongan).

$$\sum_{\substack{s \in S, h \in H \\ (s, m, h) \in VC(c)}} y_{c_1 smh} + \sum_{\substack{s \in S, h \in H \\ (s, m', h) \in VC(c)}} y_{c_2 sm'h} \leq 1$$

$$\forall (c_1, c_2) \in CC, \forall m, m' \in M : m \cap m' \neq \emptyset.$$

10. Si $(c_1, c_2) \in CC$ y el curso c_1 parte en la semana s , entonces c_2 no debe comenzar antes de la semana $s + \min\text{Com}(c_1, c_2)$ ni después de la semana $s + \max\text{Com}(c_1, c_2)$. Para simplificar la notación, definimos $IC(c, s) = \{s + \min\text{Com}(c_1, c_2), \dots, s + \max\text{Com}(c_1, c_2)\}$.

$$\sum_{\substack{m \in M, h \in H \\ (s, m, h) \in VC(c)}} y_{c_1 smh} \leq \sum_{s' \in IC(c, s)} \sum_{\substack{m \in M, h \in H \\ (s', m, h) \in VC(c)}} y_{c_1 sm'h}$$

$$\forall (c_1, c_2) \in CC, s \in S.$$

11. Naturaleza de las variables

$$y_{csmh} \in \{0, 1\} \quad \forall c \in C, (s, m, h) \in VC(c)$$

$$x_{rcntsdh} \in \{0, 1\} \quad \forall r \in R, (c, n, t, s, d, h) \in VR(r)$$

$$z_{crs} \in \{0, 1\} \quad \forall c \in C, r \in R \setminus RE, s \in S$$

$$w_{cr} \in \{0, 1\} \quad \forall c \in C, r \in R$$

En los experimentos presentados en la próxima sección, se reforzó la formulación con el agregado de la siguiente desigualdad válida. Para cada relator $r \in R$, cada curso $c \in C$ y cada clase $n \in N$, a lo más una de las variables que involucran estos índices puede estar activa:

$$\sum_{\substack{t \in T, s \in S, d \in D, h \in H \\ (c, n, t, s, d, h) \in VR(r)}} x_{rcntsdh} \leq 1 \quad \forall r \in R, c \in C, n \in N. \quad (1)$$

5. Resultados computacionales

Se presentan en esta sección los resultados computacionales obtenidos al aplicar el modelo de programación entera a la planificación de cursos del programa “Construyendo Mis Sueños” del año 2013 y el primer semestre de 2014. Se tienen las siguientes instancias:

1. La instancia **eh.2013** incluye 11 cursos de estudios humanísticos, 50 relatores distribuidos en dos tipos, 11 patrones y 3 bloques horarios posibles. En esta primera instancia hay 38 relatores exclusivos, y por lo tanto deben asistir a todas las clases de exactamente un curso. La función objetivo busca minimizar la distancia de viaje de los relatores a los cursos, es decir $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$ y $\alpha_3 = 1$. Estos datos corresponden a cursos reales durante el año 2013.
2. La instancia **mn.2013** incluye 10 cursos de modelos de negocios y difusión de instrumentos de fomento público, 50 relatores distribuidos en dos tipos, 11 patrones y 3 bloques horarios posibles. La función objetivo busca maximizar una combinación de la calidad de los relatores asignados y las coincidencias de relatores en semanas consecutivas, fijando en este caso $\alpha_1 = 0,7$, $\alpha_2 = 0,3$ y $\alpha_3 = 0$. Estos datos corresponden a cursos reales durante el año 2013.
3. Las instancias **40.2014**, **45.2014** y **47.2014** corresponden a datos de los cursos del primer semestre de 2014, con 40, 45 y 47 relatores exclusivos, respectivamente. Constan de 13 cursos, cuatro tipos de relatores, 6 patrones y 3 bloques horarios posibles. A diferencia de las dos instancias anteriores, algunos datos de esta instancia se generaron aleatoriamente con parámetros realistas, dado que al momento de la preparación de este trabajo no estaban disponibles todos los datos.

Se implementó el modelo en el lenguaje de modelado GAMS [9] y se resolvió utilizando el paquete CPLEX [4]. La resolución se inicia con el modelo completo descrito en la sección anterior, reforzado con la desigualdad válida (1). A pesar de que esta desigualdad válida no es necesaria para caracterizar las soluciones factibles y no parece mejorar el valor óptimo de la relajación lineal, en la práctica se observó que ayuda al *solver* a encontrar buenas soluciones factibles.

El Cuadro 1 refleja las características del modelo para cada instancia y los resultados obtenidos, ejecutando CPLEX con un gap máximo de 10%. Se puede ver que el modelo planteado permite resolver en tiempos adecuados las instancias del programa “Construyendo Mis Sueños”, generando soluciones de muy buena calidad en tiempos razonables. Las dos primeras filas contienen la cantidad de variables y restricciones del modelo, y la tercera fila contiene la cantidad de elementos no nulos de la matriz de coeficientes (dando una idea de la densidad de esta matriz). La siguiente fila contiene el tiempo total de resolución y la última fila contiene el gap de optimalidad, medido como la diferencia relativa entre la solución obtenida y la cota dual al momento de la finalización de la ejecución. Este cuadro muestra también que el tamaño del modelo es un punto a tener en cuenta, que se encuentra bajo control en

las instancias de la aplicación particular descrita en este trabajo, pero que rápidamente puede escalar si crecen demasiado los conjuntos de datos.

	eh.2013	mn.2013	40.2014	45.2014	47.2014
Variables	114,782	146,876	188,297	188,312	188,318
Restricciones	29,822	235,283	40,134	40,139	40,141
Elementos no nulos	813,621	626,774	1,255,584	1,255,649	1,255,675
Tiempo de resolución	197 seg.	713 seg.	674 seg.	507 seg.	433 seg.
Gap de optimalidad	0.00 %	0.99 %	0.00 %	4.76 %	6.97 %

Cuadro 1: Resultados computacionales sobre las instancias del programa “Construyendo Mis Sueños” para el año 2013 y el primer semestre de 2014.

La implementación y cálculo para el semestre “Primavera 2013” aumentó el uso de relatores anuales por parte de “Construyendo Mis Sueños” de 16 a 25, es decir nueve relatores más que se pueden utilizar y que antes eran capacidad ociosa del programa. Esto se traduce entre tres a nueve cursos adicionales que se podrían ejecutar para el primer período. Además, la calidad de los programas se vio aumentada en su totalidad y se cumplieron todas las restricciones.

6. Conclusiones y trabajos futuros

Se presentó en este trabajo un modelo de programación lineal entera para el problema de programar los cursos en el marco del programa “Construyendo Mis Sueños”. Se trata de un problema de optimización combinatoria con múltiples aspectos, incluyendo decisiones en cuanto a la semana de comienzo de los cursos, días y horarios de cursada, y relatores asignados a cada clase de cada curso, con sus propias características y restricciones. El modelo de programación lineal entera propuesto en este trabajo permite resolver en tiempos razonables las instancias que surgen en esta aplicación concreta.

Desde el punto de vista del modelamiento y como un posible trabajo futuro, sería interesante considerar otras estrategias de modelamiento, en particular contemplando variables de asignación de relatores a clases que no contengan la redundancia exhibida por las variables x del modelo presentado en este trabajo. De esta forma se podría obtener un modelo con un menor número de variables, pero posiblemente con un número mayor de restricciones y grupos de variables demasiado desacopladas. En particular, resultaría particularmente complicado definir los valores de las variables z –que reflejan la coincidencia de un relator en clases de un curso del mismo día de la semana y en semanas consecutivas– en función de estas nuevas variables. Sería interesante analizar la calidad computacional de un modelo de estas características.

Por otra parte, el agregado de una familia sencilla de desigualdades válidas tuvo en este trabajo un impacto muy fuerte en cuanto a la resolución en forma óptima de las instancias consideradas. Sería interesante buscar otras familias de desigualdades válidas y realizar experimentos con ellas, con el objetivo de determinar su aporte a los tiempos de resolución, tanto agregadas al modelo inicial como incorporadas dinámicamente durante la resolución.

La solución obtenida por medio del procedimiento descrito en este trabajo presenta muchos puntos de mejora con relación a la programación manual. Se logra un mejor uso de los relatores y una mejor calidad promedio de los relatores asignados a los cursos. Como sucede habitualmente cuando se introducen técnicas de investigación de operaciones para reemplazar la toma de decisiones manual, los tiempos de procesamiento son notoriamente mejores al usar estas herramientas en comparación con los tiempos de programación manual. Una característica interesante está dada por el hecho de que la programación manual está basada principalmente en consideraciones de factibilidad (dado que puede resultar difícil la obtención de soluciones factibles), mientras que la resolución por medio del modelo presentado en este trabajo permite obtener soluciones factibles de mayor calidad.

En cuando al desarrollo futuro, la principal tarea consiste en la implementación de una herramienta informática para cargar los datos, resolver el modelo automáticamente y visualizar los resultados. El problema de programación de cursos estudiado en este trabajo tiene muchos datos de entrada, algunos de los cuales cambian todos los años, y entonces es importante contar con una herramienta para mantener estos datos y entregarlos al modelo adecuadamente. La implementación de una herramienta con esta funcionalidad redundará en un beneficio importante para el programa “Construyendo Mis Sueños”.

Agradecimientos. Los autores agradecen a los evaluadores de este trabajo por sus comentarios y sugerencias.

Referencias

- [1] E. Burke, J. Mareček, A. Parkes, and H. Rudová, *A supernodal formulation of vertex colouring with applications in course timetabling*. Annals of Operations Research 179, 105–130, 2010.
- [2] E. Burke, J. Mareček, A. Parkes, and H. Rudová, *A branch-and-cut procedure for the Udine course timetabling problem*. Annals of Operations Research 194, 71–87, 2012.
- [3] S. Daskalaki, T. Birbas, and E. Housos, *An integer programming formulation for a case study in university timetabling*. European Journal of Operational Research 153, 117–135, 2004.
- [4] IBM Corp., IBM ILOG CPLEX – User’s Manual for CPLEX. IBM Corp., 2009.
- [5] G. Lach and M. Lübbecke, *Curriculum based course timetabling: new solutions to Udine benchmark instances*. Annals of Operations Research 194, 255–272, 2012.
- [6] J. Miranda, *eClasScheduler: A course scheduling system for the Executive Education Unit at the Universidad de Chile*. Interfaces 40-3, 196–207, 2010.
- [7] E. Mooney, R. Rardin, and W. Parmenter, *Large-scale classroom scheduling*. IIE transactions 28-5, 369–378, 1996.
- [8] A. Phillips, D. Ryan, and M. Ehrgott, *Solving the classroom assignment problem using integer programming*. Proceedings of the 2013 Joint NZ-SA+ORSNZ Conference, 2013.
- [9] R. Rosenthal, GAMS – A user’s guide. GAMS Development Corp., 2008.
- [10] A. Wasfy and F. Aloul, *Solving the university class scheduling problem using advanced ILP techniques*. Proceedings of the 4th IEEE GCC Conference, 1–5, 2007.
- [11] H. Waterer, *A zero-one integer programming model for room assignment at the University of Auckland*. Proceedings of the 1995 ORSNZ Conference, 1995.

EL FIXTURE DE LAS CLASIFICATORIAS SUDAMERICANAS PARA LA COPA MUNDIAL DE FÚTBOL MEDIANTE PROGRAMACIÓN ENTERA.

GUILLERMO DURÁN*
MARIO GUAJARDO**

Resumen

La Confederación Sudamericana de Fútbol ha utilizado el mismo fixture para las clasificatorias de los cuatro mundiales ocurridos entre 2002 y 2014. El fixture corresponde a un formato de doble round robin espejado para 10 equipos. Cada fecha impar es calendarizada muy próxima a la fecha par siguiente, por lo que el torneo se compone de nueve *doble-fechas*. Como resultado de un proyecto motivado por la Asociación de Fútbol de Chile, en este artículo estudiamos el fixture actual y develamos una serie de desventajas. Para mejorarlo, proponemos un enfoque de programación lineal entera que considera una serie de criterios, incluyendo ubicación de los breaks, justicia deportiva y secuencias de viajes, además de conservar el formato doble round robin espejado actual. Mientras que para dicho formato el mínimo número de breaks de visita en doble-fechas es ocho, desarrollamos también un nuevo formato *casi-espejado* que presenta el atractivo de llevar el número de estos breaks a cero.

Palabras clave: deportes, fixture, fútbol, Mundial, clasificatorias, programación entera.

*Departamento de Ingeniería Industrial, Universidad de Chile, República 701, Santiago 8320000, Chile . Departamento de Matemática e Instituto de Cálculo, FCEyN, Universidad de Buenos Aires; and CONICET, Buenos Aires C1428EGA, Argentina

**Department of Business and Management Science, NHH Norwegian School of Economics, N-5045 Bergen, Norway

1. Introducción

La Copa del Mundo FIFA es el torneo más importante del fútbol mundial. Su fase final se disputa cada 4 años y atrae la atención de millones de espectadores, sponsors y prensa. El torneo reúne a equipos nacionales de las seis confederaciones que agrupa la FIFA: AFC (Asia), CAF (África), Conca- caf (Norteamérica, Centroamérica y Caribe), Conmebol (Sudamérica), OFC (Oceanía) y Uefa (Europa). El torneo se compone de dos fases principales: las clasificatorias y la fase final. En las clasificatorias, los equipos de una misma confederación compiten por lograr uno de los cupos de su confederación para la fase final. Estos partidos son jugados en sus respectivas zonas continentales, durante un período que se inicia unos 3 años antes y finaliza a 1 año de la fase final. El número de selecciones que clasifican a esta fase final depende de cada confederación, siendo Sudamérica la que proporcionalmente tiene más cupos: 4.5 sobre 10 equipos nacionales participantes en las clasificatorias (4.5 significa 4 cupos directos y un quinto que se disputa en un repechaje con una selección de otra confederación). En total, 204 selecciones de las asociaciones miembros de la FIFA compiten en las clasificatorias. En la fase final, 32 selecciones disputan por el título mundial en una competición de un mes jugada en una serie de sedes habitualmente de un único país. Esta fase es la cita monodeportiva que acapara la mayor atención mundial. En sus más recientes ediciones, la asistencia de público alcanzó los 3.18 millones en Sudáfrica 2010, y poco más de 3.43 millones en Brasil 2014.

En este artículo proponemos un enfoque de programación lineal entera para la programación de partidos de la fase clasificatoria de la Conmebol. Esta confederación ha utilizado el mismo fixture de partidos en los cuatro mundiales realizados entre 2002 y 2014. La repetición del mismo fixture ha motivado varias críticas, especialmente de aquellos países que no han logrado clasificar a todos o varios de estos mundiales. Nuestro trabajo, en efecto, fue motivado por un proyecto de colaboración con la Asociación Nacional de Fútbol Profesional de Chile, que tras la eliminación de su selección para los mundiales 2002 y 2006, nos solicitó desarrollar una propuesta de fixture para el mundial 2010.

Disputada por 10 equipos, las clasificatorias sudamericanas se juegan en un formato de doble round robin espejado, con la particularidad de que cada fecha impar es seguida muy de cerca en el calendario de la siguiente fecha par. El torneo consta entonces de 9 *doble-fechas*. Esto motiva que sea muy relevante incluir secuencias de partidos balanceados para cada uno de los equipos en cada uno de estas doble-fechas. Primero nos centramos en desarrollar una propuesta que cumpla con el formato usual de un fixture doble round robin espejado, a la vez minimizando el número de breaks de visita en doble-fechas

(dado que se espera que la mayor parte de las veces cada equipo juegue un partido de local y uno de visita en cada doble-fecha). Además incorporamos una serie de criterios, incluyendo justicia deportiva y mejores secuencias de viajes para los equipos. En una segunda propuesta, desarrollamos un nuevo formato de fixture que llamamos *casi-espejado*. Este fixture tiene la atractiva característica de eliminar todos los breaks en las doble-fechas, por lo tanto, deja a todos los equipos con un partido de local y uno de visita en cada par de fechas cercanas entre sí en el calendario.

La aplicación de programación entera para la programación de fixtures deportivos se ha intensificado notablemente en los últimos años.

Una serie de reviews recientes dan cuenta del incremento de literatura en esta y otras técnicas de sports scheduling [24, 31, 19, 26]. Particularmente en fútbol, el uso de sports scheduling en ligas del mundo real ha sido reportado en varios trabajos: Holanda [29], Austria y Alemania [2], Chile [7, 8], Dinamarca [23], Bélgica [16], Noruega [14], Honduras [13], Brasil [27] y Ecuador [25]. A pesar del éxito de estas varias aplicaciones en ligas de fútbol, a nuestro conocimiento este es el primer artículo de sports scheduling enmarcado en el contexto de la Copa del Mundo FIFA. Más aun, la literatura general de Investigación de Operaciones en la Copa del Mundo es escasa salvo unas pocas excepciones enfocadas en la predicción de resultados [10, 20, 30].

El resto del artículo está organizado de la siguiente manera. En la Sección 2, resumimos las características principales de las clasificatorias sudamericanas. En la Sección 3 definimos condiciones y criterios para este torneo y los modelamos mediante programación entera, respetando el formato espejado del fixture actual. En la Sección 4 desarrollamos el enfoque de fixture casi-espejado. Nuestras conclusiones están contenidas en la Sección 5.

