EL Problema del Vendedor Viajero (TSP) y Programación Entera (IP)

Daniel Espinoza

Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Industrial

24 de julio de 2006

Contenidos

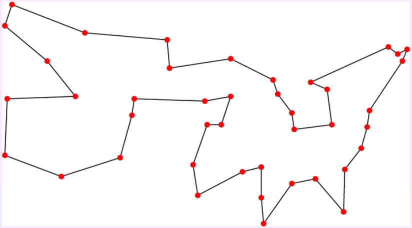
Contenidos

Contenidos

Contenidos

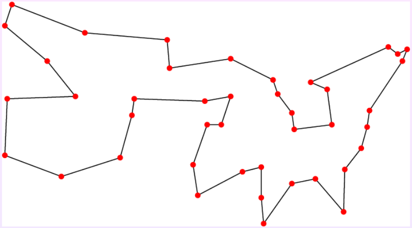
Definición:

Dado un conjunto finito de *ciudades*, y costos de viaje entre todos los pares de ciudades, encontrar la forma mas barata de visitar todas las ciudades exactamente una vez, y volver al punto de partida.



Definición:

Dado un conjunto finito de *ciudades*, y costos de viaje entre todos los pares de ciudades, encontrar la forma mas barata de visitar todas las ciudades exactamente una vez, y volver al punto de partida.



Mas precisamente:

Los costos son *simétricos* en el sentido de que viajar desde la ciudad X a la ciudad Y tiene el mismo costo que viajar desde la ciudad Y a la ciudad X. La condición *de visitar todas las ciudades* implica que el problema se reduce a decidir en que orden las ciudades van a ser visitadas.

- Primeras referencias datan del 1832, para vendedores viajeros.

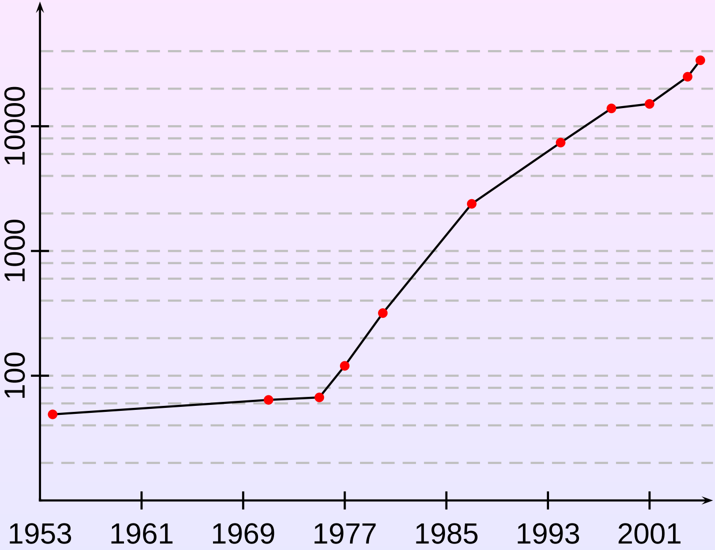
- Primeras referencias datan del 1832, para vendedores viajeros.
- Karl Menger, 1930, (Shortest Hamiltonian Path).

- Primeras referencias datan del 1832, para vendedores viajeros.
- Karl Menger, 1930, (Shortest Hamiltonian Path).
- J.B. Robinson, “On the Hamiltonian game (a traveling-salesman problem)”, 1949. Esta es la primera referencia del problema como es conocido hoy en dia.

- Primeras referencias datan del 1832, para vendedores viajeros.
- Karl Menger, 1930, (Shortest Hamiltonian Path).
- J.B. Robinson, “On the Hamiltonian game (a traveling-salesman problem)”, 1949. Esta es la primera referencia del problema como es conocido hoy en dia.
- G. Dantzig, R. Fulkerson, and S. Johnson, "Solution of a large-scale traveling-salesman problem", 1954. Solución de una instancia de 49 ciudades (capitales de los estados de USA), introducción de cortes y branching.

- Primeras referencias datan del 1832, para vendedores viajeros.
- Karl Menger, 1930, (Shortest Hamiltonian Path).
- J.B. Robinson, “On the Hamiltonian game (a traveling-salesman problem)”, 1949. Esta es la primera referencia del problema como es conocido hoy en dia.
- G. Dantzig, R. Fulkerson, and S. Johnson, "Solution of a large-scale traveling-salesman problem", 1954. Solución de una instancia de 49 ciudades (capitales de los estados de USA), introducción de cortes y branching.
- M. Held and R.M. Karp, .A dynamic programming approach to sequencing problems", 1962. introducción de heuristicas basadas en programmación dinámica.

