
UN MODELO DE PROGRAMACIÓN LINEAL ENTERA PARA LA PLANIFICACIÓN DE CURSOS Y RELADORES DEL PROGRAMA “CONSTRUYENDO MIS SUEÑOS”

JAVIER MARENCO*
DIEGO PINTO VALDÉS**
PATRICIO WOLFF***

Resumen

El programa “Construyendo Mis Sueños”, dependiente de la Universidad de Chile, desarrolla una serie de cursos de capacitación con el aporte voluntario de un conjunto de relatores. Todos los semestres se realiza la programación de los cursos, determinando el cronograma de clases de cada uno y los relatores asignados a cada clase. Se trata de un problema de muy difícil tratamiento manual, dado que combina la programación de los cursos con la asignación de relatores a las clases, con restricciones de roles y disponibilidad individual. En este trabajo se presenta un modelo de programación lineal entera para realizar esta tarea automáticamente. El modelo fue aplicado a instancias reales, obteniéndose resultados satisfactorios, con tiempos de resolución reducidos.

Palabras Clave: programación de cursos, programación lineal entera

* Instituto de Ciencias, Universidad Nacional de General Sarmiento, Buenos Aires, Argentina.

** Departamento de Ingeniería Industrial, FCFM, Universidad de Chile, Chile.

*** Departamento de Ingeniería Industrial, FCFM, Universidad de Chile, Chile.

1. Introducción

Las micro y pequeñas empresas (MIPes) representan más de la mitad de la ocupación privada en Chile, siendo de vital importancia para el aporte y creación de empleo en la sociedad de trabajo chilena. Muchas de estas micro empresas poseen ganancias mínimas –incluso menores al sueldo mínimo– siendo algunas sólo de subsistencia para los micro emprendedores. Desde 1999 las MIPes en Chile vienen experimentando un aumento progresivo, lo que se puede explicar por la necesidad de las personas a proveer para sus hogares de forma independiente. Acompañando este desarrollo, se crea en el año 2002 el programa “Construyendo Mis Sueños”, debido a inquietudes estudiantiles sobre la realidad social en Chile.

El programa se encuentra inmerso dentro de la Universidad de Chile, como un área de la Escuela de Ingeniería y Ciencias de la Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas. Funciona con la administración centralizada de la facultad, pero sus recursos financieros son manejados independientemente, en un centro de costo asociado. Actualmente, “Construyendo Mis Sueños” desarrolla una serie de programas de capacitación en diversos ámbitos. Algunos programas se realizan regularmente, y otros se realizan a pedido de una institución que ha realizado un estudio de mercado en el ámbito MIPE y desea incentivar o aumentar la capacidad productiva de un sector en específico.

La planificación de los cursos de capacitación es una tarea sumamente compleja, dado que involucra la programación de las fechas de cursada teniendo en cuenta la disponibilidad y habilidades de los relatores, lo cual hace que incluso encontrar soluciones factibles sea un problema particularmente desafiante. El volumen de datos que se debe manejar es muy grande, y esto afecta a la calidad de una programación manual. En un diagnóstico preliminar realizado dentro del programa se encontraron algunas dificultades, que motivaron el proyecto de optimizar los procesos de planificación de los cursos. El presente trabajo se inscribe dentro de este proyecto, y describe un modelo de programación lineal entera para apoyar estas actividades de programación de cursos y relatores. El modelo toma como entrada los datos de relatores disponibles y cursos a programar, y determina el horario y fecha de comienzo de cada curso dentro de un rango aceptado, junto con los relatores asignados a cada clase.

El problema de programación de cursos que surge en este contexto combina características de problemas existentes en la literatura. El objetivo principal es realizar la programación de los calendarios de los cursos teniendo en cuenta

restricciones de inicio de clases y patrones horarios, pero teniendo en cuenta la disponibilidad de los relatores que pueden participar de las clases. Cada relator tiene una serie de habilidades, y en cada clase pueden participar distintos relatores en función de su disponibilidad y habilidades. Los autores no están al tanto de trabajos en la literatura que involucren problemas de programación con estas características.

El presente trabajo se encuentra dividido del siguiente modo. En la Sección 2 se dan detalles sobre el funcionamiento del programa “Construyendo Mis Sueños” y en la Sección 3 se describe el problema a resolver. La Sección 4 contiene el modelo de programación entera, y la Sección 5 describe los resultados computacionales derivados del proceso de planificación de cursos y relatores. Finalmente, la Sección 6 contiene conclusiones y líneas de desarrollo futuro.