2. Antecedentes

Conmebol es la confederación encargada de organizar las clasificatorias sudamericanas para el Mundial. Las selecciones de los 10 países de la región participan en esta eliminatoria: Argentina, Bolivia, Brasil, Chile, Colombia, Ecuador, Paraguay, Perú, Uruguay y Venezuela. Tres de estas selecciones están actualmente rankeadas entre las mejores cinco de toda la historia de los mundiales. Estas son Brasil (5 títulos), Argentina (2 títulos) y Uruguay (2 títulos). En suma, estos títulos dotan a la Conmebol con nueve del total de 20 copas mundiales jugadas entre 1930 y 2014.

La clasificatoria sudamericana consiste en un torneo round robin de dos rondas espejado. Esto es, los 10 equipos juegan todos contra todos dos veces a lo largo de 18 fechas de cinco partidos cada una. En las nueve fechas que

componen la primera mitad del torneo, los equipos juegan todos contra todos una vez, mientras que en la segunda mitad el orden en que se enfrentan los pares de equipos es el mismo que en la primera, pero con las localías invertidas. En total, se juegan 90 partidos, programados en un intervalo de tiempo de aproximadamente dos años. Los cuatro primeros equipos al cabo de este torneo clasifican directamente a la fase final del Mundial. El quinto equipo clasifica para un repechaje contra un equipo de otra confederación (que puede ser de Concacaf, AFC u OFC). Se dice entonces que la Conmebol cuenta con 4.5 cupos para la fase final del Mundial. En particular, para el Mundial de 2014, a estos 4.5 cupos se adicionó el de Brasil que clasificó automáticamente por ser país organizador. Dado que Uruguay superó en el repechaje a Jordania, la fase final del Mundial 2014 contó con 6 equipos de la Conmebol.

El fixture utilizado para las clasificatorias ha sido el mismo para los tres mundiales realizados entre 2002 y 2010. Para el Mundial 2014, dado que Brasil no jugó las clasificatorias, el fixture siguió siendo el mismo con la excepción de que cada fecha el equipo que debía enfrentar a Brasil quedó libre.

Una de las particularidades importantes de este doble round robin es que las 18 fechas del fixture son calendarizadas de tal manera que toda fecha par es jugada unos 3 ó 4 días después que una fecha impar. Existen entonces nueve pares de fechas cercanas en que el torneo es calendarizado. Nos referiremos a cada uno de estos pares como *doble-fecha*. Por ejemplo, la primera doble-fecha de las clasificatorias al Mundial 2010 consistió de la primera fecha de partidos, jugados entre el 13 y 14 de Octubre de 2007, y la segunda fecha de partidos, jugados entre el 16 y 17 de Octubre de 2007. Por el contrario, suele haber un período más prolongados entre una fecha par y la siguiente fecha impar, que puede ir desde uno a varios meses. Por ejemplo, la segunda doble-fecha de las clasificatorias 2010 comenzó con la tercera fecha de partidos, jugados entre el 17 y 18 de Noviembre de 2007, esto es, un mes después de la segunda fecha. Un motivo principal para la calendarización en doble-fechas es proveer que aquellos jugadores que actúan en ligas de otros continentes (los mejores usualmente en las ligas top de Europa) puedan jugar dos partidos en un solo viaje a Sudamérica. Es la propia FIFA quien ha motivado este tipo de calendarización, no sólo para Sudamérica, sino que también para las clasificatorias de otras confederaciones.

2.1. Fixture actual

El fixture actual de las clasificatorias sudamericanas fue desarrollado para la Copa Mundial 2002 por una empresa peruana llamada *Data Sport*, de acuerdo a lo informado por artículos en la prensa peruana (La Primera, 2010;

Gilardi, 2013). A nuestro conocimiento, no existe documentación oficial que detalle cómo y mediante qué criterios fue construido este fixture. [15] sugiere que el fixture fue construido con una serie de características favorables para Perú, tras su no clasificación al mundial de Francia 1998. En su artículo de prensa, comenta que Perú “optó abrir la eliminatoria ante Paraguay, al cual se le ha ganado en tres de cuatro ocasiones... y cerrar ante Bolivia, el rival idóneo para cualquier selección que quiera culminar un certamen con el pie derecho... . Brasil y Argentina han sido visitantes contra Perú en la primera rueda y, sobre el final, a Perú le tocó enfrentarse a una Argentina sobre el papel clasificada...” En efecto, todas estas características son una realidad del fixture actual de las eliminatorias, ilustrado en la Tabla 1. Paradójicamente, Perú no ha clasificado a ninguno de los cuatro mundiales en que se ha usado este fixture. La frustración de la asociación peruana la ha motivado a realizar una nueva propuesta para el Mundial de Rusia 2018. Esta propuesta busca modificar el fixture actual utilizando un sorteo, sin descartar evaluar también la forma de disputa, sea todos contra todos o en grupos [12, 4].

Otras características a destacar del fixture actual son las programaciones de partidos de Argentina y Brasil, que parecen favorecerlos. Argentina comienza la clasificatoria contra 3 rivales de los considerados débiles (aunque el presente de Chile ha ido modificando esta consideración), 2 de ellos de local. No viaja a la altura (Bolivia o Ecuador, los partidos que históricamente más complican a la selección argentina) en la primera rueda y juega 5 de los 9 partidos de esa primera ronda en condición de local. Es decir, una primera rueda ideal para terminarla habitualmente holgado en la clasificación. Brasil tampoco viaja a la altura en la primera rueda y cierra la clasificatoria contra los mismos 3 adversarios débiles contra los que empieza Argentina, 2 de ellos de local en la segunda ronda (un cierre sencillo por si precisa aún puntos a esa altura del torneo, incluyendo un partido difícil en la altura de La Paz pero contra una Bolivia probablemente ya eliminada). Además, ni Argentina ni Brasil tienen breaks a lo largo de toda la clasificatoria. Parece difícil suponer que estas características salientes del fixture son producto de algún tipo de sorteo. Cabe destacar que tanto Argentina como Brasil han clasificado a todas las fases finales de los 4 últimos mundiales con comodidad, con excepción de Brasil en 2002 y de Argentina en 2010, que lograron su clasificación en la última fecha. Probablemente la causa de esto no sea solamente la programación, pero sin dudas la misma ha colaborado.

Una frustración similar a la expresada para Perú experimentó la Asociación Nacional de Fútbol Profesional de Chile (ANFP) luego de las eliminaciones a los mundiales de 2002 y 2006. Estas dos eliminaciones consecutivas motivaron a la dirigencia de la ANFP a sugerirnos elaborar una propuesta de fixture para

Cuadro 1: Primera mitad del fixture actual de las clasificatorias sudamericanas para el Mundial.

Team	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ARG	CHI	@VEN	BOL	@COL	ECU	@BRA	PAR	@PER	URU
BOL	@URU	COL	@ARG	@VEN	CHI	PAR	@ECU	@BRA	PER
BRA	@COL	ECU	@PER	URU	@PAR	ARG	@CHI	BOL	@VEN
CHI	@ARG	PER	@URU	PAR	@BOL	@VEN	BRA	COL	@ECU
COL	BRA	@BOL	VEN	ARG	@PER	@ECU	URU	@CHI	PAR
ECU	VEN	@BRA	@PAR	PER	@ARG	COL	BOL	@URU	CHI
PAR	@PER	URU	ECU	@CHI	BRA	@BOL	@ARG	VEN	@COL
PER	PAR	@CHI	BRA	@ECU	COL	@URU	VEN	ARG	@BOL
URU	BOL	@PAR	CHI	@BRA	VEN	PER	@COL	ECU	@ARG
VEN	@ECU	ARG	@COL	BOL	@URU	CHI	@PER	@PAR	BRA

las clasificatorias del Mundial de Sudáfrica 2010. Por entonces, la ANFP llevaba ya dos años utilizando técnicas de sports scheduling en los torneos chilenos, fruto de la colaboración con académicos en Investigación de Operaciones de la Universidad de Chile en varios proyectos [7, 8, 1]. La Conmebol resolvió en una reunión realizada antes del inicio de la clasificatoria para Sudáfrica 2010 mantener la misma programación de partidos pero, de todos modos, aquel acercamiento de la ANFP motivó la concreción de este trabajo.

2.2. Ventajas y desventajas

El fixture actual presenta ventajas y desventajas. Entre las ventajas se encuentra que, por supuesto, cumple con las condiciones básicas de un torneo double round robin. Otra ventaja es que incluye consideraciones sobre los llamados *breaks*, que refieren a cuando un equipo juega dos partidos consecutivos en la misma condición de localía. Esta es una de las principales consideraciones de varios artículos en la literatura (ver Sección 4 en Rasmussen y Trick, 2008). El fixture actual considera que ningún equipo tiene dos breaks consecutivos en la misma condición de localía (y por lo tanto, cada equipo juega a lo más dos partidos consecutivos de visita). Además, no existen breaks que involucren la primera ni la última fecha, por lo tanto, todos los equipos juegan una vez de local y otra vez de visita tanto en los dos primeros partidos como en los dos últimos partidos. Esto es usualmente considerado como una medida de justicia deportiva, entendiendo que para todos los equipos sería inconveniente tener un break de visita tan temprano o tan tarde en el torneo. También, el fixture considera que ningún equipo juegue en partidos consecutivos contra Argentina y Brasil, que son indiscutidamente los dos equipos más fuertes del torneo.

Entre las desventajas, algunas ya han sido mencionadas en la subsección

anterior. También hemos identificado considerables diferencias entre las secuencias de localía y visitante de cada equipo. La Tabla 2 presenta algunas características cuantitativas del fixture actual. B_h denota el número de breaks de local, B_a el número de breaks de visita y B el número total de breaks. En particular para las doble-fechas, introducimos la notación C para referir al número total de breaks en doble-fechas, mientras que C_h y C_a denotan el número de breaks de local y visita en doble-fechas. Se puede apreciar que Bolivia tiene en total siete breaks, una cantidad considerablemente más alta que todos los otros equipos, en especial, contra los cero breaks de Argentina y Brasil. Los otros equipos poseen entre tres y cuatro breaks. Bolivia también tiene más breaks en doble-fechas que todos los otros equipos, con un total de cuatro, mientras que todos los demás equipos tienen dos (con excepción de nuevo de Argentina y Brasil que no tienen ninguno).

Cuadro 2: Características cuantitativas del fixture actual.

Equipo	B_h	B_a	B	C_h	C_a	C	U_A	U_B	U	R	D
ARG	0	0	0	0	0	0	2	3	5	0	0
BOL	4	3	7	2	2	4	2	1	3	115	13,107
BRA	0	0	0	0	0	0	2	3	5	0	0
CHI	2	2	4	1	1	2	2	1	3	28	4759
COL	2	2	4	1	1	2	2	1	3	6	3209
ECU	2	2	4	1	1	2	1	2	3	6	3004
PAR	2	2	4	1	1	2	1	2	3	46	5577
PER	1	2	3	1	1	2	1	0	1	2	2589
URU	1	2	3	1	1	2	1	2	3	4	2442
VEN	2	1	3	1	1	2	3	2	5	23	5266
TOTAL	16	16	32	9	9	18	17	17	34	230	39,953

Otra desventaja del fixture actual es que no tiene un buen balance en el “grado de dificultad” de las doble-fechas para cada equipo. Para definir dificultad, clasificamos a los equipos en dos grupos de acuerdo al rendimiento histórico que han conseguido en las 3 últimas clasificatorias a los mundiales que disputaron todos (esto es, de 2002 a 2010, dado que Brasil no disputó las clasificatorias para 2014 por ser país sede). La tabla 3 muestra el detalle del rendimiento. Definimos el grupo A como aquel que contiene a los cinco equipos de mejor rendimiento: Brasil, Argentina, Ecuador, Paraguay y Uruguay. Mientras el grupo B contiene a los restantes equipos: Chile, Colombia, Venezuela, Bolivia y Perú.

Vale notar que los mismos dos grupos son obtenidos si es que el criterio de rendimiento refiere a la posición de los equipos en promedio en el ranking final

Cuadro 3: Rendimiento histórico en las clasificatorias 2002 - 2010.

Posición	Equipo	Pos. promedio	Pts	PJ	PG	PE	PP	GF	GC	Dif
1	BRA	1.7	98	54	27	17	10	101	45	56
2	ARG	2.3	105	54	31	12	11	94	52	42
3	PAR	3.7	91	54	27	10	17	76	61	15
4	ECU	3.7	82	54	23	13	18	65	62	3
5	URU	5.0	76	54	19	19	16	70	61	9
6	COL	6.3	74	54	19	17	18	58	49	9
7	CHI	6.3	67	54	18	13	23	65	71	-6
8	VEN	8.3	56	54	16	8	30	61	101	-40
9	BOL	8.7	47	54	12	11	31	63	106	-43
10	PER	9.0	47	54	11	14	29	45	87	-42

de las clasificatorias o a la cantidad de puntos obtenidos en total a lo largo de los cuatro torneos. Por un tema de justicia deportiva, es deseable que los equipos jueguen contra un equipo del grupo A y otro del grupo B en las doble-fechas. Diremos entonces que ocurre una *doble-fecha injusta* para un equipo, si es que juega en una doble-fecha contra dos equipos de un mismo grupo. La Tabla 2 incluye el total de fechas injustas para cada equipo, denotado por U , y sus valores desagregados U_A y U_B si es contra rivales del grupo A o B , respectivamente. Queda al desnudo que el número de doble-fechas injustas para Perú, para el cual $U = 1$, es notablemente inferior al de los otros equipos que va desde 3 hasta 5.

Las últimas dos columnas de la Tabla 2 refieren a los viajes en breaks de visita en las doble-fechas, esto es, cuando un equipo juega de visita en una fecha impar y la fecha par siguiente. D denota la distancia total recorrida por cada equipo en estos breaks. Hemos calculado la distancia recorrida por el equipo i en un break entre las fechas k y $k + 1$ jugando de visita contra los equipos j y h como la suma $d_{ij} + d_{jh}$, en que d_{ij} es la distancia entre las capitales de los países i y j , y d_{jh} es la distancia entre las capitales de los países j y h . Esta forma de considerar los viajes es porque usualmente el plantel de jugadores se reúne en su país para las primeras sesiones de entrenamiento, luego departe al país donde se juega el primer partido y desde éste al país donde se juega el segundo partido, pero al final de este segundo partido los integrantes del plantel suelen partir a distintos puntos de destino de acuerdo a las ligas en las que juegan.

Teniendo en cuenta que la suma agregada de las distancias viajadas por todos los equipos no necesariamente envuelve un criterio de equidad entre ellos, hemos rankeado para cada equipo los viajes de menor a mayor distancia

recorrida. Para cada uno de los 10 equipos existen $9 \cdot 8 = 72$ viajes posibles en breaks de visita en doble-fechas. Denotamos por R (penúltima columna de la Tabla 2) a la suma de penalizaciones sobre las secuencias de viaje en el ranking para cada equipo, en que el viaje más corto tiene una penalidad 1 y el más largo una penalidad igual a 72. Desafortunadamente para Bolivia, en las fechas 3 y 4 juega de visita con Argentina y Venezuela, secuencia que es la quinta más larga de las 72 posibilidades, por lo que contribuye con una penalidad de 68 en su ranking de viajes (este viaje comprende en total 7,340 km). Paraguay, en tanto, visita en las fechas 11 y 12 a Uruguay y Ecuador, a pesar de que existen otras 45 secuencias de viaje más cortas que esta. Por el contrario, el único break de visita jugado en una doble fecha por Perú es en las fechas 9 y 10 contra Bolivia y Paraguay, que favorablemente para Perú es el segundo viaje más corto de sus 72 posibilidades. Este desbalance en el ranking de las secuencia de viajes de cada equipo es una clara inequidad del fixture actual.

Otra desventaja del formato actual es que, al repetirse el mismo fixture en todas las clasificatorias, los partidos decisivos al final del torneo siempre enfrentan a los mismos rivales, lo que no ha estado exento de polémicas. Uno de los más controversiales ha sido el partido que en la fecha final enfrenta a Uruguay de local contra Argentina. Argentina y Uruguay son 2 países vecinos, históricamente clásicos (se han enfrentado entre sí en finales de copas mundiales, Juegos Olímpicos y mundiales juveniles), pero también con estrechos lazos a lo largo de sus respectivas historias. Al ser Argentina uno de los equipos más fuertes, usualmente llega a este partido final con la clasificación al mundial asegurada. Por el contrario, Uruguay usualmente llega a este partido a definir el pase definitivo o bien directamente a la fase final del Mundial, o bien al repechaje. Para el Mundial 2002, Argentina llegó clasificada y Uruguay necesitaba un empate para alcanzar el repechaje y el resultado fue precisamente un empate 1-1. Para el de 2006, Argentina llegó clasificada y Uruguay necesitaba un triunfo para alcanzar el repechaje, y el resultado fue 1-0 en favor de Uruguay. Para el de 2010, por el contrario, Argentina aún no estaba clasificada y el resultado fue 1-0 en favor de Argentina (mientras que Uruguay una vez más clasificó al repechaje). Para el 2014, Argentina una vez más llegó clasificada al último partido y Uruguay con la necesidad de los tres puntos para aspirar a una hipotética clasificación directa, y el resultado fue un triunfo 3-2 para Uruguay ante una Argentina plagada de suplentes (que a la larga le fue insuficiente a Uruguay para la clasificación directa que dependía de otros partidos, pero sí clasificó para el repechaje). Independientemente de qué tan fundadas sean las suspicacias que surjan en la prensa y los hinchas sobre este tipo de resultados, es indudable que el cambio del fixture puede ayudar a descomprimir

la controversia que se repite clasificatoria tras clasificatoria. Al mismo tiempo, un fixture basado en técnicas de sport scheduling puede ayudar a mejorar las otras desventajas del fixture actual, y a esto nos abocaremos en la sección siguiente.