Año	Autores	Número ciudades
1954	Dantzig, Fulkerson, and Johnson	49
1971	Held and Karp	64
1975	Camerini, Fratta, and Maffioli	67
1977	Grötschel	120
1980	Crowder and Padberg	318
1987	Padberg and Rinaldi	532
1987	Grötschel and Holland	666
1987	Padberg and Rinaldi	2,392
1994	Applegate, Bixby, Chvátal, and Cook	7,397
1998	Applegate, Bixby, Chvátal, and Cook	13,509
2001	Applegate, Bixby, Chvátal, and Cook	15,112
2004	Applegate, Bixby, Chvátal, Cook, and Helsgaun	24,978
2005	Cook, Espinoza and Goycoolea	33,810



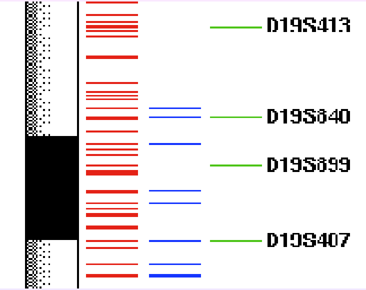
UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL

- Vehicle Routing.

- Vehicle Routing.
  - Bus Escolar.
  - Atención de Llamadas de Emergencia.
  - Servicio de Correo Expreso.
- Secuenciamiento de genes.

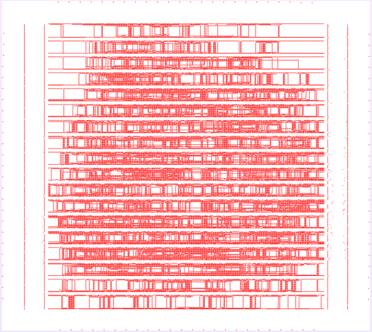
UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL

- Vehicle Routing.
  - Bus Escolar.
  - Atención de Llamadas de Emergencia.
  - Servicio de Correo Expreso.
- Secuenciamiento de genes.
- Ordenamiento de observaciones en telescopios (NASA).

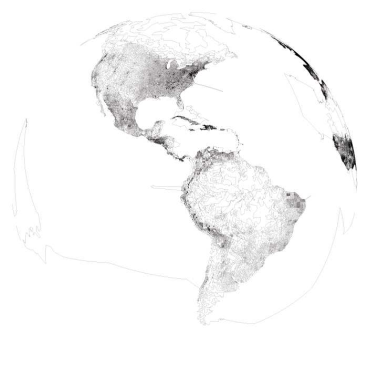


- Vehicle Routing.
  - Bus Escolar.
  - Atención de Llamadas de Emergencia.
  - Servicio de Correo Expreso.
- Secuenciamento de genes.
- Ordenamiento de observaciones en telescopios (NASA).
- Diseño de chips.

- Vehicle Routing.
  - Bus Escolar.
  - Atención de Llamadas de Emergencia.
  - Servicio de Correo Expreso.
- Secuenciamento de genes.
- Ordenamiento de observaciones en telescopios (NASA).
- Diseño de chips.
- Tour Mundial.



- Vehicle Routing.
  - Bus Escolar.
  - Atención de Llamadas de Emergencia.
  - Servicio de Correo Expreso.
- Secuenciamento de genes.
- Ordenamiento de observaciones en telescopios (NASA).
- Diseño de chips.
- Tour Mundial.
- El problema del Viejo Pascuero.



- Vehicle Routing.
  - Bus Escolar.
  - Atención de Llamadas de Emergencia.
  - Servicio de Correo Expreso.
- Secuenciamento de genes.
- Ordenamiento de observaciones en telescopios (NASA).
- Diseño de chips.
- Tour Mundial.
- El problema del Viejo Pascuero

Contenidos

- Podemos enumerar las soluciones y escoger la mejor?.

- Podemos enumerar las soluciones y escoger la mejor?.
  - 10 ciudades : $\approx 10^{5,5}$ posibilidades.

- Podemos enumerar las soluciones y escoger la mejor?.
  - 10 ciudades : $\approx 10^{5,5}$ posibilidades.
  - 100 ciudades : $\approx 10^{156}$ posibilidades.

- Podemos enumerar las soluciones y escoger la mejor?.
  - 10 ciudades : $\approx 10^{5,5}$ posibilidades.
  - 100 ciudades : $\approx 10^{156}$ posibilidades.
  - 1,000 ciudades : $\approx 10^{2,565}$ posibilidades.

- Podemos enumerar las soluciones y escoger la mejor?.
  - 10 ciudades : $\approx 10^{5,5}$ posibilidades.
  - 100 ciudades : $\approx 10^{156}$ posibilidades.
  - 1,000 ciudades : $\approx 10^{2,565}$ posibilidades.
  - 33,810 ciudades : $\approx 10^{138,441}$ posibilidades.

- Podemos enumerar las soluciones y escoger la mejor?.
  - 10 ciudades : $\approx 10^{5,5}$ posibilidades.
  - 100 ciudades : $\approx 10^{156}$ posibilidades.
  - 1,000 ciudades : $\approx 10^{2,565}$ posibilidades.
  - 33,810 ciudades : $\approx 10^{138,441}$ posibilidades.
  - Edad del universo : $\approx 10^{18}$ segundos.

- Podemos enumerar las soluciones y escoger la mejor?.
  - 10 ciudades : $\approx 10^{5,5}$ posibilidades.
  - 100 ciudades : $\approx 10^{156}$ posibilidades.
  - 1,000 ciudades : $\approx 10^{2,565}$ posibilidades.
  - 33,810 ciudades : $\approx 10^{138,441}$ posibilidades.
  - Edad del universo : $\approx 10^{18}$ segundos.
  - Número de átomos en el universo: $< 10^{100}$.