2. El programa “Construyendo Mis Sueños”

La misión del programa “Construyendo Mis Sueños” es transferir, entregar y desarrollar tecnologías que permitan incrementar la capacidad de gestión a través de la instalación de nuevos estilos de trabajo, habilidades, destrezas y herramientas que permitan desarrollar el capital social de la comunidad. El programa tiene como objetivo contribuir al desarrollo del país, entregando a los micro y pequeños empresarios conocimientos y herramientas que los ayuden a consolidar sus emprendimientos, y a medianos empresarios herramientas para aumentar sus niveles de ventas y estandarizar sus procesos.

La estructura interna del programa es manejada por un directorio (consejo consultivo) externo compuesto por autoridades de la universidad –que es patrocinadora del programa– y personas externas a la Escuela de Ingeniería y Ciencias. El manejo interno se compone de un director ejecutivo y áreas de servicios, administración y captación de recursos. En los últimos años el programa ha desarrollado una serie de programas de capacitación, entre los que se pueden mencionar los siguientes:

- *Curso de Estudios Humanísticos – Emprendimiento en la realidad social.* Se trata de un curso humanista de carácter semestral realizado continuamente desde el año 2008, que pretende involucrar a estudiantes de la Universidad de Chile con la realidad en el emprendimiento de la microempresa y además funciona como primera instancia de captación de voluntariado para el programa. Este curso recibe cada semestre aproximadamente 50 alumnos, que capacitan a unos 200 micro empresarios

dentro de la Región Metropolitana, como parte de las actividades del curso.

- *Programas de fomento productivo para municipalidades.* Estos cursos son realizados para las áreas de fomento productivo de municipalidades, y tratan temáticas tales como modelos de negocios, marketing y ventas, fijación de precios, etc., destinados a micro y pequeños empresarios de la comuna. A la fecha han participado en estos programas las municipalidades de Las Condes, La Florida y Huechuraba.
- *Modelos de negocios y difusión de instrumentos de fomento público.* Este programa fue desarrollado para la Corporación de Fomento Productivo de Chile (CORFO), con el objetivo de capacitar a empresarios MIPE del sector oriente de Santiago en modelos de negocios e instrumentos de fomento productivo.
- *Programa FOSIS, Universidad de Los Lagos.* En el contexto de un fondo FOSIS, se realizó una alianza estratégica con la Universidad de los Lagos para capacitar empresarios MIPES de la X Región.
- *Red de Artesanos, Cooperativa Liberación.* La Cooperativa Liberación, en conjunto con otras instituciones de fomento a la empresa, realiza actividades para artesanos de la Región Metropolitana. El programa “Construyendo Mis Sueños” proporciona capacitación en temáticas de marketing, precios, estrategia comercial, asociatividad y legislación laboral.

El programa “Construyendo Mis Sueños” lleva el sello de la Universidad de Chile, que es un diferenciador potente dentro del mercado de capacitaciones a empresarios. Por este motivo, el programa tiene un prestigio que cuidar, en virtud de lo cual se debe garantizar un servicio de calidad, debido además por las evaluaciones de impacto que son efectuadas por los contratantes de los servicios una vez terminadas las capacitaciones y que son causa principal del pago completo o parcial de las bases contractuales. La calidad en los cursos no sólo está dada por la calidad de los relatores participantes, sino también por una asignación clara de horarios y días de clase, y una continuidad razonable de los relatores a lo largo de las clases del curso.

El proceso de programación de los cursos consiste en determinar el momento de inicio y el cronograma de clases de cada curso, determinando además qué relatores participarán en cada clase. Esta programación debe respetar diversas restricciones, incluyendo restricciones sobre las fechas de inicio, días de clases para cada curso, y restricciones sobre los relatores. Se describe con detalle el problema en la próxima sección.

Previamente al desarrollo del proyecto dentro del cual se inscribe este trabajo, este proceso se realizaba manualmente, y tenía las siguientes dificultades:

- Baja estandarización de procesos de coordinación.
- Calendario de cursos/relatores asignado según disponibilidad inmediata y no a mediano o largo plazo.
- Calendario extremadamente operacional (por necesidad de cursos), realizado prácticamente día a día.
- Baja estandarización en los procesos de aviso de clases a los relatores.
- Distribución a corto plazo de tiempos destinados a “Construyendo Mis Sueños” de los relatores.
- Baja o nula priorización de calidad para la asignación de relatores a cursos, lo que se traduce muchas veces en baja calidad de las clases.