3. Enfoque de programación entera

En esta sección proponemos un enfoque de programación lineal entera para mejorar el fixture de las clasificatorias sudamericanas. Este enfoque considera varias condiciones y criterios que hemos definido en base a las ventajas y desventajas develadas en la sección anterior y a las conversaciones con dirigentes de la ANFP. Dividimos nuestro desarrollo en cuatro etapas o sub-problemas, partiendo desde una versión que considera lo más básico que debe contener el fixture hasta una versión más compleja. En cada etapa introducimos una nueva función objetivo. El valor óptimo que obtenemos en una etapa lo introducimos como una restricción en la etapa siguiente, lo que puede ser clasificado como un enfoque de lexicographical goal programming en que las desviaciones son forzadas a ser cero [28]. Partiremos definiendo la notación para conjuntos y variables de decisión.

Conjuntos

I : conjunto de equipos.

K : conjunto de fechas.

K_{even} : conjunto de fechas pares ($K_{even} \subset K$).

K_{odd} : conjunto de fechas impares ($K_{odd} \subset K$).

Decision variables

$x_{i,j,k} = 1$ si el equipo i juega contra el equipo j en la fecha k , 0 en caso contrario.

$y_{i,k} = 1$ si el equipo i juega de local en las fechas k y $k+1$, 0 en caso contrario.

$z_{i,k} = 1$ si el equipo i juega de visita en las fechas k y $k+1$, 0 en caso contrario.

Debido a la condición de espejo, no es necesario declarar el conjunto K para las 18 fechas del torneo, sino que basta con hacerlo para las primeras nueve fechas y tener en cuenta que si $x_{i,j,k}$ es igual a 1, entonces en la segunda rueda el equipo j jugará de local contra el equipo i en la fecha $k+9$. Consecuentemente, para $k = 9$ la variable $y_{i,k}$ vale 1 si el equipo i juega de local en la fecha 9 y de visita en la fecha 1, mientras que $z_{i,k}$ vale 1 si el equipo i juega de visita en la fecha 9 y de local en la fecha 1.

3.1. Un fixture básico con mínimo número de breaks en doble-fechas

Los breaks de visita en las doble-fechas son indudablemente la secuencia más indeseada para los equipos. Adaptarse en un corto tiempo a las condiciones para jugar fútbol en cancha ajena y soportar la hostilidad de la hinchada rival cuando se juega de visita, sumado a los largos viajes, son algunas de las dificultades que los equipos visitantes experimentan en estas secuencias. Partimos entonces desarrollando un modelo que minimice el número total de breaks de visita en las doble-fechas, y que a la vez satisfaga una serie de condiciones básicas.

Notar que los breaks de visita en las doble-fechas ocurren no sólo cuando $z_{ik} = 1$ para una fecha k impar, sino también cuando $y_{ik} = 1$ para una fecha k par de la primera mitad del torneo (debido a la condición de espejo, un break de local en la primera mitad se transforma en un break de visita en la segunda mitad). Por lo tanto, la función objetivo que minimiza el número total de breaks de visita en doble-fechas puede ser formulada de la siguiente manera:

$$\text{mín } F_1 = \sum_{i \in I} \sum_{k \in K_{\text{even}}} y_{i,k} + \sum_{i \in I} \sum_{k \in K_{\text{odd}}} z_{i,k}$$

A continuación, introducimos las condiciones más básicas que debe cumplir el fixture.

Restricciones esenciales. Los equipos juegan todos contra todos una vez en cada mitad del torneo.

$$\sum_{k \in K} (x_{i,j,k} + x_{j,i,k}) = 1 \quad \forall i, j \in I, i \neq j. \quad (1)$$

Cada equipo juega un partido en cada fecha.

$$\sum_{j \in J} (x_{i,j,k} + x_{j,i,k}) = 1 \quad \forall i \in I, k \in K. \quad (2)$$

Balance de localías. Cada equipo juega al menos cuatro y a lo más cinco fechas de local en cada mitad del torneo.

$$4 \leq \sum_{j \in I} \sum_{k \in K} x_{i,j,k} \leq 5 \quad \forall i \in I. \quad (3)$$

Restricciones en breaks. Si un equipo juega de local (visita) en una fecha en el conjunto $\hat{K} = \{1, 8\}$, debe jugar de visita (local) en la fecha siguiente.

$$\sum_{j \in J} (x_{i,j,k} + x_{i,j,k+1}) = 1 \quad \forall i \in I, k \in \hat{K}. \quad (4)$$

Ningún equipo puede tener dos breaks de local consecutivos.

$$y_{i,k} + y_{i,k+1} \leq 1 \quad \forall i \in I, k < |K|. \quad (5)$$

Ningún equipo puede tener dos breaks de visita consecutivos.

$$z_{i,k} + z_{i,k+1} \leq 1 \quad \forall i \in I, k < |K|. \quad (6)$$

Restricciones lógicas. Las variables $x_{i,j,k}$ y $y_{i,k}$ se relacionan de acuerdo a la siguientes restricciones:

$$\sum_{j \in I} (x_{i,j,k} + x_{i,j,k+1}) \leq 1 + y_{i,k} \quad \forall i \in I, k < |K| \quad (7)$$

$$\sum_{j \in I} (x_{i,j,9} + x_{j,i,1}) \leq 1 + y_{i,9} \quad \forall i \in I \quad (8)$$

Las variables $x_{i,j,k}$ y $z_{i,k}$ se relacionan de acuerdo a la siguientes restricciones:

$$\sum_{j \in I} (x_{j,i,k} + x_{j,i,k+1}) \leq 1 + z_{i,k} \quad \forall i \in I, k < |K| \quad (9)$$

$$\sum_{j \in I} (x_{j,i,9} + x_{i,j,1}) \leq 1 + z_{i,9} \quad \forall i \in I \quad (10)$$

En total, el modelo contiene 990 variables binarias y 560 restricciones. La implementación de este modelo la hemos realizado en AMPL y la resolución utilizando el solver CPLEX 12.5, en un procesador Intel Core 2 Duo 2.26GHz con 8 GB de RAM. Una solución factible es computada por el solver CPLEX en cuestión de un segundo, con valor objetivo $F_1 = 8$. Aunque la misma corrida puede continuar muchas horas sin probar optimalidad, es posible verificar que dicha solución es óptima. En efecto, si al modelo anterior incorporamos la restricción de que dos equipos arbitrarios no tengan breaks de visita en doble-fechas, el mínimo número de estos breaks que un tercer equipo cualquiera puede tener es igual a 1. Dado que hay ocho equipos además de los dos que no poseen breaks de visita en doble-fechas, concluimos que el valor objetivo $F_1^* = 8$ encontrado es óptimo. Alternativamente, es posible correr el mismo modelo anterior con la restricción de que tres equipos arbitrarios no tengan breaks de visita en doble-fechas, para lo cual el solver reporta infactibilidad

en sólo un par de segundos. Para lo que sigue, introducimos $F_1^* = 8$ como una restricción, esto es:

$$\sum_{i \in I} \sum_{k \in K_{even}} y_{i,k} + \sum_{i \in I} \sum_{k \in K_{odd}} z_{i,k} = 8 \tag{11}$$

3.2. Minimizando las doble-fechas injustas

En la Sección 2 clasificamos a los equipos en dos grupos de acuerdo a su rendimiento histórico en torneos clasificatorios recientes (Tabla 3). Nos interesa ahora minimizar el número total de doble-fechas injustas, esto es, el número total de ocurrencias en que un equipo juega en fecha impar y par con rivales de un mismo grupo. Si bien puede ser favorable afrontar una doble-fecha contra dos equipos del grupo de los más débiles, es particularmente difícil enfrentar a dos equipos del grupo de los más fuertes. Por lo tanto, el balance en el grado de dificultad en las doble-fechas se torna importante. Más aun, la atención inmediata de los equipos durante el transcurso de las eliminatorias y especialmente de los entrenadores, suele enfocarse en los “próximos dos rivales”. Dos derrotas consecutivas han gatillado en más de una ocasión la dimisión del entrenador.

Sea G el conjunto formado por los dos grupos, i.e., $G = \{A, B\}$. Para todo equipo i , fecha k y grupo g , introducimos una nueva variable de decision binaria $u_{i,k,g}$ que toma el valor 1 si el equipo i juega contra equipos del grupo g en las rondas k y $k + 1$, y 0 en caso contrario. Luego, el criterio de minimización del número total de doble-fechas injustas queda expresado de la siguiente manera:

$$\text{mín } F_2 = \sum_{i \in I} \sum_{k \in K} \sum_{g \in G} u_{i,k,g}$$

Las variables u se relacionan con las variables x de acuerdo a las siguientes restricciones.

$$\sum_{j \in G} (x_{i,j,k} + x_{i,j,k+1} + x_{j,i,k} + x_{j,i,k+1}) \leq 1 + u_{i,k,g} \quad \forall i \in I, k < |K|, g \in G$$

$$\sum_{j \in G} (x_{i,j,9} + x_{i,j,1} + x_{j,i,9} + x_{j,i,1}) \leq 1 + u_{i,9,g} \quad \forall i \in I, g \in G \tag{13}$$

Con la incorporación de estas formulaciones, en adición a las restricciones (1)–(11), el modelo contiene 1170 variables binarias y 741 restricciones. CPLEX resuelve el modelo a optimalidad en 107 segundos. El valor objetivo es de 18 y la solución obtenida contiene a lo más dos doble-fechas injustas por cada equipo. Estos valores mejoran considerablemente el total de 34 doble-fechas injustas contenidas en el fixture actual y el desbalance entre cómo éstas

son distribuidas por cada equipo. Para lo que sigue, incorporamos los resultados de esta etapa como restricciones de la manera siguiente:

$$\sum_{i \in I} \sum_{k \in K} \sum_{g \in G} u_{i,k,g} = 18 \quad (14)$$

$$\sum_{k \in K} u_{i,k,g} \leq 2 \quad \forall i \in I, g \in G. \quad (15)$$

3.3. Condiciones deseables y minimización de partidos repetidos del fixture actual

El uso del mismo fixture durante las últimos cuatro clasificatorias ha despertado algunas críticas de hinchas, prensa y asociaciones nacionales de fútbol. Estas críticas provienen sobre todo de aquellos países que han obtenido pocas o ninguna clasificación a la fase final del mundial, según mencionamos en la Sección 2. Creemos entonces que es “saludable” que el fixture de Conmebol no se repita de una eliminatoria otra. Para lidiar con partidos repetidos, definimos el parámetro $\alpha_{i,j,k}$ que vale 1 si es que el equipo i juega de local contra j en la fecha k del fixture actual. Como tercer criterio de optimización, definimos minimizar el número de partidos repetidos del fixture actual de la manera siguiente:

$$\text{mín } F_3 = \sum_{i \in I} \sum_{j \in I} \sum_{k \in \tilde{K}} \alpha_{i,j,k} \cdot x_{i,j,k},$$

en que $\tilde{K} \subseteq K$ contiene las fechas para las cuales se desea no repetir partidos respecto al torneo anterior. Teniendo en cuenta que la notoriedad de los partidos que se repiten de un torneo a otro son aquellos jugados al comienzo y al final, una alternativa es definir el conjunto \tilde{K} incluyendo sólo las dos primeras y las dos últimas fechas. En nuestra implementación, sin embargo, utilizamos $\tilde{K} = K$ con la intención de no repetir el orden de ningún partido del fixture actual. En esta etapa introducimos además una serie de condiciones que se explican a continuación.

Restricciones geográficas. El equipo i no debe jugar en una doble-fecha contra los equipos j y h en forma consecutiva de visita, si es que (i, j, h) está contenido en el conjunto de viajes más largos que i puede recorrer en una doble-fecha. Para esto definimos el conjunto L_n , que contiene las tuplas (i, j, h) tales que la distancia desde i hasta j más la distancia desde j a h es uno de las

n secuencias de viajes más largos para el equipo i (en nuestra implementación definimos $n = 5$). La restricción se modela de la manera siguiente:

$$x_{j,i,k} + x_{h,i,k+1} \leq 1 \quad \forall k < |K|, (i, j, h) \in L_n. \quad (16)$$

Equipos fuertes. El conjunto de equipos fuertes, que denotamos con I_S , contiene a los que sin dudas son las dos potencias principales del fútbol sudamericano: Argentina y Brasil. Imponemos que ningún equipo juegue partidos consecutivos contra los equipos fuertes de la siguiente manera:

$$\sum_{j \in I_S} (x_{i,j,k} + x_{j,i,k} + x_{i,j,k+1} + x_{j,i,k+1}) \leq 1 \quad \forall i \in I, k < |K| \quad (17)$$

$$\sum_{j \in I_S} (x_{i,j,9} + x_{j,i,9} + x_{i,j,1} + x_{j,i,1}) \leq 1 \quad \forall i \in I \quad (18)$$

Partidos clásicos. Debido a la rivalidad histórica de los únicos tres equipos sudamericanos que han ganado la Copa del Mundo, se definen partido clásicos aquellos jugados entre Argentina, Brasil y Uruguay. Definimos I_C como el conjunto que contiene a estos tres equipos. Una primera restricción se impone para que ninguno de estos partidos se juegue ni en la primera ni en la última fecha, esto es:

$$\sum_{i \in I_C} \sum_{j \in I_C} \sum_{k \in \{1,9\}} (x_{i,j,k} + x_{j,i,k}) = 0. \quad (19)$$

También se impone que ningún equipo puede jugar dos clásicos en fechas consecutivas, esto es:

$$\sum_{j \in I_C} \sum_{k \in K} (x_{i,j,k} + x_{j,i,k} + x_{i,j,k+1} + x_{j,i,k+1}) \leq 1 \quad \forall i \in I_C, k < |K|. \quad (20)$$

El modelo resultante, que además incluye las restricciones (1)–(14), consiste de 1170 variables binarias y 1286 restricciones. La solución óptima es encontrada por CPLEX en cerca de cuatro minutos, con un valor óptimo $F_3^* = 0$, esto es, que no repite ningún partido del fixture actual. Para lo que sigue, incorporamos la restricción

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in I} \sum_{k \in K} \alpha_{i,j,k} \cdot x_{i,j,k} = 0. \quad (21)$$

3.4. Minimizando los viajes largos relativos a cada equipo

La minimización de la suma de las distancias totales de viajes de los equipos es un criterio tradicionalmente utilizado en sports scheduling (e.g. [11], [18], [3]). Dicho criterio parece ser razonable en ligas nacionales donde un asociación vela centralizadamente por el objetivo global de reducir las distancias de viajes. Sin embargo, en nuestro problema que involucra a diez distintas asociaciones, hemos optado por considerar un ranking de distancias de viaje relativos a cada equipo en vez de las distancias absolutas. En la restricción (16) prohibimos las cinco peores secuencias de viaje en doble-fechas de visita para los equipos, de tal manera de evitar secuencias indeseables como la de Bolivia visitando a Argentina y Venezuela en fechas consecutivas contenida en el fixture actual. Como cuarto criterio de optimización, exploramos minimizar las penalidades en los viajes en fechas dobles, en base al ranking de viajes más largos de cada equipo. Para ello incorporamos una variable binaria $w_{i,j,h,k}$ que toma el valor 1 si es que el equipo i juega de visita contra el equipo j en la fecha k y de visita contra el equipo h en la fecha $k + 1$, y 0 en caso contrario. También incorporamos un parámetro $\rho_{i,j,h}$ que indica la penalización asociada al viaje del equipo i a j y h en visitas consecutivas en una fecha doble. Para calcular este parámetro, se rankean todos los viajes posibles para el equipo i , de mayor a menor distancia. Dado que hay en total $|I| = 10$ equipos en el torneo, para un equipo fijo i existen $(|I| - 1)(|I| - 2) = 72$ posibles viajes. Denotamos por $R_{i,j,h}$ al lugar que ocupa en la lista de viajes del equipo i la suma de la distancia desde i a j más la distancia desde j a h . El valor del parámetro de penalización es $\rho_{i,j,h} = (|I| - 1) \cdot (|I| - 2) + 1 - R_{i,j,h}$. Por ejemplo, el viaje más largo (que ocupa el lugar $R_{i,j,h} = 1$) tiene asociada una penalización igual a 72, mientras que el viaje más corto (que ocupa el lugar $R_{i,j,h} = 72$) tiene asociada una penalización igual a 1. De esta manera, el viaje más largo de un equipo (y, en general, el n -ésimo viaje más largo) es igualmente relevante que el viaje más largo (n -ésimo más largo) de otro equipo, a pesar que la distancia de uno sea mayor al otro. La Tabla 4 muestra la matriz de distancias que utilizamos en la computación de estos parámetros. Notar que hemos considerado la distancia entre capitales de los países de cada selección, que es donde los equipos suelen jugar (una minoría de los equipos decide variar las ciudades en que juega, como Brasil que en las últimas tres eliminatorias en que participó ha utilizado 14 ciudades diferentes).