- Podemos enumerar las soluciones y escoger la mejor?.
  - 10 ciudades : $\approx 10^{5,5}$ posibilidades.
  - 100 ciudades : $\approx 10^{156}$ posibilidades.
  - 1,000 ciudades : $\approx 10^{2,565}$ posibilidades.
  - 33,810 ciudades : $\approx 10^{138,441}$ posibilidades.
  - Edad del universo : $\approx 10^{18}$ segundos.
  - Número de átomos en el universo: $< 10^{100}$.
  - Enumeración solo es posible para problemas muy pequeños.

- Podemos enumerar las soluciones y escoger la mejor?.
  - 10 ciudades : $\approx 10^{5,5}$ posibilidades.
  - 100 ciudades : $\approx 10^{156}$ posibilidades.
  - 1,000 ciudades : $\approx 10^{2,565}$ posibilidades.
  - 33,810 ciudades : $\approx 10^{138,441}$ posibilidades.
  - Edad del universo : $\approx 10^{18}$ segundos.
  - Número de átomos en el universo: $< 10^{100}$.
  - Enumeración solo es posible para problemas muy pequeños.
- La heuristica de Held-Karp tiene una garantia de $n^2 2^n$ para el caso general.

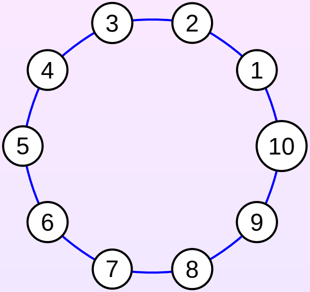
- Podemos enumerar las soluciones y escoger la mejor?.
  - 10 ciudades : $\approx 10^{5,5}$ posibilidades.
  - 100 ciudades : $\approx 10^{156}$ posibilidades.
  - 1,000 ciudades : $\approx 10^{2,565}$ posibilidades.
  - 33,810 ciudades : $\approx 10^{138,441}$ posibilidades.
  - Edad del universo : $\approx 10^{18}$ segundos.
  - Número de átomos en el universo: $< 10^{100}$.
  - Enumeración solo es posible para problemas muy pequeños.
- La heuristica de Held-Karp tiene una garantia de $n^2 2^n$ para el caso general.
- Si asumimos que las distancias son *euclidianas* hay heurísticas con garantia de $\frac{1}{2}$.

- Podemos enumerar las soluciones y escoger la mejor?.
  - 10 ciudades : $\approx 10^{5,5}$ posibilidades.
  - 100 ciudades : $\approx 10^{156}$ posibilidades.
  - 1,000 ciudades : $\approx 10^{2,565}$ posibilidades.
  - 33,810 ciudades : $\approx 10^{138,441}$ posibilidades.
  - Edad del universo : $\approx 10^{18}$ segundos.
  - Número de átomos en el universo: $< 10^{100}$.
  - Enumeración solo es posible para problemas muy pequeños.
- La heuristica de Held-Karp tiene una garantia de $n^2 2^n$ para el caso general.
- Si asumimos que las distancias son *euclidianas* hay heurísticas con garantia de $\frac{1}{2}$.
- Cuando las distancias son *euclidianas* buenas soluciones heurísticas estan dentro del 1-5 % del óptimo.

- Podemos enumerar las soluciones y escoger la mejor?.
  - 10 ciudades : $\approx 10^{5,5}$ posibilidades.
  - 100 ciudades : $\approx 10^{156}$ posibilidades.
  - 1,000 ciudades : $\approx 10^{2,565}$ posibilidades.
  - 33,810 ciudades : $\approx 10^{138,441}$ posibilidades.
  - Edad del universo : $\approx 10^{18}$ segundos.
  - Número de átomos en el universo: $< 10^{100}$.
  - Enumeración solo es posible para problemas muy pequeños.
- La heuristica de Held-Karp tiene una garantia de $n^2 2^n$ para el caso general.
- Si asumimos que las distancias son *euclidianas* hay heurísticas con garantia de $\frac{1}{2}$.
- Cuando las distancias son *euclidianas* buenas soluciones heurísticas estan dentro del 1-5 % del óptimo.
- Como obtenemos mejores garantias para algun problema particular?.

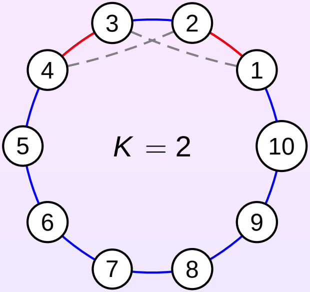
Heuristicas K-Opt

- Heuristicas basadas en mejoras locales.



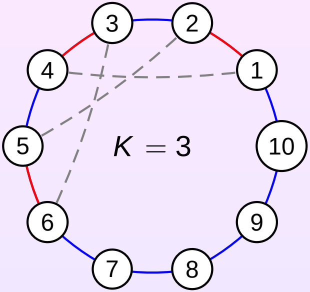
Heuristicas K-Opt

- Heuristicas basadas en mejoras locales.
- Reemplazar 2 arcos.