Por estos motivos se desarrolló el proyecto que dio origen al presente trabajo, con el objetivo de automatizar las decisiones de planificación de los cursos teniendo en cuenta toda la información disponible y todas las restricciones derivadas de estos datos. El objetivo final planteado era contar con una herramienta informática para automatizar estas decisiones sobre la base de herramientas de optimización, generando calendarios inteligentes que respeten las restricciones y estén centrados en mejorar la calidad de los cursos. En la siguiente sección se describe el problema a resolver en términos matemáticos, para pasar luego a su modelamiento y al análisis de los resultados computacionales derivados de su resolución.

3. El problema

Se tiene un conjunto de *cursos* C y el conjunto de las *semanas* del semestre $S = \{1, \dots, s\}$. Cada curso $c \in C$ tiene asociado un conjunto de semanas posibles de comienzo $S(c) \subseteq S$, habitualmente consecutivas. Para cada curso $c \in C$ se tiene la cantidad $n(c) \in \mathbb{Z}_+$ de clases del curso, y definimos $N = \{1, \dots, \max_{c \in C} n(c)\}$.

Existen *tipos de relatores*, dados por un conjunto T . En las instancias consideradas en este trabajo, se tiene $T = \{\text{capacitador tipo 1, capacitador tipo 2, facilitador, profesional}\}$. Para cada curso $c \in C$, cada clase $n \in \{1, \dots, n(c)\}$ y cada tipo $t \in T$, los parámetros $\min(c, t, n) \in \mathbb{Z}_+$ y $\max(c, t, n) \in \mathbb{Z}_+$ especifican la cantidad mínima y máxima de relatores de tipo t necesarios para la

n -ésima clase del curso, respectivamente. Muchos cursos tienen $\min(c, t, n) = \max(c, t, n)$ para todas sus clases, pero existe la posibilidad de que estos parámetros difieran, dando flexibilidad en cuanto a la cantidad de relatores a asignar. Esta situación es importante para el caso de los *relatores exclusivos*, que se comentará más adelante.

Se denomina $D = \{\text{lunes, martes, miércoles, jueves, viernes, sábado}\}$ al conjunto de *días de la semana* exceptuando a los domingos, en los que no se dictan clases. Se tiene dado un conjunto M de *patrones* de días admitidos, de modo tal que cada patrón $m \in M$ está dado por un subconjunto de días de la semana, es decir $m \subseteq D$. Por ejemplo, algunos patrones posibles son “lunes y miércoles”, “lunes y jueves”, “lunes”, “martes”, “lunes, miércoles y viernes”, etc. Cada curso $c \in C$ tiene un conjunto de patrones permitidos $M(c) \subseteq M$. Por ejemplo, un curso que se dicta dos días por semana puede tener los patrones “lunes y miércoles”, “lunes y jueves” y “martes y jueves” como sus patrones permitidos.

Además, se tiene un conjunto H de *bloques horarios* en los cuales se pueden dictar los cursos. Algunos bloques horarios de las instancias consideradas en este trabajo son “de 9 a 12 hs.”, “de 13 a 16 hs.” y “de 18 a 21 hs.”. Cada curso $c \in C$ tiene asociado un conjunto $H(c) \subseteq H$ de bloques horarios permitidos, y debe ser programado en uno de ellos.

Por último, se tienen algunos pares de *cursos complementarios* $CC \subseteq \{(c_1, c_2) \in C \times C : c_1 \neq c_2\}$. Si $(c_1, c_2) \in CC$, decimos que c_2 es un *curso complementario* de c_1 , y que c_1 es el *curso principal*. Esta definición refleja la situación en la que se dicta un curso adicional al principal (por ejemplo, un curso jurídico) en forma paralela. Para cada $(c_1, c_2) \in CC$, los parámetros $\min\text{Com}(c_1, c_2) \in \mathbb{Z}_+$ y $\max\text{Com}(c_1, c_2) \in \mathbb{Z}_+$ especifican la cantidad de semanas mínima y máxima que debe transcurrir entre el comienzo de c_1 y el comienzo de c_2 , respectivamente.

Se tiene un conjunto R de *relatores* y para cada relator $r \in R$ se tiene su conjunto de tipos $T(r) \subseteq T$. En las instancias consideradas en este trabajo, los relatores tienen uno o dos tipos cada uno, es decir $|T(r)| \leq 2$ para todo $r \in R$. Cada relator tiene su *disponibilidad*, expresada como un conjunto de días del año $DR(r) \subseteq D \times S$ y los bloques horarios $HR(r) \subseteq H$ en los que puede dar clases. Notar que el conjunto $D \times S$ representa todos los días del semestre (exceptuando los domingos), y tenemos el conjunto $F \subset D \times S$ que representa los *feriados* del semestre.