La función objetivo que minimiza la suma total de penalidades es la siguiente:

$$\text{mín } F_4 = \sum_{i \in I} \sum_{j \in I} \sum_{h \in I} \sum_{k \in K} \rho_{i,j,h} \cdot w_{i,j,h,k}.$$

Cuadro 4: Matriz de distancias entre las capitales sudamericanas (en [km]).
Source: <http://www.distanciasentreciudades.com>

Team	ARG	BOL	BRA	CHI	COL	ECU	PAR	PER	URU	VEN
ARG	0	2238	2341	1137	4664	4364	1040	3142	204	5102
BOL	2238	0	2210	1905	2275	1987	1605	984	2526	2854
BRA	2341	2210	0	3013	3667	3780	1463	3173	2281	3599
CHI	1137	1905	3013	0	4253	3792	1554	2472	1340	4910
COL	4664	2275	3667	4253	0	729	3771	1882	4778	1024
ECU	4364	1987	3780	3792	729	0	3582	1327	4499	1750
PAR	1040	1605	1463	1554	3771	3582	0	2518	1078	4110
PER	3142	984	3173	2472	1882	1327	2518	0	3302	2748
URU	204	2526	2281	1340	4778	4499	1078	3302	0	5178
VEN	5102	2854	3599	4910	1024	1750	4110	2748	5178	0

Las variables w se relacionan con las variables x de acuerdo a las siguientes restricciones.

$$x_{j,i,k} + x_{h,i,k+1} \leq 1 + w_{i,j,h,k} \quad \forall i, j, h \in I, k < |K| \quad (22)$$

$$x_{j,i,9} + x_{i,h,1} \leq 1 + w_{i,j,h,9} \quad \forall i, j, h \in I \quad (23)$$

El número de variables binarias en el modelo resultante, que además incluye las restricciones (1)–(21), se incrementa considerablemente a 7650 variables, y el número de restricciones es 1287. La solución que obtuvimos en la sub-sección 3.3 es obviamente factible en este modelo y obtiene un desempeño $F_4 = 267$. Al mismo tiempo que nos gustaría mejorar este desempeño, notamos que el problema de optimización se torna mucho más difícil de resolver que en los problemas anteriores. Para lidiar con esto, introdujimos el uso de patrones de localías. Un patrón puede ser entendido como un arreglo ordenado de caracteres H , A y B que denotan “Home”, “Away” y “Bye”, respectivamente. La dimensión del arreglo corresponde al número de fechas del torneo. Un patrón asignado a un equipo dado indica en su componente j -ésima si dicho equipo juega de local, de visita o queda libre en la fecha j (en nuestro problema no habrá fechas libres para ningún equipo). En la programación de fixtures, un enfoque que ha sido amplia y exitosamente utilizado para obtener buenas soluciones en forma rápida es el de primero generar y fijar estos patrones a los equipos, y luego definir el fixture propiamente tal (ver, por ejemplo, [5], [22], [2], [16], [8], [27]). Una buena revisión al respecto y un resumen sobre las variadas maneras en que el enfoque de patrones es utilizado en la resolución

de problemas de programación de fixtures de torneos deportivos, es entregada en la Sección 4.2 de [24].

En nuestro problema, correr el modelo sujeto a la fijación de los patrones de la solución obtenida en la sub-sección 3.3 termina rápidamente sin reportar ninguna mejora sobre el valor $F_4 = 267$. Por otro lado, al correr el modelo sin solución inicial ni patrones fijos, el tiempo de resolución explota significativamente. La primera solución factible es de justamente $F_4 = 267$, lograda en cerca de 8.1 hr. Una segunda solución de $F_4 = 212$ es encontrada en cerca de 8.4 hr. Ninguna nueva solución es lograda en un límite de 11 hr. Para mejorar la solución, hemos adoptado un enfoque heurístico que consiste en fijar los patrones para sólo algunos de los equipos, y dejar al resto sin patrón fijo. Los patrones de este resto de equipos son definidos entonces en la corrida del modelo. Este enfoque ha probado ser efectivo en la resolución de varios torneos de la liga chilena [7]. Obviamente existe un conflicto entre el número de equipos para los cuales se fijen los patrones y la mejora que se pueda lograr en la función objetivo; mientras más patrones se fijen, menores opciones de conseguir mejoras en el valor objetivo. A su vez, mientras más patrones se fijen, menor el tiempo requerido para resolver el modelo. En nuestra experiencias computacionales, hemos verificado que hasta cinco equipos con patrón fijo (y cinco sin patrón fijo), las corridas se mantienen en el orden de minutos. El cómo elegir los equipos a los que se fija o no patrones puede basarse en criterios como buscar equipos que se envuelven en restricciones similares (por ejemplo Argentina, Brasil y Uruguay que comparten los partidos clásicos) o equipos que en la solución factible de partida protagonizaban los peores viajes. De esta manera, la mejor solución que hemos encontrado es la que se muestra en la Tabla 5, y sus características cuantitativas en la Tabla 6. Este fixture

Cuadro 5: Mejor solución encontrada.

Team	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ARG	PER	@ECU	VEN	@BRA	@COL	URU	CHI	@BOL	PAR
BOL	PAR	@PER	URU	@ECU	@VEN	BRA	@COL	ARG	@CHI
BRA	VEN	@URU	@COL	ARG	CHI	@BOL	PAR	@PER	ECU
CHI	URU	@VEN	ECU	PER	@BRA	COL	@ARG	@PAR	BOL
COL	ECU	@PAR	BRA	@VEN	ARG	@CHI	BOL	@URU	PER
ECU	@COL	ARG	@CHI	BOL	PAR	@PER	@URU	VEN	@BRA
PAR	@BOL	COL	@PER	URU	@ECU	VEN	@BRA	CHI	@ARG
PER	@ARG	BOL	PAR	@CHI	@URU	ECU	@VEN	BRA	@COL
URU	@CHI	BRA	@BOL	@PAR	PER	@ARG	ECU	COL	@VEN
VEN	@BRA	CHI	@ARG	COL	BOL	@PAR	PER	@ECU	URU

alcanza un desempeño $F_4 = 65$ en el cuarto criterio, y es óptimo en los otros

tres criterios de desempeño ($F_1^* = 8, F_2^* = 18, F_3^* = 0$). Todos los equipos tienen a lo más un solo break de visita en doble-fecha y para la mayoría de los equipos la secuencia de viaje en la doble-fecha está entre las diez más cortas de las 72 posibles. En particular, Bolivia es el equipo con la penalización más alta en el ranking de viajes, pero con una secuencia mucho más favorable que la del fixture actual, reduciéndola en 9,648 km. En efecto, en vez de realizar el quinto viaje más largo, en nuestra solución realiza el 18vo viaje más corto. Como alternativa a minimizar el total de penalidades, la función objetivo podría intentar minimizar la máxima penalidad sobre los equipos. Para ello, basta introducir una nueva variable, llamémosla f , en que $f \geq R_{i,j,h}w_{i,j,h,k}$ y luego la función objetivo es $\min f$. Interesantemente, para este nuevo problema la mejor solución que obtuvimos es la misma que obtuvimos cuando usamos F_4 . Aun desfijando hasta siete patrones, esta solución sigue siendo la de mejor desempeño que conseguimos cuando minimizamos f .

Cuadro 6: Características cuantitativas del fixture que proponemos.

Team	B_h	B_a	B	C_h	C_a	C	U_A	U_B	U	R	D
ARG	2	2	4	1	1	2	0	1	1	2	1544
BOL	1	2	3	1	1	2	1	0	1	18	3459
BRA	2	2	4	1	1	2	0	1	1	10	3478
CHI	2	2	4	1	1	2	1	0	1	3	2177
COL	0	0	0	0	0	0	2	1	3	0	0
ECU	2	2	4	1	1	2	0	1	1	8	3592
PAR	0	0	0	0	0	0	1	2	3	0	0
PER	2	2	4	1	1	2	1	0	1	2	2589
URU	2	2	4	1	1	2	1	2	3	17	4131
VEN	2	1	3	1	1	2	2	1	3	5	3299
TOTAL	15	15	30	8	8	16	9	9	18	65	24,269

Comparando el agregado de todos los equipos, nuestro fixture reduce la distancia de viajes en doble-fechas con breaks de visita en casi 40 % respecto al fixture actual. Otras bondades se pueden observar comparando los resultados de las tablas 2 y 6, como la reducción del número total de breaks y en particular del número de breaks en doble-fechas. La reducción de doble-fechas injustas es la más considerable, desde 34 en el fixture actual a sólo 18 en nuestro fixture. A todo esto se suma que no se repita ningún partido del fixture actual, lo que creemos ayudaría a descomprimir las críticas que el actual fixture ha recibido. En resumen, nuestra propuesta bajo el formato doble round robin espejado mejora notablemente el fixture actual de Conmebol.

4. Un fixture *casi-espejado* sin breaks en doble-fechas

Definimos un fixture *casi-espejado* para un torneo de dos rondas de n equipos como aquel fixture en que si un equipo i juega de local contra el equipo j en la fecha k , entonces j juega de local contra i en la fecha $k + n$ si $k \in \{1, \dots, n - 2\}$ o en la fecha $k + 1$ si $k = n - 1$. Este formato es también denotado como *sistema inglés* en la literatura [2, 6, 17]. El fixture casi-espejado puede ser construido a partir de un fixture espejado, tan sólo intercalando la última fecha entre la $n - 1$ y la n -ésima del fixture espejado (recordar que para un torneo de n equipos, el fixture espejado cumple que si un equipo i juega de local contra el equipo j en la fecha k , entonces j juega de local contra i en la fecha $k + n - 1$, $\forall k \in \{1, \dots, n - 1\}$). La Tabla 7 muestra un ejemplo de fixture casi-espejado para seis equipos. En este ejemplo, la fecha 6 consiste de partidos entre los mismos pares de equipos que la fecha 5, mientras que las fechas 7 a la 10 repiten los emparejamientos de las fechas 1 a la 4 pero con las localías intercambiadas.

Cuadro 7: Un fixture casi-espejado para seis equipos.

Team	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	C	@F	D	@B	E	@E	@C	F	@D	B
B	F	@E	@C	A	@D	D	@F	E	C	@A
C	@A	D	B	@E	@F	F	A	@D	@B	E
D	E	@C	@A	F	B	@B	@E	C	A	@F
E	@D	B	@F	C	@A	A	D	@B	F	@C
F	@B	A	E	@D	C	@C	B	@A	@E	D

La atractiva característica del fixture casi-espejado es que permite generar un fixture sin breaks en doble-fechas, por lo tanto, proveyendo que todos los equipos jueguen un partido de local y otro de visita en cada doble-fecha. Esto se aprecia en el ejemplo de la Tabla 7, en que la condición de localía de todo equipo en una fecha impar es diferente a su condición en la fecha par siguiente. Esto es deseable desde varios puntos de vista. Primero, porque acaba con el problema de secuencias de viajes muy extenuantes para jugar de visita dos partidos consecutivos en un período muy corto. Obviamente, los viajes desde o hacia casa persisten, pero el hecho de jugar de local al menos uno de estos dos partidos es una ventaja que bien puede contrapesar la desventaja de un viaje largo. Además, notar que por cada equipo que juega dos partidos consecutivos de visita en una doble-fecha hay otro equipo que juega dos partidos consecutivos de local, un factor de injusticia que desaparece en

el formato casi-espejado.

Segundo, desde un punto de vista deportivo, un fixture casi-espejado balancea las expectativas de los equipos en sumar puntos en cada doble-fecha (entendiendo que siempre es más beneficioso jugar de local que de visita), en comparación a cuando una doble-fecha posee un break de visita, lo que probablemente envuelve bajas expectativas, o un break de local, con altas expectativas.

Tercero, desde el punto de vista económico y del espectáculo, un fixture casi-espejado provee a los fans, prensa y dirigentes la bondad de tener a su selección en casa en todas las doble-fechas, lo que suele estar acompañado de una gran expectativa y también de importantes ingresos económicos por concepto de tickets y sponsors. Esto es especialmente beneficioso cuando existe un largo receso entre una y otra doble-fecha. Por ejemplo, para las clasificatorias del Mundial 2010, Uruguay jugó de visita dos partidos en la doble-fecha compuesta por las fechas 9 y 10, programadas entre el 11 y 15 de Octubre de 2008. En tanto, las fechas 8 y 12 en que Uruguay hizo de local, se jugaron el 10 de Septiembre de 2008 y el 28 de Marzo de 2009 respectivamente, por lo tanto, dejando a los uruguayos con un gap de poco más de 6 meses sin ver a su selección en casa. Por el contrario, Ecuador jugó de local contra Brasil y Paraguay con sólo tres días de separación entre las fechas 11 y 12 de las clasificatorias 2010. Teniendo en cuenta que las entradas a los partidos de las eliminatorias suelen ser más costosas que las de la liga local, el presupuesto de los fans locales también lograría balancearse mejor con partidos de local algo más distantes que estas dos fechas tan cercanas.

Para generar un fixture casi-espejado, la restricción esencial que incorporamos es la siguiente:

$$\sum_{i \in I} \sum_{k \in K_{odd}} z_{i,k} = 0, \quad (24)$$

esto es, que ningún equipo tenga un break de visita en una doble-fecha.

Las restricciones (1)–(10) de la Sección 3.1 pueden ser incorporadas de manera análoga para este formato de fixture. Debido a que la octava fecha de la primera ronda será la última antes de los enfrentamientos inter-parejas, la restricción (4) debe ser declarada para el conjunto $\bar{K} = \{1, 7\}$ en vez del conjunto $\{1, 8\}$ utilizado en el espejado. La función objetivo F_1 de un fixture casi-espejado es, por construcción, igual a cero, por lo cual no es necesario incluirla. Al buscar un fixture factible para este problema, CPLEX demora cuestión de un segundo en entregar una solución. Sin embargo, notamos que el número total de breaks en el fixture puede ser indeseablemente alto, aun cuando los breaks en doble-fechas son cero. Por lo cual, en la primera etapa de

construcción del fixture casi-espejado optamos por minimizar el número total de breaks, esto es:

$$\text{mín } \bar{F}_1 = 2 \sum_{i \in I} \sum_{1 \leq k \leq 7} (y_{i,k} + z_{i,k}) + \sum_{i \in I} \sum_{8 \leq k \leq 9} (y_{i,k} + z_{i,k}),$$

donde las variables $y_{i,k}$ e $z_{i,k}$ son calculadas de acuerdo a las restricciones lógicas (7) y (9) para todo k excepto para $k = 9$. En el fixture casi-espejado, dado que el rival de un equipo es el mismo para la fecha 9 y 10 pero con la localía invertida, sabemos de antemano que no hay breaks envolviendo este par de fechas. Sin embargo, se debe considerar que luego de la fecha 10 viene la fecha 11 que repite los partidos de la fecha 1 con la localía invertida. Luego, utilizamos la declaración de $y_{i,9}$ y $z_{i,9}$ para calcular los breaks que involucran a las fechas 10 y 11, formulando las restricciones lógicas en términos de las variables de las fechas 9 y 1. Por ejemplo, en vez de (10) formulamos $\sum_{j \in I} x_{i,j,9} + x_{i,j,1} \leq 1 + z_{i,9} \quad \forall i \in I$. Estos breaks y los constituidos por la repetición de la condición de localía en las fechas 8 y 9 sólo contribuyen con un break cada uno al total de breaks del torneo, mientras que aquellos breaks entre las fechas 1 y 7 se repiten en la segunda mitad del torneo, por eso van pesados por 2 en la función objetivo \bar{F}_1 .

Una solución factible para este problema es encontrada rápidamente, en cerca de cinco segundos con un valor objetivo $\bar{F}_1^* = 16$. Aunque para probar la optimalidad de este valor el solver demora poco más de seis horas, notar que es sabido que este es el número mínimo de breaks que un torneo doble round-robin de $n = 10$ equipos puede tener [5]. La solución contiene a lo más un break de local y a lo más uno de visita por cada equipo. Con dicho valor introducido como restricción, en la segunda etapa minimizamos F_2 obteniendo un valor objetivo de 8 fechas doble injustas, que es considerablemente menor que las 18 alcanzadas por el fixture espejado. Cuando además incorporamos el criterio de no repetir partidos del fixture actual y las condiciones deseables de la sección 3.3 (de las cuales sólo (17), (19) y (20) son necesarias), obtenemos una solución con $F_3 = 0$. Esto es, ningún partido se juega en la misma fecha del fixture actual. La solución es mostrada en la Tabla 8. Notar que la restricción (16) no es necesaria, debido a la inexistencia de breaks en doble fechas. De la misma manera, tampoco es necesario considerar el criterio de minimizar la penalización de viajes que estudiamos en la Sección 3.4, por lo tanto, el fixture casi-espejado cumple que $F_4 = 0$.