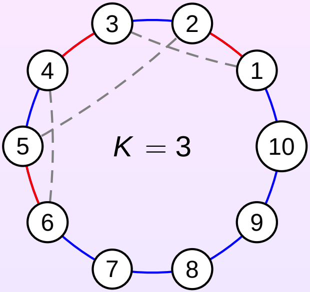
Heuristicas K-Opt

- Heuristicas basadas en mejoras locales.
- Reemplazar 2 arcos.
- Reemplazar 3 arcos.



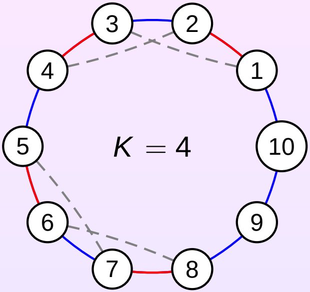
Heuristicas K-Opt

- Heuristicas basadas en mejoras locales.
- Reemplazar 2 arcos.
- Reemplazar 3 arcos.
- Multiples posibilidades.



Heuristicas K-Opt

- Heuristicas basadas en mejoras locales.
- Reemplazar 2 arcos.
- Reemplazar 3 arcos.
- Multiples posibilidades.
- Reemplazar K arcos.



Heuristicas K-Opt

- Heuristicas basadas en mejoras locales.
- Reemplazar 2 arcos.
- Reemplazar 3 arcos.
- Multiples posibilidades.
- Reemplazar K arcos.
- Lin-Kernighan usa reemplazos de pares.

K	Casos
2	1
3	4
4	20
5	148
6	1368
7	15104
8	198144
9	2998656
10	51290496

Heuristicas K-Opt

- Heuristicas basadas en mejoras locales.
- Reemplazar 2 arcos.
- Reemplazar 3 arcos.
- Multiples posibilidades.
- Reemplazar K arcos.
- Lin-Kernighan usa reemplazos de pares.
- Lin-Kernigham-Helsgun usa reemplazos de 5 arcos.

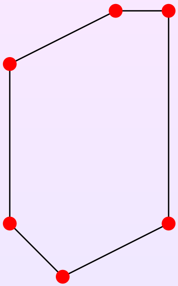
K	Casos
2	1
3	4
4	20
5	148
6	1368
7	15104
8	198144
9	2998656
10	51290496

Heuristicas K-Opt

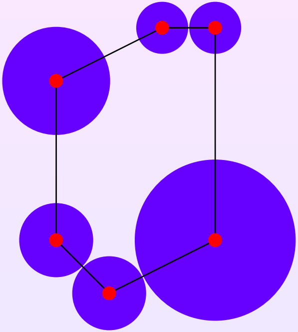
- Heuristicas basadas en mejoras locales.
- Reemplazar 2 arcos.
- Reemplazar 3 arcos.
- Multiples posibilidades.
- Reemplazar K arcos.
- Lin-Kernighan usa reemplazos de pares.
- Lin-Kernigham-Helsgun usa reemplazos de 5 arcos.
- Heuristicas no proveen cotas para el problema.

K	Casos
2	1
3	4
4	20
5	148
6	1368
7	15104
8	198144
9	2998656
10	51290496

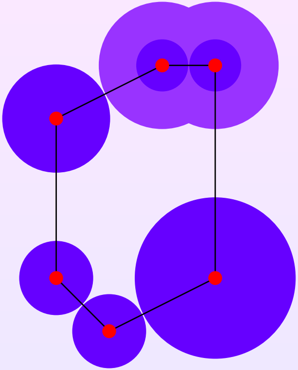
- Como obtener cotas o garantias?.



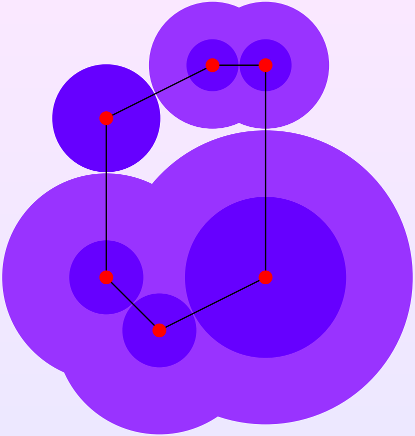
- Como obtener cotas o garantias?.
- Asignar circulos disjuntos a ciudades.



- Como obtener cotas o garantias?.
- Asignar circulos disjuntos a ciudades.
- Asignar bandas sin intersección a subconjuntos propios de ciudades.

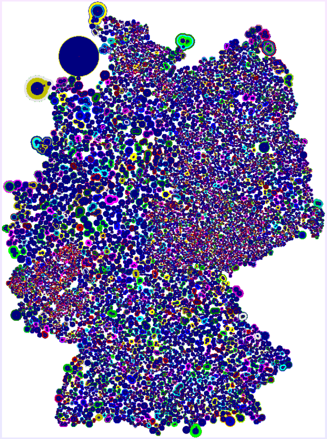


- Como obtener cotas o garantias?.
- Asignar circulos disjuntos a ciudades.
- Asignar bandas sin intersección a subconjuntos propios de ciudades.
- Dos veces la suma de los radios y anchos de las bandas da cota inferior.