Para cada relator $r \in R$ y cada curso $c \in C$, se tiene la *calidad* del relator dictando ese curso, especificada por $\text{cal}(c, r) \in [0, 7]$. Asumimos que si $\text{cal}(c, r) = 0$ entonces el relator r no puede dictar clases en el curso c . Definimos además $\text{dist}(c, r) \in \mathbb{R}_+$ como la distancia de viaje del relator r para dictar

el curso c . Cada relator $r \in R$ tiene un máximo de clases $\max(r) \in \mathbb{Z}_+$ que puede dictar. Finalmente, algunos relatores se denominan *relatores exclusivos*, y como tales deben participar en todas las clases de exactamente un curso; donde $RE \subseteq R$ corresponde al subconjunto de relatores con esta propiedad. Los relatores exclusivos son los alumnos participantes del curso *Curso de Estudios Humanísticos – Emprendimiento en la realidad social*, o bien relatores que solicitaron tener esta condición.

El problema consiste en determinar (a) en qué semana debe comenzar cada curso, (b) qué patrón de días debe usar cada curso, (c) en qué bloque horario se debe dictar cada curso, y (d) qué relatores se asignan a cada clase, de modo tal que (a) cada curso comience en una semana permitida, (b) cada relator sea asignado a clases de cursos en los que puede dictar clases y en días y horarios en los que está disponible, y (c) no haya relatores asignados a dos cursos en el mismo momento de un mismo día. La función objetivo es una combinación ponderada de los siguientes elementos:

1. Es deseable maximizar la calidad de los relatores asignados a los cursos.
2. Además, es deseable que un mismo relator esté asignado a muchas clases de un mismo curso, ojalá el mismo día de la semana. Esta restricción aplica a los relatores en $R \setminus RE$ y busca homogeneidad en el plantel docente de cada curso.
3. Finalmente, es deseable minimizar la distancia de viaje de los relatores hacia sus cursos.

La función objetivo es una combinación ponderada de estos tres ítems. Los datos del programa “Construyendo Mis Sueños” generan instancias que se pueden dividir en dos grupos bien diferenciados. En el primer grupo de instancias se ocupa una combinación de los dos primeros ítems (ponderados adecuadamente), y en el segundo grupo de instancias se ocupa solamente el tercer ítem.

4. El modelo

Existen muchos trabajos previos en la literatura sobre aplicaciones de técnicas de optimización combinatoria a problemas de programación en el contexto de instituciones educativas, incluyendo problemas de programación de calendarios, asignación de aulas y asignación de relatores (ver, por ejemplo, [1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 10, 11]). En muchos de estos trabajos, la programación lineal entera demostró ser una herramienta útil para modelar y resolver en la

práctica este tipo de problemas, y por este motivo se propone utilizar estas técnicas.

Se presenta en esta sección un modelo de programación lineal entera para el problema planteado en la sección anterior. Para esto, definimos en primer lugar los siguientes conjuntos auxiliares, que serán de utilidad para introducir las variables del modelo. En primer lugar, para cada curso $c \in C$ definimos el conjunto de *comienzos posibles* de c del siguiente modo:

$$VC(c) = \{(s, m, h) \in S \times M \times H : s \in S(c), m \in M(c) \text{ y } h \in H(c)\}.$$

En segundo lugar, para cada curso $c \in C$ y cada clase $n \leq n(c)$ definimos $CP(c, n) \subseteq D \times S$ como el conjunto de días del año en los que se puede dictar la n -ésima clase del curso c , en función de las semanas de comienzo del curso, los patrones factibles para el curso y los feriados. Para cada relator $r \in R$ definimos el conjunto de *índices posibles* para r del siguiente modo:

$$\begin{aligned} VR(r) = \{ & (c, n, t, s, d, h) \in C \times N \times T \times S \times d \times H : h \in HR(r), \\ & \text{cal}(c, r) > 0, n \leq n(c), (d, s) \in DR(r), \\ & (d, s) \in CP(c, n), h \in H(c) \text{ y } t \in T(r)\}. \end{aligned}$$

En otras palabras, el conjunto $VR(r)$ está compuesto por las 6-uplas que representan clases posibles para el curso, incluyendo los días del año y horarios posibles, y el tipo y calidad del relator.