Cuadro 8: Un fixture casi-espejado sin breaks en doble-fechas.

Team	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	...	18
ARG	@VEN	CHI	@PER	BRA	@COL	URU	@BOL	ECU	@PAR	PAR	...	@ECU
BOL	@CHI	URU	@BRA	PER	@ECU	COL	ARG	@PAR	VEN	@VEN	...	PAR
BRA	COL	@ECU	BOL	@ARG	PAR	@CHI	VEN	@URU	@PER	PER	...	URU
CHI	BOL	@ARG	PAR	@VEN	@URU	BRA	@ECU	PER	@COL	COL	...	@PER
COL	@BRA	PER	@ECU	URU	ARG	@BOL	PAR	@VEN	CHI	@CHI	...	VEN
ECU	@PER	BRA	COL	@PAR	BOL	@VEN	CHI	@ARG	URU	@URU	...	ARG
PAR	@URU	VEN	@CHI	ECU	@BRA	PER	@COL	BOL	ARG	@ARG	...	@BOL
PER	ECU	@COL	ARG	@BOL	VEN	@PAR	URU	@CHI	BRA	@BRA	...	CHI
URU	PAR	@BOL	VEN	@COL	CHI	@ARG	@PER	BRA	@ECU	ECU	...	@BRA
VEN	ARG	@PAR	@URU	CHI	@PER	ECU	@BRA	COL	@BOL	BOL	...	@COL

5. Conclusiones

Hemos desarrollado un enfoque de programación lineal entera para las clasificatorias sudamericanas a la Copa del Mundo FIFA. A pesar de la intensificación de aplicaciones de sports scheduling a competiciones de fútbol del mundo real y la gran importancia de la Copa del Mundo, este es hasta nuestro conocimiento el primer artículo de sports scheduling enmarcado en este torneo. Nuestro trabajo fue motivado por dirigentes de la ANFP chilena, tras la frustración de las dos eliminaciones consecutivas de su selección a los mundiales 2002 y 2006. Similar frustración ha sido experimentada por otras asociaciones, lo que ha motivado distintas críticas. Recordemos que el fixture utilizado por la Confederación Sudamericana (Conmebol) ha sido el mismo durante los últimos cuatro mundiales, realizados entre 2002 y 2014. En este artículo hemos develado una serie de desventajas de este fixture y hemos propuesto alternativas de mejora, en base a una serie de criterios de uso habitual en sports scheduling, tales como breaks, geografía y justicia deportiva.

La Conmebol discutió la posibilidad de modificar la programación de esta clasificatoria previo al inicio de los partidos que conducirían a Sudáfrica 2010, incluyendo una propuesta chilena presentada por la ANFP en base a nuestro trabajo. Sin embargo, CONMEBOL decidió mantener el fixture tal cual estaba. Si la resistencia al cambio es una de las principales barreras en la adopción de nuevas herramientas para la programación de ligas nacionales, creemos que la resistencia es aún mayor en una confederación internacional que agrupa a las distintas asociaciones de un continente. Esto es así porque la confederación requiere alinear a las dirigencias de las asociaciones de 10 países, lo cual envuelve lidiar con diferentes conflictos de intereses, además de un alto grado de heterogeneidad.

A pesar de que el total de 10 equipos que participan en la clasificatoria sudamericana es menor que el de varias otras ligas en las cuales se ha aplicado el sports scheduling, el problema de programación del fixture presenta carac-

terísticas interesantes para su investigación. Una de estas es la cercanía en la calendariación de los pares de fechas FIFA. Esto ha motivado nuestra especial atención a los breaks en doble-fechas, que hemos definido como la repetición de la condición de localías en una fecha impar y la inmediatamente siguiente fecha par. Vale destacar que estas doble-fechas no sólo aparecen en el fixture sudamericano, sino también en las clasificatorias de otras confederaciones, como la europea y la asiática. Una de las alternativas que estudiamos en este artículo es la de un fixture casi-espejado que, en oposición a un fixture espejado, permite programar los partidos de tal manera que no exista ningún break en doble-fechas. Este es un rasgo atractivo, pues permite que las selecciones siempre jueguen de local un partido en una doble-fecha FIFA, en contraste con el formato espejado que a veces provoca largos períodos de tiempo, que pueden llegar a los 6 meses, en que una selección no juega en su propio país.

Una característica interesante de las clasificatorias al mundial es que envuelven una idiosincrasia algo más universal que la habitual de ligas nacionales. Creemos que esto puede fomentar un mayor debate entre grupos de investigación de distintos países en torno a un mismo problema real, lo que a menudo es más difícil de lograr cuando los problemas requieren de un alto grado de familiaridad con el entorno local de las ligas nacionales. De esta manera, el debate no sólo puede incluir la comparación de enfoques de resolución como es habitual en instancias de experimentación, sino también qué formatos de torneo y qué condiciones debieran ser considerados para mejorar la programación de los torneos.

Otra dirección para investigación futura concierne a cómo construir el ranking de rendimiento histórico de los equipos. En la Sección 3.2 de este trabajo, donde minimizamos las doble-fechas injustas, utilizamos un ranking construido en base a los tres últimos torneos clasificatorios, todos ellos ponderadas de igual manera. Dado el dinamismo en el rendimiento de los equipos de un torneo a otro, se necesita definir criterios de acuerdo a los cuales el ranking debiera actualizarse en el tiempo. La FIFA actualiza un ranking mundial periódicamente que podría servir de referencia, aunque de acuerdo a Durán et al. (2014) presenta importantes desventajas y es, por lo tanto, un tópico que permanece abierto para la introducción de mejoras.

Agradecimientos. Agradecemos a los dirigencia de la ANFP que ha colaborado en la aplicación de nuestros desarrollos en sus torneos, especialmente a Alejandro Carmash y Felipe Chaigneau que motivaron nuestra participación en este proyecto sobre las clasificatorias sudamericanas. También agradecemos a los participantes de MathSport International Conference 2013 en Leuven por sus comentarios, especialmente a Michael Trick y Stephan Westphal por sus

sugerencias que inspiraron la elaboración de la Sección 4 de este artículo. También agradecemos a Kenneth Rivkin por su valiosa ayuda en la escritura de este artículo, y a Javier Marengo, Francisco Santos, Hsu-Shih Shih y a un revisor anónimo por sus interesantes comentarios que nos permitieron mejorar este trabajo.

Referencias

- [1] F. Alarcón, G. Durán y M. Guajardo. Referee assignment in the Chilean football league using integer programming and patterns. *International Transactions in Operational Research* 21-(3), 415–438, 2014.
- [2] T. Bartsch, A. Drexler y S. Kröger. Scheduling the professional soccer leagues of Austria and Germany. *Computers and Operations Research* 33 -(7), 1907–1937, 2006.
- [3] F. Bonomo, A. Cardemil, G. Durán, J. Marengo y D. Sabán. An application of the traveling tournament problem: The Argentine volleyball league. *Interfaces* 42-(3), 245–259, 2012.
- [4] EL Comercio. ¿es el fixture de eliminatorias culpable de que Perú no vaya al mundial? <http://elcomercio.pe/deportes/1648847/noticia-fixture-eliminatorias-culpable-que-peru-no-vaya-al-mundial/> / Accedido el 29 de Abril de 2014, 2013.
- [5] D. de Werra. Some models of graphs for scheduling sports competitions. *Discrete Applied Mathematics* 21-(1), 47–65, 1998.
- [6] A. Drexler y S. Knust (2007). Sports league scheduling: graph-and resource-based models. *Omega* 35 -(5), 465–471, 2007.
- [7] G. Durán, M. Guajardo, J. Miranda, D. Sauré, S. Souyris, A. Weintraub, y R. Wolf. Scheduling the Chilean soccer league by integer programming. *Interfaces* 37 -(6), 539–552, 2007.
- [8] G. Durán, M. Guajardo y R. Wolf-Yadlin. Operations research techniques for scheduling Chile’s second division soccer league. *Interfaces* 42 -(3), 273–285, 2012.
- [9] G. Durán, S. Cea, M. Guajardo, D. Sauré y G. Zamorano. FIFA Ranking and World Cup Football Groups: Quantitative Methods for a Fairer System. In *Proceedings of PATAT 2014, 10th International Conference on the Practice and Theory of Automated Timetabling, York, United Kingdom, 2014*.

- [10] D. Dyte y S. R. Clarke. A ratings based poisson model for world cup soccer simulation. *Journal of the Operational Research society* 51-(8), 993–998, 2000.
- [11] K. Easton, G. Nemhauser y M. Trick. The traveling tournament problem description and benchmarks. In *Principles and Practice of Constraint Programming—CP 2001*, pp. 580–584. Springer, 2001.
- [12] Emol. Perú propone cambiar sistema de clasificatorias para Rusia 2018. <http://www.emol.com/noticias/deportes/2013/10/22/625966/peru-propone-cambiar-sistema-de-las-clasificatorias-sudamericanas-para-rusia.html> Consultado el 29 Abril de 2014, 2013.
- [13] J. Fiallos, J. Pérez, F. Sabillón y M. Licona. Scheduling soccer league of Honduras using integer programming. In *Proceedings of the 2010 Industrial Engineering Research Conference, San Carlos, México*, 2010.
- [14] T. Flatberg, E. J. Nilssen y M. Stølevik. Scheduling the topmost football leagues of Norway. <http://folk.uio.no/trulsf/pub/euro2009.pdf> / Consultado el 29 Abril de 2014, 2009.
- [15] J.D. Gilardi. Factores alterados. <http://dechalaca.com/informes/opinion/factores-alterados/> accessed 29 April 2014, 2013.
- [16] D. Goossens y F. Spieksma. Scheduling the Belgian soccer league. *Interfaces* 39 -(2), 109–118, 2009.
- [17] D. Goossens y F. C. Spieksma. Soccer schedules in Europe: an overview. *Journal of scheduling* 15 (5), 641–651, 2012.
- [18] G. Kendall. Scheduling English football fixtures over holiday periods. *Journal of the Operational Research Society* 59- (6), 743–755, 2008.
- [19] G. Kendall, S. Knust, C. C. Ribeiro y S. Urrutia. Scheduling in sports: An annotated bibliography. *Computers & Operations Research* 37- (1), 1–19, 2010.
- [20] R. Koning, M. Koolhaas, G. Renes y G. Ridder. A simulation model for football championships. *European Journal of Operational Research* 148-(2), 268–276, 2003.
- [21] La Primera. El fixture. http://www.diariolaprimeraperu.com/online/columnistas-y-colaboradores/el-fixture_68760.html Consultado el 29 de Abril de 2014, 2010.

- [22] G. Nemhauser, y M. A. Trick. Scheduling a major college basketball conference. *Operations Research* 46-(1), 1–8, 1998.
- [23] R. Rasmussen. Scheduling a triple round robin tournament for the best Danish soccer league. *European Journal of Operational Research* 185-(2), 795–810, 2008.
- [24] R. Rasmussen y M. A. Trick. Round robin scheduling—a survey. *European Journal of Operational Research* 188-(3), 617–636, 2008.
- [25] D. Recalde, R. Torres y P. Vaca. Scheduling the professional Ecuadorian football league by integer programming. *Computers & Operations Research* 40-(10), 2478—2484, 2013.
- [26] C. Ribeiro. Sports scheduling: Problems and applications. *International Transactions in Operational Research* 19-(1–2), 201–22, 2012.
- [27] C. Ribeiro y S. Urrutia. Scheduling the Brazilian soccer tournament: Solution approach and practice. *Interfaces* 42-(3), 260–272, 2012.
- [28] C. Romero. Extended lexicographic goal programming: a unifying approach. *Omega* 29-(1), 63–71, 2001.
- [29] J. A. Schreuder. Combinatorial aspects of construction of competition Dutch professional football leagues. *Discrete Applied Mathematics* 35-(3), 301–312, 1992.
- [30] A. Suzuki, L. Salazar, J. Leite y F. Louzada-Neto. A bayesian approach for predicting match outcomes: The 2006 (association) football world cup. *Journal of the Operational Research Society* 61-(10), 1530–1539, 2010.
- [31] M. Wright. 50 years of OR in sport. *Journal of the Operational Research Society* 60, S161–S168, 2009.

CARACTERIZANDO LA FIJACIÓN OCULAR DEL USUARIO WEB EN LOS CONTENIDOS DE UNA PÁGINA: UNA APROXIMACIÓN BASADA EN TEORÍA DE GRAFOS

PABLO LOYOLA H. *
GUSTAVO MARTÍNEZ A. *
JUAN D. VELÁSQUEZ *

Resumen

En este artículo se presenta un marco de análisis, basado en la teoría de grafos, para estudiar la evolución temporal de la fijación ocular de los usuarios en un sitio web, con el objetivo de obtener patrones que permitan parametrizar su comportamiento de navegación y preferencias, con miras a la mejora continua de tanto la estructura y contenido de las páginas que visita. En ese sentido, se propone modelar los objetos web, tales como imágenes y párrafos, como nodos, siendo los arcos las transiciones visuales que realiza el usuario cuando mueve la fijación ocular desde un objeto a otro. A los grafos resultantes se les aplican métricas para establecer una noción de importancia entre su nodos. Esta metodología fue probada con datos extraídos desde 23 personas a quienes se les solicitó realizar una actividad de visualización de un sitio web, la cual fue parametrizada usando un dispositivo de rastreo del movimiento ocular (*eye tracker*). Los resultados sugieren que un análisis basado en teoría de grafos puede capturar de forma confiable la dinámica del comportamiento del usuario y la identificación de objetos importantes dentro de un sitio web.

Palabras Clave: Comportamiento usuario web, Teoría de Grafos, Patrones de comportamiento visual, Objetos web.

*Departamento de Ingeniería Industrial, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile, Santiago, Chile.

1. Introducción

La necesidad de entender la evolución del uso de la Web, ha llevado a incorporar nuevas fuentes de datos a las ya existentes en los análisis estándares. Como la Web ya no es un ecosistema estático, donde los usuarios sólo podían desarrollar tareas simples, la idea de considerar su uso como un fenómeno evolutivo y dependiente del tiempo nace como una alternativa viable para desentrañar los factores subyacentes que influyen en la toma de decisiones [15].

Originalmente las aproximaciones típicas han utilizado el concepto de las sesiones de usuario, las que son extraídas desde el archivo de registros de *weblogs* almacenados en el servidor web institucional. Por años esta propuesta ha sido la base de la investigación en *web mining*. A pesar de que los resultados han mostrado muchos casos de éxito, existen dos limitaciones principales que amenazan la confiabilidad y mejoras futuras [11, 14]: dificultad en la reconstrucción de la sesión y falta de información respecto de las preferencias de los usuarios.

Para reconstruir la sesión de un usuario en un sitio existen dos grandes conjuntos de técnicas: Proactivas y Reactivas [16]. Las primeras utilizan herramientas de rastreo en el lado del cliente, es decir, permiten conocer en forma directa qué página está siendo visitada por un usuario en particular. Lo anterior vulnera la privacidad del usuario y en general está prohibido en la mayoría de los países [20]. Por otro lado, propuestas reactivas utilizan *weblogs* y desarrollan un análisis posterior para intentar reconstruir la sesión del usuario, basándose en metodologías heurísticas que generalmente consideran tiempo, la topología del sitio web o métricas basadas en ontología para dividir eficientemente los *weblogs* en sesiones. Si bien estos métodos no vulneran la privacidad de los usuarios, tienen una efectividad más baja debido a factores como:

1. Las características de los navegadores web, que han contribuido a enriquecer la experiencia del visitante, dando al usuario opciones y herramientas como visualización de múltiples páginas, botón de regreso (back bottom) y navegación colaborativa, representando todo un desafío en términos de identificar sesiones puras para el análisis [17].
2. Anonimizadores. Se trata de aplicaciones que por su funcionamiento esconden la dirección IP original desde donde se realiza la petición de una página. Por ejemplo un firewall que posee una IP pública y por donde

pasa cualquier solicitud de la red interna de una institución. En este caso se realiza un cambio de la IP privada a IP pública, es decir, cualquier petición de una página que se origine desde un computador de la red interna saldrá con al misma IP pública. Lo mismo ocurre con los sistemas caché implementados con Proxy Server y con la asignación de IP dinámicas, por parte de los Internet Service Providers.

3. Almacenamiento de páginas en caché. Con el fin de asegurar una navegación más rápida para el usuario, los navegadores incorporan un área caché en el disco duro del computador cliente, en la cual se almacenan páginas y objetos previamente visitados, de forma que si el usuario vuelve a consultar la página ya visitada, no se realiza una petición al servidor web, pues primero se consulta al caché. La petición anterior no queda registrada en los registros de weblog, por lo que la reconstrucción de la sesión se dificulta.
4. Mobile: El explosivo incremento en el uso de nuevas plataformas como smartphones y tablets ha forzado a desarrollar nuevas soluciones adaptativas dentro del proceso de desarrollo web. Este dinamismo muchas veces dificulta obtener un registro respecto de qué contenido o qué página está visitando el usuario

Dado lo anterior, usar sólo como fuente de datos los registros de *weblogs*, no necesariamente reflejaría el comportamiento del usuario web [22], debido principalmente a que sólo muestra mayormente qué páginas se visitaron, y por cuánto tiempo, sin dar cuenta el motivo por el cual se tomaron esas decisiones al hacer clic, o qué objeto dentro de la página afectó la navegación del usuario (tanto de duración en la página como de decisión).