- Como obtener cotas o garantias?.
- Asignar circulos disjuntos a ciudades.
- Asignar bandas sin intersección a subconjuntos propios de ciudades.
- Dos veces la suma de los radios y anchos de las bandas da cota inferior.
- Como encontramos radios y bandas?.

15,112 ciudades en Alemania, cota a 0.74 % de la solución óptima



Definiciones previas:

Definiciones previas:

V Conjunto de ciudades a considerar.

Definiciones previas:

- V Conjunto de ciudades a considerar.
- E Conecciones entre ciudades, i.e. $E = \{(a, b) : a, b \in V, a \neq b\}$.

Definiciones previas:

- V Conjunto de ciudades a considerar.
- E Conecciones entre ciudades, i.e. $E = \{(a, b) : a, b \in V, a \neq b\}$.
- c Costo de las connecciones entre ciudades.

Definiciones previas:

- V Conjunto de ciudades a considerar.
- E Conecciones entre ciudades, i.e. $E = \{(a,b) : a, b \in V, a \neq b\}$.
- c Costo de las connecciones entre ciudades.
- $\delta(S)$ Arcos cruzando la frontera de un conjunto, i.e. $\delta(S) = \{(a,b) \in E : a \in S, b \in V \setminus S\}$.

Definiciones previas:

- V Conjunto de ciudades a considerar.
- E Conecciones entre ciudades, i.e. $E = \{(a,b) : a, b \in V, a \neq b\}$.
- c Costo de las connecciones entre ciudades.
- $\delta(S)$ Arcos cruzando la frontera de un conjunto, i.e. $\delta(S) = \{(a,b) \in E : a \in S, b \in V \setminus S\}$.

Formulacion como IP:

$$
\begin{array}{lrl}
\min & \sum(c_e x_e : e \in E) & \\
 & \sum(x_e : e \in \delta(\{v\})) = 2 & \forall v \in V \\
s.t. & \sum(x_e : e \in \delta(S)) \geq 2 & \forall \emptyset \subsetneq S \subsetneq V \\
 & x_e \in \{0,1\} & \forall e \in E
\end{array}
$$

Problemas de la formulación discreta

- Tanto o mas dificil que contar permutaciones.

Problemas de la formulación discreta

- Tanto o mas dificil que contar permutaciones.
- Número de variables es $|V|(|V|-1)/2$.

Problemas de la formulación discreta

- Tanto o mas dificil que contar permutaciones.
- Número de variables es $|V|(|V|-1)/2$.
- No existen algoritmos eficientes para resolver.

Problemas de la formulación discreta

- Tanto o mas dificil que contar permutaciones.
- Número de variables es $|V|(|V|-1)/2$.
- No existen algoritmos eficientes para resolver.

Relajación continua (SEP):

$$\begin{array}{lll} \min & \sum(c_e x_e : e \in E) & \\ \text{s.t.} & \sum(x_e : e \in \delta(\{v\})) = 2 & \forall v \in V \\ & \sum(x_e : e \in \delta(S)) \geq 2 & \forall \emptyset \subsetneq S \subsetneq V \\ & x_e \in [0,1] & \forall e \in E \end{array}$$

Problemas de la formulación discreta

- Tanto o mas dificil que contar permutaciones.
- Número de variables es $|V|(|V|-1)/2$.
- No existen algoritmos eficientes para resolver.

Relajación continua (SEP):

$$
\begin{array}{llll}
\min & \sum(c_e x_e : e \in E) & & \\
\text{s.t.} & \sum(x_e : e \in \delta(\{v\})) = 2 & \forall v \in V & \color{red}{(r_v)} \\
& \sum(x_e : e \in \delta(S)) \geq 2 & \forall \emptyset \subsetneq S \subsetneq V & \\
& x_e \in [0,1] & \forall e \in E &
\end{array}
$$

Problemas de la formulación discreta

- Tanto o mas dificil que contar permutaciones.
- Número de variables es $|V|(|V|-1)/2$.
- No existen algoritmos eficientes para resolver.

Relajación continua (SEP):

$$
\begin{array}{llll}
\min & \sum(c_e x_e : e \in E) & & \\
\text{s.t.} & \sum(x_e : e \in \delta(\{v\})) = 2 & \forall v \in V & (r_v) \\
 & \sum(x_e : e \in \delta(S)) \geq 2 & \forall \emptyset \subsetneq S \subsetneq V & \color{red}{(W_S)} \\
 & x_e \in [0,1] & \forall e \in E &
\end{array}
$$

Problemas de la formulación discreta

- Tanto o mas dificil que contar permutaciones.
- Número de variables es $|V|(|V|-1)/2$.
- No existen algoritmos eficientes para resolver.