Con estas definiciones, estamos en condiciones de presentar las variables del modelo de programación entera:

1. Para cada curso $c \in C$ y cada terna $(s, m, h) \in VC(c)$, introducimos la variable binaria y_{csmh} de modo tal que $y_{csmh} = 1$ si y sólo si el curso c parte en la semana s ocupando el patrón m y el bloque horario h .
2. Para cada relator $r \in R$ y cada 6-upla $(c, n, t, s, d, h) \in VR(r)$, introducimos la variable binaria $x_{rcntsdh}$ de modo tal que $x_{rcntsdh} = 1$ si y sólo si el relator r está asignado a la n -ésima clase del curso c como un relator de tipo t , y esa clase se dicta el día (d, s) en el bloque horario h . Notar que los índices s , d y h no son estrictamente necesarios en la definición de esta variable, dado que el día y horario de la n -ésima clase del curso están definidos una vez que se conoce el comienzo, patrón y horario del curso (es decir, están definidos por las variables y). Sin embargo, estos índices adicionales permiten modelar adecuadamente las restricciones de horarios para los relatores y ligar estas variables con las variables que se definen a continuación.

3. Para cada curso $c \in C$, cada relator $r \in R \setminus RE$ (es decir, los relatores que no están obligados a dar clases en exactamente un curso) y cada semana $s \in S$, introducimos la variable binaria z_{crs} de modo tal que $z_{crs} = 1$ si y sólo si para algún día de la semana $d \in D$, el relator r está asignado a clases del curso c los días (d, s) y $(d, s + 1)$. Es decir, esta variable modela el hecho de que el relator dicta clases en el curso el mismo día de la semana en las semanas s y $s + 1$.
4. Finalmente, para cada curso $c \in C$ y cada relator exclusivo $r \in RE$, introducimos la variable binaria w_{cr} de modo tal que $w_{cr} = 1$ si y sólo si el relator r está asignado exclusivamente al curso c .

Con estas definiciones, es posible plantear el modelo de programación entera que responde al problema descrito en la sección anterior.

1. La función objetivo solicita optimizar una combinación de la calidad total, las coincidencias de relatores en semanas consecutivas, y la distancia total de viaje. Para esto, ocupamos los ponderadores $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \in \mathbb{R}$, que son parámetros del modelo.

$$\begin{aligned}
 \text{máx} \quad & \alpha_1 \sum_{r \in R} \sum_{(c,n,t,s,d,h) \in VR(r)} \text{cal}(c,r)x_{rcntsdh} \\
 & + \alpha_2 \sum_{c \in C} \sum_{r \in R \setminus RE} \sum_{s \in S} z_{crs} \\
 & + \alpha_3 \sum_{(c,n,t,s,d,h) \in VR(r)} \text{dist}(c,r)x_{rcntsdh}.
 \end{aligned}$$

2. Cada curso debe tener una única especificación de comienzo, dada por una variable y .

$$\sum_{(s,m,h) \in VC(c)} y_{csmh} = 1 \quad \forall c \in C.$$

3. Un relator no puede estar asignado a dos clases en el mismo día y horario.

$$\sum_{\substack{c \in C, n \in N, t \in T: \\ (c,n,t,s,d,h) \in VR(r)}} x_{rcntsdh} \leq 1 \quad \forall r \in R, s \in S, d \in D, h \in H.$$

4. Se satisfacen las demandas mínima y máxima de relatores en cada curso. Para esto, para cada curso $c \in C$, semana de comienzo $s' \in S$, patrón $m \in M$ y horario $h \in H$, definimos $\text{dia}(c, s', m, n) \in D \times S$ como el día del semestre en el que se dicta la n -ésima clase del curso, si comenzó en

la semana s' con el patrón m . Este parámetro se obtiene por medio de una simulación sencilla del cronograma de clases del curso a partir de la semana s' con el patrón m , teniendo en cuenta los feriados.

$$\begin{aligned} \sum_{\substack{r \in R: \\ (c,n,t,s,d,h) \in VR(r)}} x_{rcntsdh} &\geq \min(c, t, n) \sum_{\substack{s' \in S, m \in M: \\ (d,s) = \text{dia}(c,s',m,n)}} y_{cs'mh}, \\ \sum_{\substack{r \in R: \\ (c,n,t,s,d,h) \in VR(r)}} x_{rcntsdh} &\leq \max(c, t, n) \sum_{\substack{s' \in S, m \in M: \\ (d,s) = \text{dia}(c,s',m,n)}} y_{cs'mh} \\ &\forall c \in C, t \in T, n \leq n(c), s \in S, d \in D, h \in H. \end{aligned}$$

Es importante observar que estas restricciones cumplen la función adicional de ligar las variables x e y . Por ejemplo, si un curso ocupa el horario h , entonces todas las variables x asociadas con horarios $h' \neq h$ se fijan en cero en virtud de estas restricciones. Sucede lo mismo con el resto de los índices.