Para poder comprender de mejor manera el comportamiento del usuario es necesario analizar qué componentes de cada página detonan las decisiones, o llaman su atención. Es claro que dichas componentes deben estar correlacionados directamente con el flujo de clics posterior [15].

Las sesiones web proveen una estimación de los intereses desde la base de visitas entre páginas, pero no entregan ninguna percepción acerca de las acciones y preferencias de contenido del usuario web [18]. Dado el dinamismo y complejidad de las actuales aplicaciones web, se considera que este problema es altamente relevante y debiera ser tomado en consideración. Por ejemplo, muchos sitios son aplicaciones web de una sola página, que han utilizado el poder los frameworks para javascript para mejorar la experiencia del usuario. En este caso la pregunta es ¿cómo analizar el comportamiento del usuario cuando no hay una transición explícita entre páginas? Dentro de este análisis se incluyen las variables nombradas anteriormente, junto con los tiempos

que toma el usuario para decidir cambiar de página, revisar un contenido en particular, y en general la forma en la que navega en el sitio.

Una alternativa viable que ha sido considerada, es el análisis del movimiento o fijación ocular del usuario en los contenidos de una página web. Al respecto, se han propuesto variados modelos para estudiar cómo el usuario explora una interfaz web y busca información que le es de interés [12]. De esta forma, la búsqueda de los objetos web clave, del punto de vista del usuario, así como su distribución en una página web, han contribuido a enriquecer el entendimiento del comportamiento del usuario en un sitio web y también han provisto nuevas líneas de investigación, específicamente en el área del desarrollo de nuevas aplicaciones basadas en la Web.

A pesar de que esta línea de investigación ha mostrado importantes resultados [7] y ha contribuido a incrementar el conocimiento acerca del comportamiento del usuario en una interfaz visual, en particular una página web, aun no considera las variaciones temporales propias de la navegación web, es decir, centra su análisis en fotos instantáneas de una página, obviando el cambio de contenido en el tiempo, cuando el usuario navega el sitio.

El análisis del movimiento ocular de un usuario en una página web, muestra que revisa los objetos web siguiendo una especie de patrón o camino [19] a través de los diferentes elementos presentes, siendo a veces lineal y otras cíclicos, además de presentarse el fenómeno de fijación ocular en ciertos objetos. Este camino presenta la trayectoria de fijación ocular que siguió el usuario, y es modelable a través de un grafo con las relaciones de atención entre los elementos visitados. De ahí mismo viene implícito el uso directo de la centralidad de grafos, en el sentido de que entrega qué objetos son los más relevantes dentro de un conjunto interrelacionado[10]. Por lo tanto la hipótesis de la investigación del presente artículo es que las métricas de centralidad utilizadas en teoría de grafos, podrían dar a conocer qué elementos son importantes dentro de los patrones de observación de un sitio web. El concepto de importancia es relativo, por lo que las diferentes métricas de centralidad, como *eigenvector* o *closeness centrality*, pueden dar resultados opuestos, por lo que es necesario analizarlas y ver cuáles se ajustan en mejor grado a los datos obtenidos desde los usuarios a analizar.

En este trabajo el principal objetivo es encontrar una medida de centralidad que se ajuste con los tiempos de fijación ocular en los objetos, y como objetivos secundarios, se propone apoyar el entendimiento del proceso de ubicación de la atención del usuario [10]. Estos intereses se refieren particularmente a aquellos componentes del sitio web que son los que guían la mirada y que finalmente son inspeccionados, incluyendo los textos que son leídos, las imágenes revisadas y los objetos evitados durante la inspección ocular. Al res-

pecto, los experimentos realizados consideraron la participación de 23 personas a quienes se les analizó la respuesta visual frente a estímulos presentes en una serie de páginas web (tiempos de fijaciones en objetos, movimientos oculares y dilatación pupilar) los cuales fueron registradas utilizando tecnologías del lado del servidor y dispositivos de seguimiento visual.

Este artículo está compuesto por una introducción que explica los componentes generales de la propuesta de investigación. La sección marco conceptual busca interiorizar al lector en conceptos y términos que fueron utilizados durante la investigación, así como el estado del arte de los dispositivos de rastreo ocular. Luego en la sección trabajo relacionado se muestran algunas investigaciones dentro del área de análisis de comportamiento del usuario y *eye tracker* que fueron citados en esta investigación. La sección metodología explica cómo fueron realizados los experimentos, la toma de datos y los dispositivos utilizados para ello. La sección análisis presenta los resultados obtenidos de la sección anterior y por último en conclusiones y trabajo futuro se entrega una discusión acerca de los resultados del experimento y de la investigación, junto con los posibles temas que se podrían abordar en trabajos posteriores.

2. Marco Conceptual

En los últimos años, el movimiento ocular en torno a estímulos visuales ha sido estudiado como una forma de analizar qué elementos atraen la atención de los usuarios. En el ámbito de la Web, lo que se busca es dar una respuesta aproximada a una vieja pregunta ¿qué elementos de un sitio atraen y retienen a un usuario web?. En la presente sección, se analizarán las distinciones básicas presentes en el análisis del movimiento ocular utilizando dispositivos de eye tracking, que luego serán necesarios para adentrarse en la propuesta de investigación que persigue este artículo.

2.1. Movimientos oculares

El ojo puede realizar diferentes tipos de movimiento para fijar, recibir y seguir estímulos visuales, y de esta forma el sujeto puede crear una imagen mental del escenario [12].

Estos movimientos están clasificados en tres categorías principales:

- **Movimientos de seguimiento:** Son aquellos realizados por el ojo para seguir el rastro de un objeto en movimiento.

- **Movimientos de convergencia:** Son realizados por ambos ojos con el objetivo de mantener la visión binocular.
- **Movimientos sacádicos:** Ocurren cuando el sujeto escanea una escena tratando de encontrar las partes más interesantes para así poder enfocarse en ellas. La velocidad de este movimiento no puede ser controlada voluntariamente, por lo que los ojos transitan tan rápidamente como pueden [1].

Hay otro tipo de mecanismo ocular no considerado movimiento llamado fijación la cual ocurre cuando el sujeto mantiene el foco en un objeto para así poder obtener una imagen en alta resolución de los detalles importantes. Generalmente cuando un sujeto recibe un estímulo visual, empieza a rastrear la escena, haciendo fijaciones en los detalles y realizando movimientos sacádicos entre los distintos puntos de fijación [12].

2.2. Atención visual y movimientos oculares

Si la atención visual fuera considerada en término de “qué” y “dónde”, es decir, “dónde” están los objetos destacados en una escena (observadas a través de la visión parafoveal) y “qué” son esos objetos destacados (a través de la visión foveal), sería normal considerar que los movimientos oculares trabajan de modo que apoyen la hipótesis de atención dual. Esto significa que la visión trabaja en un proceso cíclico compuesto de los siguientes pasos:

1. Dada una escena como estímulo, el encuadre completo es visto a través de la visión periférica y, por lo mismo, en baja resolución mayormente. En este paso los componentes más interesantes de la escena “destacan” o “aparecen” en el campo visual y atraen la atención hacia esa ubicación en particular para así poder realizar una inspección más detallada.
2. La visión foveal es desacoplada de la atención y los ojos se mueven hacia la región donde fue atraída la atención.
3. Después de que los ojos son apuntados hacia el área de interés, la fóvea es dirigida hacia la región de interés y la atención es centrada en ese punto para así poder percibirlo en alta resolución.

Este tipo de atención visual representa un enfoque del tipo “*bottom-up*”. Esto significa que las áreas interesantes de un estímulo visual, o en este caso una escena visual, atraen suficientemente la atención para prevenir mirar el resto de la escena. Por otra parte, un enfoque “*top-down*” es dirigido por otros tipos de factores cognitivos tales como conocimientos, expectativas, objetivos,

etc. Bajo este modelo, los sujetos están más predispuestos a mirar alrededor usando su visión periférica. Por ejemplo una persona que maneja regularmente notará las estaciones de bencina mucho más que alguien que no maneja tan seguido [9].

2.3. Técnicas de eye tracking

Los sistemas de rastreo ocular son dispositivos que permiten, a través de diferentes técnicas, medir los movimientos oculares de una persona [7]. De este modo es posible saber hacia dónde el sujeto apunta su mirada durante todo el intervalo de tiempo de uso del dispositivo, y usando estos datos, se obtiene la secuencia de movimientos oculares, junto con los tiempos en que se observaron los objetos dentro del sitio.

2.3.1. Foto-oculografía o video-oculografía

Esta categoría de *eye tracking* agrupa una amplia variedad de técnicas para medir los movimientos oculares, que incluyen la medición de diferentes características del ojo durante los movimientos de rotación y traslación. Algunas de ellas son la forma de la pupila, la posición del limbo o el reflejo de la córnea bajo la exposición a la luz (generalmente luz infra roja).

Estas técnicas trabajan de forma diferente, pero están agrupadas porque generalmente no entregan medidas sobre el punto de atención. Además sus resultados pueden ser obtenidos automáticamente, pero en algunos casos pueden incluir hacer inspecciones visuales de los movimientos registrados. Este tipo de análisis puede ser extremadamente tedioso y propenso a error, y está limitado a la tasa de muestreo del dispositivo utilizado.

2.3.2. Sistemas basados en video pupilar / Reflexión Corneal

La principal innovación de esta técnica es que provee una medida del punto de mirada. La medición de esta característica requiere tener la cabeza del sujeto fija de modo que la posición de los ojos y el punto de mirada coincidan. De otro modo sería necesario medir otras características de los ojos para poder separar los movimientos de la cabeza de los oculares.

Dos características útiles para medir son el reflejo corneal y en el centro de la pupila. Dispositivos basados en video que utilizan cámaras y hardware para procesamiento de imágenes relativamente baratos, son utilizados para procesar el punto de mirada en tiempo real. Los dispositivos y su configuración pueden ser montados en una mesa o en la cabeza. Ambas técnicas son similares al usar los mismos sistemas, y la única diferencia es el tamaño de los dispositivos.

Generalmente los sistemas montados en la cabeza son más precisos, porque se mueven en conjunción, pero a la vez son mucho más invasivos.

La reflexión corneal de la fuente de luz (generalmente luz infra-roja) es medida de manera relativa a la ubicación del centro de la pupila, donde un disco brillante (la pupila), fácilmente identificable, y uno pequeño (la reflexión corneal) pueden ser detectados. Usando un sistema de calibración de 9 puntos y algunos cálculos trigonométricos básicos es posible estimar la posición de la córnea y de la pupila, por lo tanto el punto de mirada del sujeto.

La arquitectura típica de un sistema de rastreo ocular basado en video se puede observar en la figura 1

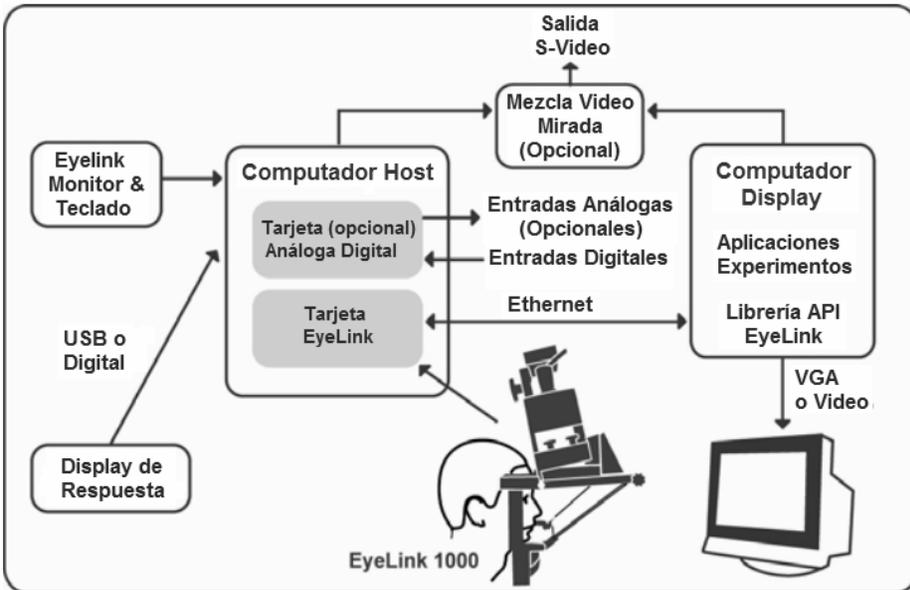


Figura 1: Arquitectura de un sistema de rastreo ocular usando video-oculografía

3. Trabajo relacionado

La literatura provee muchos ejemplos de cómo los sistemas de *eye tracking* han sido aplicados para enriquecer el análisis del usuario web. En las secciones subsiguientes, se mostrará un resumen de los más importantes casos, basados en el nivel de generalización y de novedad entregado.

3.1. Identificación de elementos web destacados

La principal motivación viene de la necesidad por entender cómo las personas centran la atención visual en páginas web, tomando en consideración su importancia tanto para desarrolladores web como para publicistas y anunciantes.

Un estudio del año 2009 realizó un análisis basado en rastreo visual en el que a 20 usuarios les fueron mostradas 361 páginas mientras desarrollaban búsqueda de información y tareas de inspección [4], donde el principal supuesto fue que los datos asociados a la fijación ocular podrían representar un centro (proxy) de atención. Desde esto, un marco de análisis fue desarrollado para, primeramente, generar una herramienta que permitiera caracterizar los elementos DOM, de las siglas en inglés de Document Object Model, para representar e interactuar con objetos dentro de archivos HTML, XHTML Y XML, independientemente de la plataforma o del lenguaje, por ejemplo, imágenes, párrafos, tablas, títulos, etc., con los datos asociados al movimiento ocular. La segunda parte incluye el uso de técnicas de *machine learning* para predecir los elementos importantes en una página web.

En este estudio el concepto de *fixation impact*[4] es utilizado para identificar los elementos que están bajo la mirada del usuario en un determinado momento. Los resultados empíricos muestran que la visión humana está caracterizada por una estrecha ventana de alta agudeza visual, junto con un área estándar alrededor del centro de la mirada. Así, cuando se visualiza un elemento, también implica que los objetos a su alrededor son considerados. Por lo tanto, dado un punto de fijación, un área DOM es seleccionada para así poder considerar todos los elementos en ella. Un puntaje basado en la distancia entre ellos es dado a cada objeto elemento basado en su cobertura, asumiendo una distribución gaussiana, la cual fue asumida debido a que la visión humana no tiene un alcance lineal, sino que está caracterizada por un punto de alta agudeza llamado fovea. Si bien la fijación está concentrada principalmente en este punto, la visión humana es capaz de capturar de manera parcial elementos que se encuentran alrededor de la fovea. Luego, en el caso de la navegación Web, cuando un usuario enfoca su atención en un punto en particular, una imagen, implícitamente está capturando información sobre los elementos que la rodean. Esta información adicional puede influir en la siguiente fijación que el usuario lleve a cabo, por lo tanto es importante considerarla.

Si bien existen varias propuestas para conseguir una buena estimación del *fixation impact*, la mayoría usa el concepto de gradiente de captura de información, es decir, asigna más peso al objeto que está más cerca del punto de fijación. En ese sentido, se opta por utilizar una distribución de pesos

que sigue una Gaussiana debido que es fácil de interpretar, es simétrica y ha demostrado buenos resultados en estudios previos [4]. El *fixation impact* es procesado usando la distancia y también incluyendo la dimensión del tiempo, que es la duración de la fijación.

La información obtenida en el paso anterior es usada para estimar los elementos importantes. Después de realizada una selección de las diez características que entregaron mayor ganancia de información, se aplica una regresión lineal para identificar las medidas que más influyeron en el puntaje del *fixation impact*. Los resultados mostraron que las características de posición obtuvieron los pesos más altos.

Otra línea de investigación ha sido desarrollada por Velásquez et al., donde el principal objetivo es identificar los objetos más relevantes en un sitio web usando el concepto de *website keyobjects* [21]. Un objeto web o *website object* es considerado como un elemento de una página web el cual puede ser caracterizado a través de un metadato. De esta forma, un párrafo, imagen o incluso un video puede ser un objeto web el cual está definido a través de datos sobre su contenido. Luego la definición de *website keyobject* deriva desde la de *website object* de la siguiente manera: *Uno o más website objects que atraen la atención del usuario y que caracterizan el contenido de una página o un sitio*. Esta definición establece qué objetos web obtienen mayor atención y son más interesantes desde el punto de vista del usuario y, por lo tanto, su identificación podría ayudar a mejorar la presentación, usabilidad y contenido de un sitio web. La identificación de los *keyobjects* involucra primeramente el análisis de los *weblogs* y una medida del tiempo utilizado. Para poder validar los descubrimientos fueron realizadas encuestas, las que no proveen un nivel alto de confianza para los resultados. Los autores abordaron este problema, y en [19] incorporaron metodologías de seguimiento visual para reemplazar el uso de encuestas. Con esto fueron capaces de validar el acercamiento teniendo una medida objetiva de la atención del usuario.