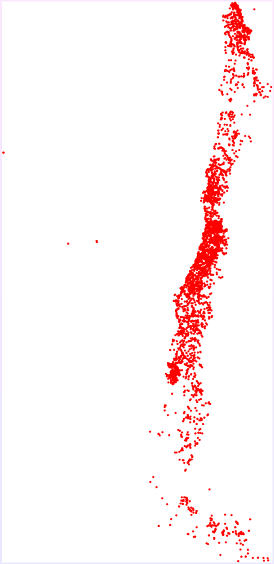
Relajación continua (SEP):

$$\begin{array}{llll}
\min & \sum(c_e x_e : e \in E) & & \\
\text{s.t.} & \sum(x_e : e \in \delta(\{v\})) = 2 & \forall v \in V & (r_v) \\
& \sum(x_e : e \in \delta(S)) \geq 2 & \forall \emptyset \subsetneq S \subsetneq V & (W_S) \\
& x_e \in [0,1] & \forall e \in E &
\end{array}$$

Puede Resolverse eficientemente.

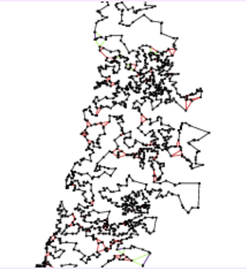
Cotas obtenidas del SEP

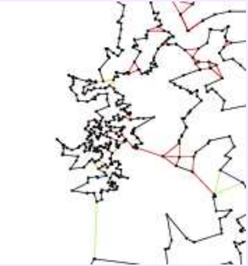
0.69 % gap para chile5445



Cotas obtenidas del SEP

0.69 % gap para chile5445





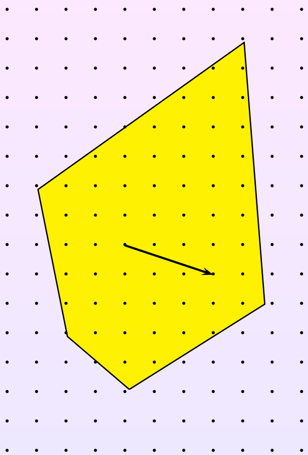
IP atravez de LP

Propuesto por Dantzig, Fulkerson y Johnson (1954) para al TSP.

IP atravez de LP

Propuesto por Dantzig, Fulkerson y Johnson (1954) para al TSP.

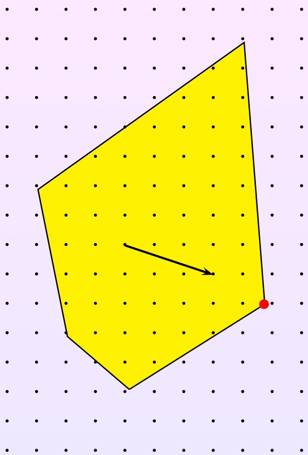
1. Considerar relajación continua.



IP atravez de LP

Propuesto por Dantzig, Fulkerson y Johnson (1954) para al TSP.

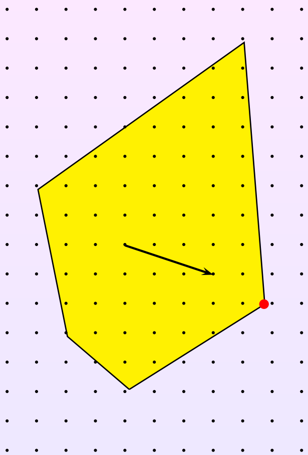
1. Considerar relajación continua.
2. Obtener solución óptima x^*.



IP atravez de LP

Propuesto por Dantzig, Fulkerson y Johnson (1954) para al TSP.

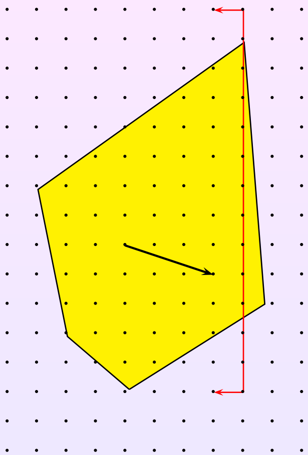
1. Considerar relajación continua.
2. Obtener solución óptima x^*.
3. x^* entera?, terminar.



IP atravez de LP

Propuesto por Dantzig, Fulkerson y Johnson (1954) para al TSP.

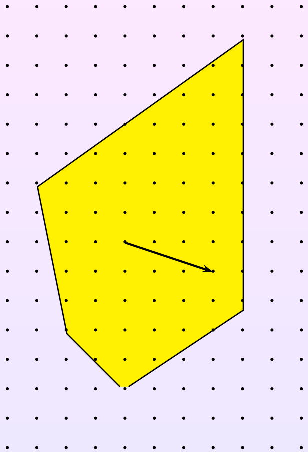
1. Considerar relajación continua.
2. Obtener solución óptima x^*.
3. x^* entera?, terminar.
4. Buscar restricción válida para puntos enteros.



IP atravez de LP

Propuesto por Dantzig, Fulkerson y Johnson (1954) para al TSP.

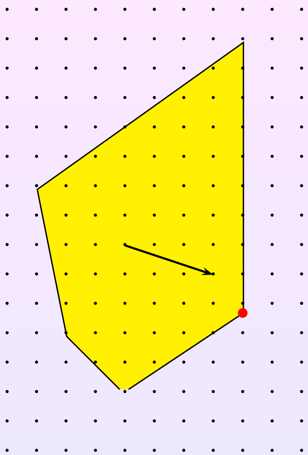
1. Considerar relajación continua.
2. Obtener solución óptima x^*.
3. x^* entera?, terminar.
4. Buscar restricción válida para puntos enteros.
5. Agregar a la formulación continua.