5. Si el relator (no exclusivo) $r \in R \setminus RE$ no participa en clases en el mismo día en las semanas $s \in S$ y $s+1$ en el curso $c \in C$, entonces la variable de coincidencia z_{crs} se anula.

$$\begin{aligned} z_{crs} &\leq \sum_{\substack{t \in T, n \in N, d \in D, h \in H: \\ (c,n,t,s,d,h) \in VR(r)}} x_{rcntsdh}, \\ z_{crs} &\leq \sum_{\substack{t \in T, n \in N, d \in D, h \in H: \\ (c,n,t,s+1,d,h) \in VR(r)}} x_{rcnt,s+1,dh} \quad \forall c \in C, r \in R \setminus RE, s \in S. \end{aligned}$$

6. Cada relator exclusivo está asignado a exactamente un curso.

$$\sum_{c \in C} w_{cr} = 1 \quad \forall r \in RE.$$

7. Cada relator exclusivo está asignado a todas las clases del curso al que fue destinado.

$$\sum_{\substack{t \in T, s \in S, d \in D, h \in H: \\ (c,n,t,s,d,h) \in VR(r)}} x_{rcntsdh} = w_{cr} \quad \forall c \in C, r \in RE, n \leq n(c).$$

8. Cada relator $r \in R$ no dicta un número de clases mayor a $\max(r)$.

$$\sum_{\substack{c \in C, n \in N, t \in T, s \in S, d \in D, h \in H: \\ (c,n,t,s,d,h) \in VR(r)}} x_{rcntsdh} \leq \max(r) \quad \forall r \in R.$$

9. Si $(c_1, c_2) \in CC$ (es decir, c_2 es un curso complementario a c_1), entonces c_1 y c_2 deben ocupar patrones compatibles (es decir, patrones que involucren días que no se superpongan).

$$\sum_{\substack{s \in S, h \in H \\ (s, m, h) \in VC(c)}} y_{c_1 smh} + \sum_{\substack{s \in S, h \in H \\ (s, m', h) \in VC(c)}} y_{c_2 sm'h} \leq 1$$

$$\forall (c_1, c_2) \in CC, \forall m, m' \in M : m \cap m' \neq \emptyset.$$

10. Si $(c_1, c_2) \in CC$ y el curso c_1 parte en la semana s , entonces c_2 no debe comenzar antes de la semana $s + \min\text{Com}(c_1, c_2)$ ni después de la semana $s + \max\text{Com}(c_1, c_2)$. Para simplificar la notación, definimos $IC(c, s) = \{s + \min\text{Com}(c_1, c_2), \dots, s + \max\text{Com}(c_1, c_2)\}$.

$$\sum_{\substack{m \in M, h \in H \\ (s, m, h) \in VC(c)}} y_{c_1 smh} \leq \sum_{s' \in IC(c, s)} \sum_{\substack{m \in M, h \in H \\ (s', m, h) \in VC(c)}} y_{c_1 sm'h}$$

$$\forall (c_1, c_2) \in CC, s \in S.$$

11. Naturaleza de las variables

$$y_{csmh} \in \{0, 1\} \quad \forall c \in C, (s, m, h) \in VC(c)$$

$$x_{rcntsdh} \in \{0, 1\} \quad \forall r \in R, (c, n, t, s, d, h) \in VR(r)$$

$$z_{crs} \in \{0, 1\} \quad \forall c \in C, r \in R \setminus RE, s \in S$$

$$w_{cr} \in \{0, 1\} \quad \forall c \in C, r \in R$$

En los experimentos presentados en la próxima sección, se reforzó la formulación con el agregado de la siguiente desigualdad válida. Para cada relator $r \in R$, cada curso $c \in C$ y cada clase $n \in N$, a lo más una de las variables que involucran estos índices puede estar activa:

$$\sum_{\substack{t \in T, s \in S, d \in D, h \in H \\ (c, n, t, s, d, h) \in VR(r)}} x_{rcntsdh} \leq 1 \quad \forall r \in R, c \in C, n \in N. \quad (1)$$

5. Resultados computacionales

Se presentan en esta sección los resultados computacionales obtenidos al aplicar el modelo de programación entera a la planificación de cursos del programa “Construyendo Mis Sueños” del año 2013 y el primer semestre de 2014. Se tienen las siguientes instancias:

1. La instancia **eh.2013** incluye 11 cursos de estudios humanísticos, 50 relatores distribuidos en dos tipos, 11 patrones y 3 bloques horarios posibles. En esta primera instancia hay 38 relatores exclusivos, y por lo tanto deben asistir a todas las clases de exactamente un curso. La función objetivo busca minimizar la distancia de viaje de los relatores a los cursos, es decir $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$ y $\alpha_3 = 1$. Estos datos corresponden a cursos reales durante el año 2013.
2. La instancia **mn.2013** incluye 10 cursos de modelos de negocios y difusión de instrumentos de fomento público, 50 relatores distribuidos en dos tipos, 11 patrones y 3 bloques horarios posibles. La función objetivo busca maximizar una combinación de la calidad de los relatores asignados y las coincidencias de relatores en semanas consecutivas, fijando en este caso $\alpha_1 = 0,7$, $\alpha_2 = 0,3$ y $\alpha_3 = 0$. Estos datos corresponden a cursos reales durante el año 2013.
3. Las instancias **40.2014**, **45.2014** y **47.2014** corresponden a datos de los cursos del primer semestre de 2014, con 40, 45 y 47 relatores exclusivos, respectivamente. Constan de 13 cursos, cuatro tipos de relatores, 6 patrones y 3 bloques horarios posibles. A diferencia de las dos instancias anteriores, algunos datos de esta instancia se generaron aleatoriamente con parámetros realistas, dado que al momento de la preparación de este trabajo no estaban disponibles todos los datos.

Se implementó el modelo en el lenguaje de modelado GAMS [9] y se resolvió utilizando el paquete CPLEX [4]. La resolución se inicia con el modelo completo descrito en la sección anterior, reforzado con la desigualdad válida (1). A pesar de que esta desigualdad válida no es necesaria para caracterizar las soluciones factibles y no parece mejorar el valor óptimo de la relajación lineal, en la práctica se observó que ayuda al *solver* a encontrar buenas soluciones factibles.

El Cuadro 1 refleja las características del modelo para cada instancia y los resultados obtenidos, ejecutando CPLEX con un gap máximo de 10%. Se puede ver que el modelo planteado permite resolver en tiempos adecuados las instancias del programa “Construyendo Mis Sueños”, generando soluciones de muy buena calidad en tiempos razonables. Las dos primeras filas contienen la cantidad de variables y restricciones del modelo, y la tercera fila contiene la cantidad de elementos no nulos de la matriz de coeficientes (dando una idea de la densidad de esta matriz). La siguiente fila contiene el tiempo total de resolución y la última fila contiene el gap de optimalidad, medido como la diferencia relativa entre la solución obtenida y la cota dual al momento de la finalización de la ejecución. Este cuadro muestra también que el tamaño del modelo es un punto a tener en cuenta, que se encuentra bajo control en

las instancias de la aplicación particular descrita en este trabajo, pero que rápidamente puede escalar si crecen demasiado los conjuntos de datos.

| | eh.2013 | mn.2013 | 40.2014 | 45.2014 | 47.2014 |
|----------------------|----------|----------|-----------|-----------|-----------|
| Variables | 114,782 | 146,876 | 188,297 | 188,312 | 188,318 |
| Restricciones | 29,822 | 235,283 | 40,134 | 40,139 | 40,141 |
| Elementos no nulos | 813,621 | 626,774 | 1,255,584 | 1,255,649 | 1,255,675 |
| Tiempo de resolución | 197 seg. | 713 seg. | 674 seg. | 507 seg. | 433 seg. |
| Gap de optimalidad | 0.00 % | 0.99 % | 0.00 % | 4.76 % | 6.97 % |

Cuadro 1: Resultados computacionales sobre las instancias del programa “Construyendo Mis Sueños” para el año 2013 y el primer semestre de 2014.

La implementación y cálculo para el semestre “Primavera 2013” aumentó el uso de relatores anuales por parte de “Construyendo Mis Sueños” de 16 a 25, es decir nueve relatores más que se pueden utilizar y que antes eran capacidad ociosa del programa. Esto se traduce entre tres a nueve cursos adicionales que se podrían ejecutar para el primer período. Además, la calidad de los programas se vio aumentada en su totalidad y se cumplieron todas las restricciones.

6. Conclusiones y trabajos futuros

Se presentó en este trabajo un modelo de programación lineal entera para el problema de programar los cursos en el marco del programa “Construyendo Mis Sueños”. Se trata de un problema de optimización combinatoria con múltiples aspectos, incluyendo decisiones en cuanto a la semana de comienzo de los cursos, días y horarios de cursada, y relatores asignados a cada clase de cada curso, con sus propias características y restricciones. El modelo de programación lineal entera propuesto en este trabajo permite resolver en tiempos razonables las instancias que surgen en esta aplicación concreta.