3.2. Implicit Feedback en la recuperación de información

En [5], Buscher et al. exploraron la aplicación de técnicas de *eye tracking* en el análisis del comportamiento del usuario en la página principal de un motor de búsqueda. Específicamente se trata obtener información respecto a los textos en los documentos que efectivamente son leídos por los usuarios. A lo anterior se le conoce como *implicit feedback* y puede ser usado para personalizar la búsqueda de documentos en un motor.

Entonces se recolectaron datos respecto de la fijación ocular para concluir qué partes de los documentos recuperados por el motor de búsqueda fueron

leídas y cuáles eran relevantes para el usuario. Adicionalmente el concepto de *attentive documents* es explicado para introducir una categoría especial de documentos que mantienen un registro de cómo y cuándo son vistos por los usuarios. Basándose en esa información adicional se pueden generar personalizaciones de los documentos leídos. Este concepto está basado en estudios previos [13, 23] donde la idea de intensidad de la fijación ocular está relacionada con la duración en el tiempo invertido.

El uso de *implicit feedback* es interesante ya que no sobrecarga al usuario y no interfiere con sus actividades. Este tipo de retroalimentación es capturado a través del análisis de la interacción del usuario con los sistemas en estudio y luego analizados para desarrollar determinadas acciones de asistencia (certain assistive action).

3.3. Identificación de la influencia de la publicidad en las páginas de resultados

La mayoría de los motores de búsqueda incorporan elementos de publicidad conocidos como ADS (advertisement o aviso publicitario) para entregar información comercial relacionada con las palabras clave ingresadas por los usuarios. Los ADS corresponden a publicidad pagada por los patrocinadores del motor de búsqueda y contienen hipervínculos a sus sitios web institucionales. No está claro si esta técnica realmente genera algún tipo de decisión de compra por parte del usuario, pero al menos se puede medir el comportamiento de clic, que queda almacenado tanto en el motor como en el sitio institucional visitado. En [6] se presenta un análisis de la respuesta ocular de los usuarios frente a los ADS de un motor de búsqueda, examinando qué variables influyen la fijación ocular del usuario en un nivel más alto.

Los descubrimientos claves del estudio están relacionados con la influencia de las tareas en las cuales el usuario está envuelto mientras navega, la calidad de los ADS y la secuencia en que aparecen a lo largo de los resultados de búsqueda. De ese modo encontraron evidencia cuantitativa de sesgo, por parte de la atención del usuario hacia los resultados cuando estos están ubicados en la parte superior de las listas. La influencia de la calidad de los ADS fue medida en término de la distancia semántica con la consulta de búsqueda. Basado en los resultados experimentales, los usuarios prestan menos atención a los resultados orgánicos¹ cuando la calidad de los avisos es buena.

¹Hacen referencia a aquellos resultados de una búsqueda que se basan directamente en el algoritmo imparcial utilizado por el buscador. Se diferencian de los resultados patrocinados en el sentido que estos últimos dependen de la cantidad de dinero invertido en ellos.

4. Metodología

Fue desarrollado un análisis exploratorio basado en el monitoreo de la actividad visual durante la navegación del usuario. El experimento consistió en pedir a un conjunto de sujetos que exploren un sitio web definido, realizando tareas estándar de obtención de información mientras utilizaban un dispositivo de rastreo ocular que registra y almacena toda la actividad visual y de la mirada. Una línea típica del registro es la siguiente:

```
<time> <xpl> <ypl> <psl> <xpr> <ypr> <psr> <xvl> <yvl> <xvr>
<yvr> <xr> <yr>
```

donde cada componente corresponde a:

- **<time>**: marca de tiempo en milisegundos.
- **<xpl>**: información de posición del eje x para el ojo izquierdo.
- **<ypl>**: información de posición del eje y para el ojo izquierdo.
- **<psl>**: tamaño de la pupila para el ojo izquierdo (área o diámetro).
- **<xpr>**: información de posición del eje x para el ojo derecho.
- **<ypr>**: información de posición del eje y para el ojo derecho.
- **<psr>**: tamaño de la pupila para el ojo derecho (área o diámetro).
- **<xvl>**: velocidad instantánea del ojo izquierdo en el eje x (grados/segundos).
- **<yvl>**: velocidad instantánea del ojo izquierdo en el eje y (grados/segundos).
- **<xvr>**: velocidad instantánea del ojo derecho en el eje x (grados/segundos).
- **<yvr>**: velocidad instantánea del ojo derecho en el eje y (grados/segundos).
- **<xr>**: resolución eje x (posición unidades/grados).
- **<yr>**: resolución eje y (posición unidades/grados).

Esta información fue registrada por el dispositivo cada 2 milisegundos. Los sujetos sólo recibieron la instrucción de revisar cada página web, sin un propósito particular, y de manera secuencial, para así obtener una visión completa de las 29 páginas del sitio. El usuario podía decidir cuánto tiempo destinaba a revisar cada página y luego pasar a la siguiente.

Los pasos específicos son descritos a continuación:

1. El dispositivo de *eye tracking* es calibrado y configurado de acuerdo a las características físicas del sujeto (altura, forma de la cabeza, posición al sentarse) y a sus movimientos oculares, de modo de disminuir el error al momento de hacer las mediciones. Luego la página inicial del sitio es presentada.
2. El sujeto comienza la exploración. Su comportamiento es seguido con el dispositivo de *eye tracking* y adicionalmente con el servidor que almacena la sesión web.
3. Dos procedimientos de recalibración son realizados durante el experimento para verificar la calidad de la información extraída por el dispositivo.

4.1. Implementación

Grupo experimental: Veinte y tres personas fueron elegidas con un promedio de edad de 26,1 años (con una varianza de 2,2 años). El grupo estaba compuesto principalmente por estudiantes universitarios y profesionales de diferentes áreas del conocimiento (ingenieros, biólogos y kinesiólogos). De acuerdo a la propia apreciación de cada sujeto (ningún tipo de test se realizó para medir esto), uno se consideraba experto en navegación web, 18 situaban su conocimiento como promedio y los otros 4 pensaban que eran usuarios básicos.

Sitio web escogido: El análisis fue realizado en el sitio web del programa de MBA ofrecido por el Departamento de Ingeniería Industrial de la Universidad de Chile ². Este sitio ha estado funcionando desde Enero del 2011 y entrega información acerca de los cursos, la metodología, el plan de estudios, los profesores, el perfil de los estudiantes, etc., como también páginas para poder postular al programa.

Al momento del análisis el sitio estaba compuesto por 29 páginas y 359 objetos DOM, que aparecieron un total de 1014 veces, es decir, un objeto puede estar presente en más de una página. Esto sucede bastante en objetos comunes como banners, menús, pies de páginas, cabeceras, etc. El promedio de objetos por página es de 31.9 y su tamaño promedio es de 418.6 pixeles de ancho por 100.1 pixeles de alto.

Dispositivo de seguimiento: Para poder capturar los movimientos del ojo y medir la dilatación pupilar fue utilizado un sistema de *eye tracker* basado en video que ocupa la pupila y la reflexión corneal para realizar registros. Este tipo de dispositivos son considerados herramientas avanzadas para medir el movimiento ocular, debido al alto grado de precisión que se obtiene. En particular se utilizó un *eye tracker* modelo Eyelink 1000, desarrollado por SR

²<http://www.mbauchile.cl>

Research³. Este dispositivo está compuesto de una pantalla principal con una cámara de alta velocidad y un emisor de infrarrojos, conectados a un host que se encarga del procesamiento de los datos. Esto permite al investigador desarrollar los experimentos y obtener la información de una manera simple. También muestra en tiempo real los mismos estímulos que el participante ve. El tiempo total que toma configurar el sistema para realizar un registro está entre los 2 y 5 minutos.

5. Análisis

Después de obtener los datos generados a partir del movimiento ocular de cada sujeto, se procedió a transformar la fijación ocular en una representación de grafo. Cada elemento de una página web, como un párrafo de texto o una imagen, es representado como un nodo, asignándosele un identificador único. Cada nodo tiene asociado un valor numérico que indica el tiempo de fijación en el elemento que representa. Los arcos entre elementos no tienen peso dado que el movimiento sacádico realizado entre fijaciones es de alta velocidad, por lo que el tiempo entre estas transiciones es despreciable. Es importante destacar que el tiempo de fijación incluye todo el tiempo que se miró un objeto, junto con los tiempos donde hubo movimientos oculares dentro del objeto (como en el caso de objetos de texto que necesitan ser leídos).

Las conexiones o arcos en el grafo representan las transiciones en la mirada entregadas por el dispositivo de *eye tracking*, tal como se aprecia en la Fig. 2. En este caso, el usuario fija la atención inicialmente en la foto superior izquierda, luego se mueve hacia el párrafo central, para finalmente mirar la foto inferior central. Esta transición es representada como un arco dirigido entre dos nodos.

Por lo tanto cada transición añade un nuevo nodo al correspondiente grafo, creándose una estructura dirigida. Se podría pensar que en vez de una representación por grafos sólo se estaría obteniendo una lista secuencial de los objetos vistos, pero la evidencia muestra que los usuarios tienden a retornar a los elementos vistos previamente, lo que genera ciclos dirigidos. Toda la información de la generación de grafos es almacenada, para luego inspeccionar el proceso completo.

Cada usuario genera un grafo por página visitada, por lo tanto el número máximo de grafos por usuario es 29. Esto fue diseñado de esta manera dado que los elementos de cada página son diferentes (a pesar de existir elementos

³<http://www.sr-research.com>

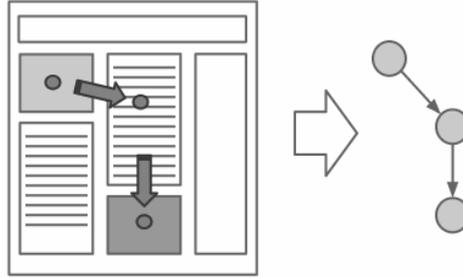


Figura 2: Transformación desde actividad de la mirada hacia una representación de grafos

comunes como los menús, cabeceras, etc.) y por lo mismo no se podrían agregar nodos de forma directa para generar un sólo grafo. Además se busca encontrar la importancia relativa de los elementos dentro de una página, lo que se anula al aunar toda la información, junto con perder el elemento de temporalidad que se busca inicialmente, al no poder diferenciar cuándo aparecen nuevos objetos. Claramente los grafos que genera un usuario en una página varían respecto de otros usuarios, puesto que el proceso de ubicación de la atención es personal y diferente en cada ser humano. Sin embargo, se aprecian ciertas similitudes que a la larga representarán patrones de comportamiento común.

5.1. Reconocimiento de objetos destacados

Es uno de los más importantes tipos de análisis que pueden ser realizados cuando se estudia la atención del usuario. Para lograr tal tarea se propone el uso del concepto *Network Centrality*, muy utilizada en teoría de grafos para expresar la relevancia de un nodo. Este tipo de métrica se originó desde el campo de análisis de redes sociales para poder identificar el grafo de influencia dentro de un grupo de individuos [8].

Una de las más comunes medidas de centralidad es la llamada centralidad del vector propio [3, 2]. Dada la matriz de adyacencia A del grafo G , esta centralidad es definida como el vector propio principal según la ecuación 1

$$\lambda v = Av, \quad (1)$$

donde λ es el valor propio (constante) y v es el vector propio. La interpretación de la ecuación 1 es que un nodo tiene un puntaje de vector propio alto si es adyacente a otros nodos con valores altos. La idea intrínseca de esta métrica es la noción de influencia, es decir, si un nodo influye sólo un nodo, el cual subsecuentemente influye en múltiples nodos, entonces el primer nodo

en esa cadena es altamente influyente. Otra interpretación, que podría estar más relacionada al análisis de control de flujo, es que la centralidad del vector propio entrega un modelo para el riesgo nodal (nodal risk), en el sentido de que el equilibrio a largo plazo del nodo de recibir tráfico va en función del riesgo de sus vecinos.

A pesar que la aplicación de esta métrica parece promisoría en el contexto del flujo de datos, debe notarse que, dada su naturaleza, existen algunas suposiciones a ser tomadas en cuenta. Primero, se asume que el tráfico está habilitado para moverse a través de caminos no restringidos. Segundo, un nodo influye a todos sus vecinos al mismo tiempo.

Otra medida es el grado de centralidad. Dado el grafo $G = (V, E)$, donde V es el conjunto de vértices y E es el conjunto de arcos, el grado de centralidad para el nodo i está definido como $CD = deg(i)$, que es el número de relaciones (ties) que inciden sobre un nodo i . La interpretación es que el grado de centralidad representa el efecto inmediato en una red. Por ejemplo, si cierta proporción de los nodos están infectados, la probabilidad de infección es una función en base del número de nodos que están adyacentes.

Se puede ver que el grado de centralidad y la centralidad del vector propio comparten ciertos aspectos. Aunque mientras el grado de centralidad exagera en el riesgo inmediato/influencia, la centralidad del vector propio está relacionado al riesgo/influencia en el largo plazo.

La proximidad central para un nodo es definida como la suma teórica (graph-theoretic) de las distancias desde todos los otros nodos. La noción de distancia en este caso es definida como el largo del camino más corto entre dos nodos. En el contexto de flujo de información, esta métrica es relevante en el sentido de que puede ser interpretada como el tiempo de llegada estimado de la información a un nodo en particular. Nodos con puntaje de cercanía bajo tienen distancias más cortas del resto, lo que permite recibir la información antes.

Debe notarse que el uso de esta métrica implica una discusión del concepto de accesibilidad, en el sentido de que sólo entrega resultados significativos si el grafo estudiado es uno conectado.

Finalmente se tiene la centralidad intermedia. Esta métrica se define como la proporción de veces que un nodo i necesita un nodo k para poder alcanzar un nodo j a través del camino más corto. Si g_{ij} es el número de caminos geodésicos desde i hasta j y g_{ikj} es el número de estos caminos que pasan a través del nodo k , entonces la centralidad intermedia del nodo k está definida como lo expresa la ecuación 2

$$C_B = \sum_i \sum_j \frac{g_{ikj}}{g_{ij}}, \tag{2}$$

con $i \neq j$ and $i \neq k$.

Las métricas anteriormente expuestas, fueron aplicadas a los grafos resultantes para cada página visitadas por cada usuario. El objetivo principal es analizar si los nodos que tienen un puntaje alto están correlacionados con los que el usuario fija su atención más tiempo.

Para generar la comparación, cada métrica de centralidad fue procesada para cada nodo en el grafo, y los puntajes fueron agregados junto con los grupos de usuarios.

El tiempo empleado en observar cada objeto fue utilizado como medida de la atención del usuario. Como una medida de la atención del usuario fue calculada el tiempo gastado en cada objeto como un sustituto para la fijación.

Por lo tanto, para cada nodo que fue visualizado por cualquier usuario existe un conjunto de cuatro puntajes de centralidad, junto con una medida del tiempo gastado en él.

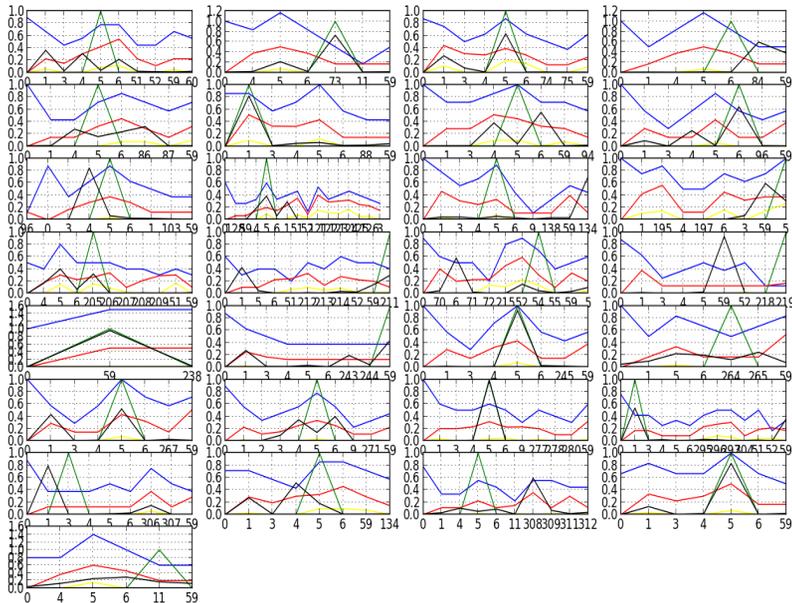


Figura 3: Puntajes de métrica de centralidad y tiempo gastado para cada nodo

La figura 3 muestra los resultados promediados para el reconocimiento de elementos destacados para las 29 páginas que conforman el sitio web estudiado. La representación el gráfico es la siguiente: *degree*, *closeness*, *eigenvector* y *betweenness* (listadas en orden desde la parte superior hasta la inferior de cada gráfico). El tiempo gastado en cada objeto es representado por la línea negra.