IP atravez de LP

Propuesto por Dantzig, Fulkerson y Johnson (1954) para al TSP.

1. Considerar relajación continua.
2. Obtener solución óptima x^*.
3. x^* entera?, terminar.
4. Buscar restricción válida para puntos enteros.
5. Agregar a la formulación continua.
6. Volvar a 2.



(Algunos) Cortes Estructurales

- Subtour

(Algunos) Cortes Estructurales

- Subtour
- Blossom (Edmonds 1965)

(Algunos) Cortes Estructurales

- Subtour
- Blossom (Edmonds 1965)
- Combs (Chvátal 1973, Grötschel y Padberg 1979)

(Algunos) Cortes Estructurales

- Subtour
- Blossom (Edmonds 1965)
- Combs (Chvátal 1973, Grötschel y Padberg 1979)
- Clique-Tree (Grötschel y Pulleyblank 1986)

(Algunos) Cortes Estructurales

- Subtour
- Blossom (Edmonds 1965)
- Combs (Chvátal 1973, Grötschel y Padberg 1979)
- Clique-Tree (Grötschel y Pulleyblank 1986)
- Star, Path (Fleischmann 1988, Cornuéjols et al. 1985)

(Algunos) Cortes Estructurales

- Subtour
- Blossom (Edmonds 1965)
- Combs (Chvátal 1973, Grötschel y Padberg 1979)
- Clique-Tree (Grötschel y Pulleyblank 1986)
- Star, Path (Fleischmann 1988, Cornuéjols et al. 1985)
- Bipartition (Boyd y Cunningham 1991)

(Algunos) Cortes Estructurales

- Subtour
- Blossom (Edmonds 1965)
- Combs (Chvátal 1973, Grötschel y Padberg 1979)
- Clique-Tree (Grötschel y Pulleyblank 1986)
- Star, Path (Fleischmann 1988, Cornuéjols et al. 1985)
- Bipartition (Boyd y Cunningham 1991)
- Binested (Nadeff 1992)

(Algunos) Cortes Estructurales

- Subtour
- Blossom (Edmonds 1965)
- Combs (Chvátal 1973, Grötschel y Padberg 1979)
- Clique-Tree (Grötschel y Pulleyblank 1986)
- Star, Path (Fleischmann 1988, Cornuéjols et al. 1985)
- Bipartition (Boyd y Cunningham 1991)
- Binested (Nadeff 1992)
- Double Deckers (Applegate et. all 1994)

(Algunos) Cortes Estructurales

- Subtour
- Blossom (Edmonds 1965)
- Combs (Chvátal 1973, Grötschel y Padberg 1979)
- Clique-Tree (Grötschel y Pulleyblank 1986)
- Star, Path (Fleischmann 1988, Cornuéjols et al. 1985)
- Bipartition (Boyd y Cunningham 1991)
- Binested (Nadeff 1992)
- Double Deckers (Applegate et. all 1994)
- Domino Parity (Letchford 2000)

(Algunos) Cortes Estructurales

- Subtour
- Blossom (Edmonds 1965)
- Combs (Chvátal 1973, Grötschel y Padberg 1979)
- Clique-Tree (Grötschel y Pulleyblank 1986)
- Star, Path (Fleischmann 1988, Cornuéjols et al. 1985)
- Bipartition (Boyd y Cunningham 1991)
- Binested (Nadeff 1992)
- Double Deckers (Applegate et. all 1994)
- Domino Parity (Letchford 2000)
- K-Parity (Espinoza y Goycoolea 2004)

(Algunos) Cortes Estructurales

- Subtour (separable)
- Blossom (Edmonds 1965)(separable)
- Combs (Chvátal 1973, Grötschel y Padberg 1979)
- Clique-Tree (Grötschel y Pulleyblank 1986)
- Star, Path (Fleischmann 1988, Cornuéjols et al. 1985)
- Bipartition (Boyd y Cunningham 1991)
- Binested (Nadeff 1992)
- Double Deckers (Applegate et. all 1994)
- Domino Parity (Letchford 2000)(planar)
- K-Parity (Espinoza y Goycoolea 2004)(planar)