Desde el punto de vista del modelamiento y como un posible trabajo futuro, sería interesante considerar otras estrategias de modelamiento, en particular contemplando variables de asignación de relatores a clases que no contengan la redundancia exhibida por las variables x del modelo presentado en este trabajo. De esta forma se podría obtener un modelo con un menor número de variables, pero posiblemente con un número mayor de restricciones y grupos de variables demasiado desacopladas. En particular, resultaría particularmente complicado definir los valores de las variables z –que reflejan la coincidencia de un relator en clases de un curso del mismo día de la semana y en semanas consecutivas– en función de estas nuevas variables. Sería interesante analizar la calidad computacional de un modelo de estas características.

Por otra parte, el agregado de una familia sencilla de desigualdades válidas tuvo en este trabajo un impacto muy fuerte en cuanto a la resolución en forma óptima de las instancias consideradas. Sería interesante buscar otras familias de desigualdades válidas y realizar experimentos con ellas, con el objetivo de determinar su aporte a los tiempos de resolución, tanto agregadas al modelo inicial como incorporadas dinámicamente durante la resolución.

La solución obtenida por medio del procedimiento descrito en este trabajo presenta muchos puntos de mejora con relación a la programación manual. Se logra un mejor uso de los relatores y una mejor calidad promedio de los relatores asignados a los cursos. Como sucede habitualmente cuando se introducen técnicas de investigación de operaciones para reemplazar la toma de decisiones manual, los tiempos de procesamiento son notoriamente mejores al usar estas herramientas en comparación con los tiempos de programación manual. Una característica interesante está dada por el hecho de que la programación manual está basada principalmente en consideraciones de factibilidad (dado que puede resultar difícil la obtención de soluciones factibles), mientras que la resolución por medio del modelo presentado en este trabajo permite obtener soluciones factibles de mayor calidad.

En cuando al desarrollo futuro, la principal tarea consiste en la implementación de una herramienta informática para cargar los datos, resolver el modelo automáticamente y visualizar los resultados. El problema de programación de cursos estudiado en este trabajo tiene muchos datos de entrada, algunos de los cuales cambian todos los años, y entonces es importante contar con una herramienta para mantener estos datos y entregarlos al modelo adecuadamente. La implementación de una herramienta con esta funcionalidad redundará en un beneficio importante para el programa “Construyendo Mis Sueños”.

Agradecimientos. Los autores agradecen a los evaluadores de este trabajo por sus comentarios y sugerencias.

Referencias

- [1] E. Burke, J. Mareček, A. Parkes, and H. Rudová, *A supernodal formulation of vertex colouring with applications in course timetabling*. Annals of Operations Research 179, 105–130, 2010.
- [2] E. Burke, J. Mareček, A. Parkes, and H. Rudová, *A branch-and-cut procedure for the Udine course timetabling problem*. Annals of Operations Research 194, 71–87, 2012.
- [3] S. Daskalaki, T. Birbas, and E. Housos, *An integer programming formulation for a case study in university timetabling*. European Journal of Operational Research 153, 117–135, 2004.
- [4] IBM Corp., IBM ILOG CPLEX – User’s Manual for CPLEX. IBM Corp., 2009.
- [5] G. Lach and M. Lübbecke, *Curriculum based course timetabling: new solutions to Udine benchmark instances*. Annals of Operations Research 194, 255–272, 2012.
- [6] J. Miranda, *eClasScheduler: A course scheduling system for the Executive Education Unit at the Universidad de Chile*. Interfaces 40-3, 196–207, 2010.
- [7] E. Mooney, R. Rardin, and W. Parmenter, *Large-scale classroom scheduling*. IIE transactions 28-5, 369–378, 1996.
- [8] A. Phillips, D. Ryan, and M. Ehrgott, *Solving the classroom assignment problem using integer programming*. Proceedings of the 2013 Joint NZ-SA+ORSNZ Conference, 2013.
- [9] R. Rosenthal, GAMS – A user’s guide. GAMS Development Corp., 2008.
- [10] A. Wasfy and F. Aloul, *Solving the university class scheduling problem using advanced ILP techniques*. Proceedings of the 4th IEEE GCC Conference, 1–5, 2007.
- [11] H. Waterer, *A zero-one integer programming model for room assignment at the University of Auckland*. Proceedings of the 1995 ORSNZ Conference, 1995.