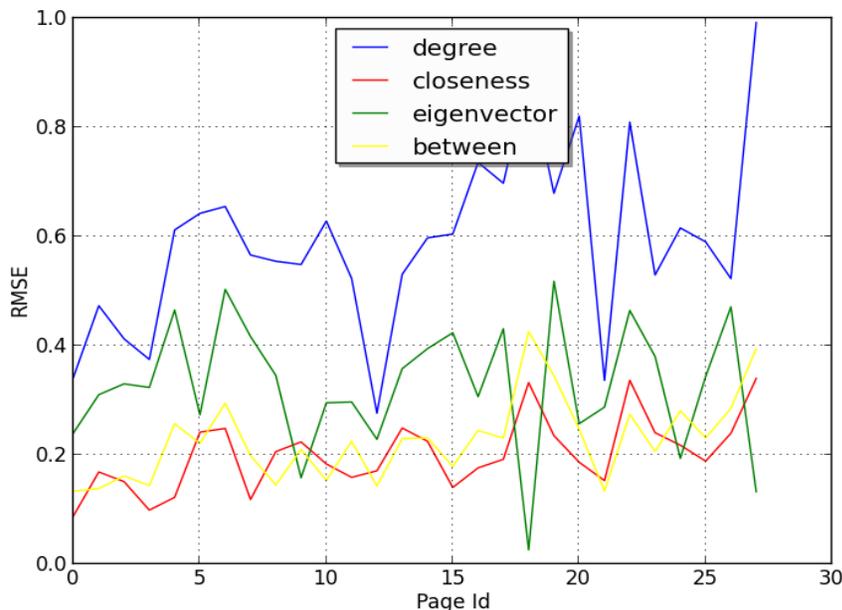


Figura 4: Ejemplo de los valores RMSE para todas las métricas de centralidad para cada página para un sujeto

Fue desarrollado un procesamiento similar para poder encontrar qué métricas de centralidad se comportan de manera más parecida al tiempo gastado por los usuarios en cada nodo. Al ser un estudio exploratorio, fueron elegidas dos maneras de comparar las métricas de centralidad con el tiempo gastado.

La primera manera es usar RMSE⁴ como métrica de cercanía entre la centralidad y el tiempo. La idea es encontrar, de manera agregada, que curva de centralidad tiene el menor RMSE. La Fig. 4 muestra, para un sujeto, los valores de RMSE para todas las métricas de centralidad junto con la sesión web.

Fueron procesados los valores del RMSE promedio para cada métrica de centralidad, y los resultados muestran que la métrica con el puntaje más bajo

⁴Del inglés Root-mean-square error, se refiere a la desviación cuadrática.

es la de centralidad del vector propio, seguido de la proximidad central.

Este resultado parece lógico ya que el concepto de influencia en interfaces gráficas, tales como sitios web, está relacionada a cómo la atención en elementos específicos afecta la atención hacia el resto. Un ejemplo de esto podría ser una imagen colorida que es mostrada en un sitio web. Eventualmente podría guiar la atención del usuario hacia los elementos que la rodean, por lo que los elementos que están adyacentes, recibirán más atención (en términos del tiempo gastado en una fijación), que los que están más alejados. Así un elemento será influyente si al mismo tiempo está conectado con otros que sean también influyentes .

La segunda forma de explorar los resultados es usar una métrica de correlación entre los valores de centralidad y el tiempo gastado en cada elemento. Este análisis es diferente al anterior en el sentido que no tienen como objetivo encontrar el nivel de ajuste entre dos curvas. En este caso se quiso explorar si existe una dependencia entre las variables.

Fue usado el coeficiente de correlación de Pearson, que mide el grado de relación de dos variables siempre y cuando ambas sean cuantitativas, para calcular el puntaje de dependencia, por lo tanto se asumió el escenario de una correlación lineal y que la información sigue una distribución normal.

Los resultados muestran que el valor más alto para la correlación fue obtenido por la centralidad del vector propio ($r=0.41$), a pesar que el nivel de confianza no es estadísticamente significativo. Ninguna otra métrica de centralidad obtuvo un puntaje de correlación aceptable.

6. Conclusiones y trabajo futuro

La métrica presentada en este trabajo es una exploración inicial para poder entender las correlaciones entre la actividad registrada y los resultados obtenidos. Por lo mismo esta métrica es en sí un estimador de la atención que los usuarios invierten en los objetos, pero no podría tomarse como un valor final, ya que en ciertos casos extremos los resultados no se correlacionan con los tiempos de fijación obtenidos en los objetos. Sin embargo, este tipo de modelamiento es novedoso ya que técnicas similares habían utilizados representaciones de grafos y métricas de centralidad en imágenes, pero nunca en análisis de páginas web y sus elementos. Lo anterior deja una puerta abierta para futuras modificaciones o acercamientos similares que permitan obtener mejoras en cuanto a las correlaciones de la métrica y los resultados.

Otro concepto importante que puede someterse a análisis es la validez de la

granularidad de los elementos. En este caso particular se utilizó la definición de Velásquez para *website objects* y *website keyobjects*, la cual aún carece de una estandarización que permita obtener objetos similares en páginas similares. El análisis de un sitio escrito en HTML y que utilice elementos DOM permite una gran variedad de elecciones en cuanto a objetos, dependiendo del nivel en el que estén dentro del árbol o lo que representen, por lo que hay algunas preguntas subyacentes acerca de ¿cómo identificar *web objects* automáticamente?, ¿cómo analizar el HTML y agrupar elementos de la jerarquía DOM? Actualmente se está trabajando en estos métodos, analizando las diferencias al subir o bajar niveles dentro del árbol DOM y otros que incluyen técnicas de *clustering*, pero que escapan al alcance de este trabajo.

Cabe destacar que el sistema que se utilizó mostraba las páginas de manera secuencial, dándole la opción al sujeto de pasar a la siguiente página cuando él lo estimase conveniente, hasta completar el conjunto de 29 páginas. Esto podría afectar la validez del experimento ya que es una simulación de una navegación real dentro de la página, donde un usuario ingresa por voluntad propia y navega a través de clics en los diferentes links existentes dentro de cada página. La restricción impuesta fue necesaria para establecer los límites de navegación del usuario en cuanto a tiempo y a cantidad de páginas que debía visitar. Al “imponer” una tarea al usuario, la navegación se ve sesgada y eso fue lo que se trató de evitar en esta investigación.

En este trabajo se exploró cómo se comporta el usuario web desde una perspectiva de la fijación ocular. Para poder formalizar el análisis fue usado un marco basado en teoría de grafos que permitió la aplicación de métricas para establecer la importancia relativa de los objetos web. Los resultados iniciales muestran que en efecto, las métricas de centralidad pueden ser usadas identificar los objetos destacados de una página web. Este es un resultado útil ya que siempre es deseable conocer en que objetos el usuario se centra mayormente.

Finalmente los resultados muestran que existe una correlación alta entre la métrica de centralidad del vector propio, y que las otras métricas de centralidad no obtuvieron un valor de correlación aceptable como para poder obtener conclusiones directas desde ellas. En este sentido las contribuciones del presente artículo van por el lado de abrir una nueva ventana de investigación, utilizando técnicas muy conocidas como la teoría de grafos y seguimiento del movimiento ocular usando herramientas de eye tracking.

Agradecimientos: Este trabajo fue financiado por el proyecto FONDEF-CONICYT CA12I10061 y por el Instituto Sistemas Complejos de Ingeniería (ICM: P-05-004-F, CONICYT: FBO16).

Referencias

- [1] George Adler. Psychology: The science of behaviour. *Canadian Psychology*, 43(4):278, 2002.
- [2] Phillip Bonacich. Factoring and weighting approaches to status scores and clique identification. *Journal of Mathematical Sociology*, 2(1):113–120, 1972.
- [3] Stephen P Borgatti. Centrality and network flow. *Social networks*, 27(1):55–71, 2005.
- [4] Georg Buscher, Edward Cutrell, and Meredith Ringel Morris. What do you see when you're surfing?: Using eye tracking to predict salient regions of web pages. In *Proceedings of the SIGCHI Conference on Human Factors in Computing Systems*, CHI '09, pages 21–30, New York, NY, USA, 2009. ACM.
- [5] Georg Buscher, Andreas Dengel, Ralf Biedert, and Ludger V. Elst. Attentive documents: Eye tracking as implicit feedback for information retrieval and beyond. *ACM Trans. Interact. Intell. Syst.*, 1(2):9:1–9:30, January 2012.
- [6] Georg Buscher, Susan T. Dumais, and Edward Cutrell. The good, the bad, and the random: An eye-tracking study of ad quality in web search. In *Proceedings of the 33rd International ACM SIGIR Conference on Research and Development in Information Retrieval*, SIGIR '10, pages 42–49, New York, NY, USA, 2010. ACM.
- [7] A. Duchowski. *Eye Tracking Methodology: Theory and Practice*. Methods in molecular biology. Springer, 2007.
- [8] Linton C Freeman. Centrality in social networks conceptual clarification. *Social networks*, 1(3):215–239, 1979.
- [9] Simone Frintrop, Erich Rome, and Henrik I. Christensen. Computational visual attention systems and their cognitive foundations: A survey. *ACM Trans. Appl. Percept.*, 7(1):6:1–6:39, January 2010.
- [10] Pablo Loyola and Juan D Velásquez. Characterizing web user visual gaze patterns: A graph theory inspired approach. In *Brain Informatics and Health*, pages 586–594. Springer International Publishing, 2014.
- [11] H. Brendan et al McMahan. Ad click prediction: A view from the trenches. In *Proceedings of the 19th ACM SIGKDD International Conference on*

- Knowledge Discovery and Data Mining*, KDD '13, pages 1222–1230, New York, NY, USA, 2013. ACM.
- [12] J. Nielsen and K. Pernice. *Eyetracking Web Usability*. Voices That Matter. Pearson Education, 2010.
- [13] Takehiko Ohno. Eyeprint: support of document browsing with eye gaze trace. In *Proceedings of the 6th international conference on Multimodal interfaces*, pages 16–23. ACM, 2004.
- [14] Pablo E. Román, Juan D. Velásquez Robert F. Dell, and Pablo S. Loyola. Identifying user sessions from web server logs with integer programming. *Intelligent Data Analysis*, 18(1):43–61, 2014.
- [15] Pablo E. Román and Juan D. Velásquez. A neurology-inspired model of web usage. *Neurocomputing*, 131(0):300 – 311, 2014.
- [16] Myra Spiliopoulou, Bamshad Mobasher, Bettina Berendt, and Miki Nakagawa. A framework for the evaluation of session reconstruction heuristics in web-usage analysis. *Inform journal on computing*, 15(2):171–190, 2003.
- [17] Yu-Hui Tao, Tzung-Pei Hong, Wen-Yang Lin, and Wen-Yuan Chiu. A practical extension of web usage mining with intentional browsing data toward usage. *Expert Systems with Applications*, 36(2):3937–3945, 2009.
- [18] Juan D Velásquez. Web site keywords: A methodology for improving gradually the web site text content. *Intelligent Data Analysis*, 16(2):327–348, 2012.
- [19] Juan D. Velásquez. Combining eye-tracking technologies with web usage mining for identifying website keyobjects. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 26:1469 – 1478, 2013.
- [20] Juan D Velásquez. Web mining and privacy concerns: Some important legal issues to be consider before applying any data and information extraction technique in web-based environments. *Expert Systems with Applications*, 40(13):5228–5239, 2013.
- [21] Juan D. Velásquez, Luis E. Dujovne, and Gastón L’Huillier. Extracting significant website key objects: A semantic web mining approach. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 24(8):1532 – 1541, 2011.
- [22] Sungjoon Steve Won, Jing Jin, and Jason I Hong. Contextual web history: using visual and contextual cues to improve web browser history. In

Proceedings of the SIGCHI Conference on Human Factors in Computing Systems, pages 1457–1466. ACM, 2009.

- [23] Songhua Xu, Hao Jiang, and Francis Lau. User-oriented document summarization through vision-based eye-tracking. In *Procs. of the 14th Int. Conf. on Intelligent user interfaces*, pages 7–16. ACM, 2009.

Programas de Postgrado y Postítulos DII

DOCTORADO

Doctorado

en Sistemas de Ingeniería



Sólida formación en herramientas metodológicas necesarias para identificar, analizar, modelar y resolver problemas complejos en sistemas de ingeniería

Contacto:
562-29784017 | doctorado@sistemasdeingenieria.cl
Informaciones y postulación en línea en:
www.dsi.uchile.cl



FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

MAGÍSTERES

 INGENIERIA INDUSTRIAL
UNIVERSIDAD DE CHILE



MGO | Magíster
Gestión de Operaciones

Formar profesionales de excelencia en investigación de operaciones, quienes podrán enfrentar problemas complejos en gestión de operaciones, integrando herramientas matemáticas, económicas y tecnológicas.

 FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS

Informaciones en: www.mgo.uchile.cl
Contacto: 562-29784073

 INGENIERIA INDUSTRIAL
UNIVERSIDAD DE CHILE

 FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS



MAGCEA
MAGÍSTER EN ECONOMÍA APLICADA

Busca formar profesionales y académicos de gran capacidad analítica y sólida base en economía

www.cea-uchile.cl | infocea@dii.uchile.cl | 562-29784073



INGENIERÍA INDUSTRIAL
UNIVERSIDAD DE CHILE

20 AÑOS FORMANDO LÍDERES DE EXCELENCIA PARA AMÉRICA LATINA

20 Años MGPP®

MAGÍSTER EN GESTIÓN Y POLÍTICAS PÚBLICAS

Horario Diurno

Horario Ejecutivo



Magister en Gestión y Políticas Públicas
Acreditado 7 años, desde octubre de 2011
y hasta octubre de 2018



Universidad de Chile - Acreditada
7 años, en todas las Áreas (Docencia de
Pregrado, Docencia de Postgrado,
Investigación, Gestión Institucional,
Vinculación con el Medio), desde diciembre
de 2011 y hasta diciembre de 2018

Mayor información en: mgpp@dii.uchile.cl - WWW.MGPP.CL - (56 2) 2978 4067 - República 701



INGENIERIA INDUSTRIAL
UNIVERSIDAD DE CHILE



Beca
**MINERA
ESCONDIDA**
Operada por BHP Billiton

UNA NUEVA
PERSPECTIVA
GLOBAL

Programa único en Chile:

- > 9 meses en Ingeniería Industrial, 8 meses en escuela de negocios de EE.UU., Inglaterra o Australia.
- > 2 semanas de Study Tour por Asia Pacifico.
- > Becas para todos los aceptados (monto variable de 50% a 100%).
- > Acceso a financiamiento exclusivo.



Global MBA
Magister en Gestión para la Globalización


INGENIERIA INDUSTRIAL
UNIVERSIDAD DE CHILE

**Tu mejor
decisión**

MBA UCHILE

www.mbauchile.cl


fcfm | FACULTAD DE CIENCIAS
 FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
 UNIVERSIDAD DE CHILE


INGENIERÍA INDUSTRIAL
UNIVERSIDAD DE CHILE

MBE
 Master in Business Engineering

**Magíster en Ingeniería de Negocios
 con Tecnologías de la Información**

**Los líderes de hoy
 comprenden cómo la
 tecnología lleva a las
 empresas al éxito.**

A Quién está Dirigido
 Ejecutivos y profesionales que deseen liderar o ejecutar proyectos innovadores de diseño integral y sistémico de los negocios orientados a mejorar su competitividad.

Metodología
 Este es un Magíster integrador, conformado por un conjunto de cursos de gestión, modelos analíticos aplicados, diseño de negocios, arquitectura y procesos, tecnologías de información de base y diseño de aplicaciones, y de inducción de habilidades de innovación.

Además de las evaluaciones tradicionales por medio de controles y exámenes, una parte fundamental del trabajo de los alumnos será el desarrollo de un proyecto de innovación en el negocio de la empresa auspiciadora -donde ejecutará su residencia-, el cual se llevará a cabo durante todo el programa, en los cursos obligatorios del mismo.

Duración:
 3 semestres académicos más un semestre para dar término al Proyecto de Grado.

Horario:
 Martes o jueves vespertino, viernes de 14:30 a 18:00 horas
 y sábados de 8:30 a 11:45 horas.

Informaciones:
 Coordinadora: Ana María Valenzuela.
 (56 2) 978 4835 / anamaria@dii.uchile.cl

www.dii.uchile.cl


fcfm | FACULTAD DE CIENCIAS
 FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
 UNIVERSIDAD DE CHILE



INGENIERIA INDUSTRIAL
UNIVERSIDAD DE CHILE

MBA

Magíster en Gestión y
Dirección de Empresas
VERSIÓN INDUSTRIA MINERA
Formato Week End

Quinta Versión: Santiago
Inicio: Abril 2015

Información: (+562) 29784020 | mbamin@dii.uchile.cl | www.mbamin.cl



EDUCACIÓN EJECUTIVA



INGENIERIA INDUSTRIAL
UNIVERSIDAD DE CHILE



Formación de Excelencia

- >> Diplomados
- >> Cursos de Especialización
- >> Programas para Empresas
- >> Seminarios y Talleres

www.eeuchile.cl

(56) 2 2978 4002 | diplomas@dii.uchile.cl