Cortes estructurados y relaciones

K-Parity

Double Deckers

Domino Parity

Blossom

Binested

Sub-Tour

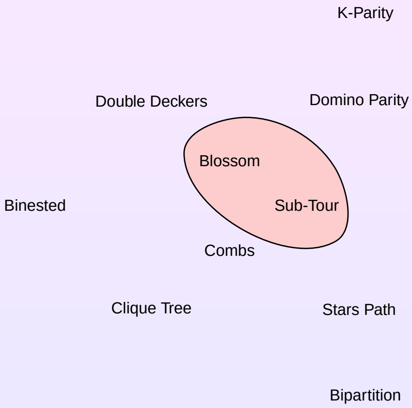
Combs

Clique Tree

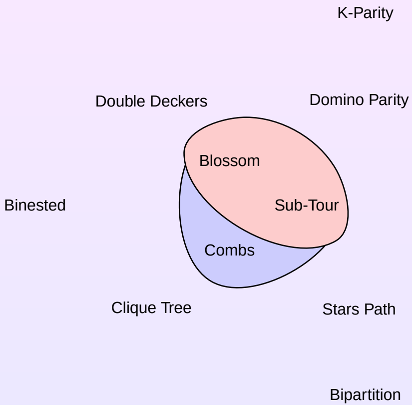
Stars Path

Bipartition

Cortes estructurados y relaciones

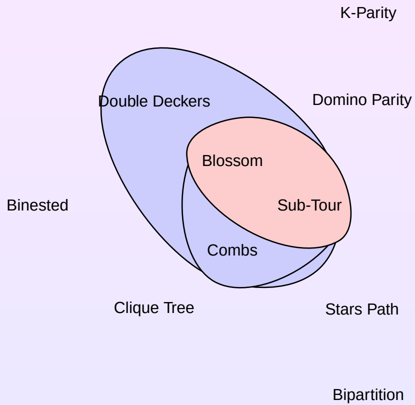


Cortes estructurados y relaciones

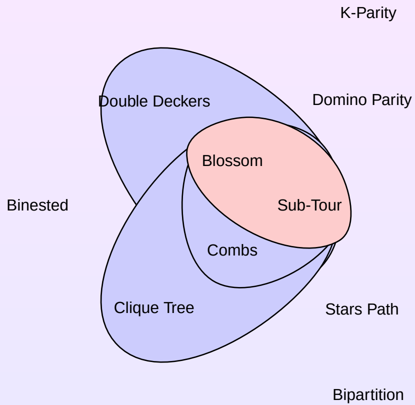


UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA INDUSTRIAL

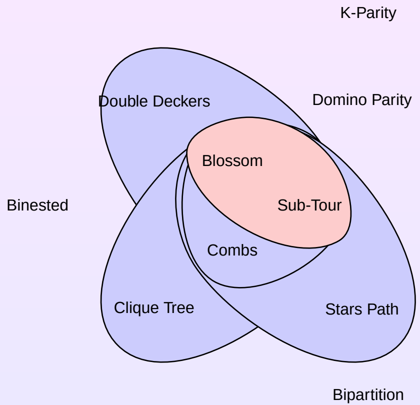
Cortes estructurados y relaciones



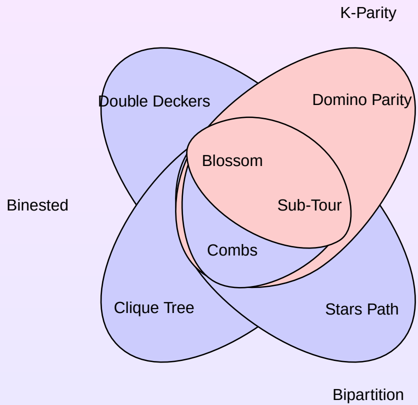
Cortes estructurados y relaciones



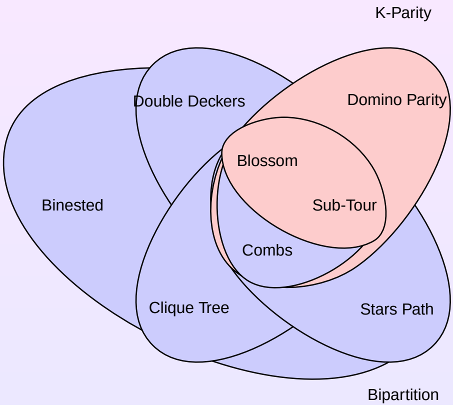
Cortes estructurados y relaciones



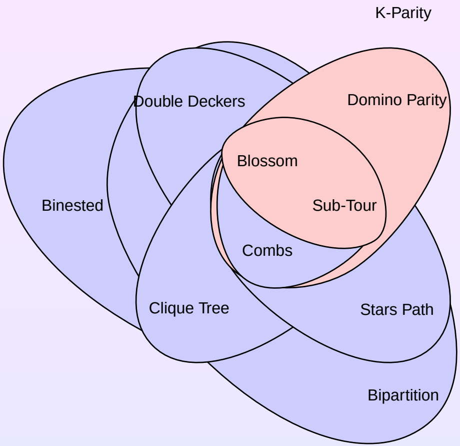
Cortes estructurados y relaciones



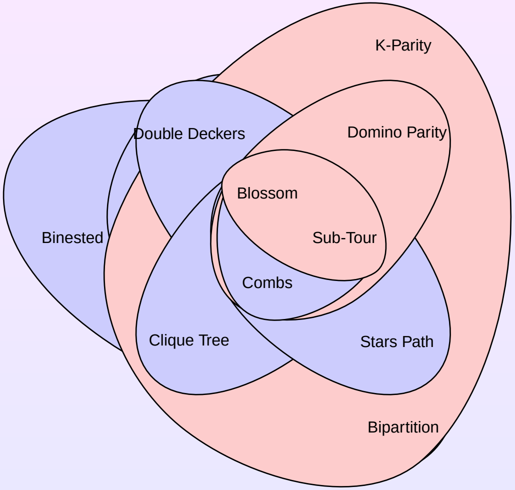
Cortes estructurados y relaciones



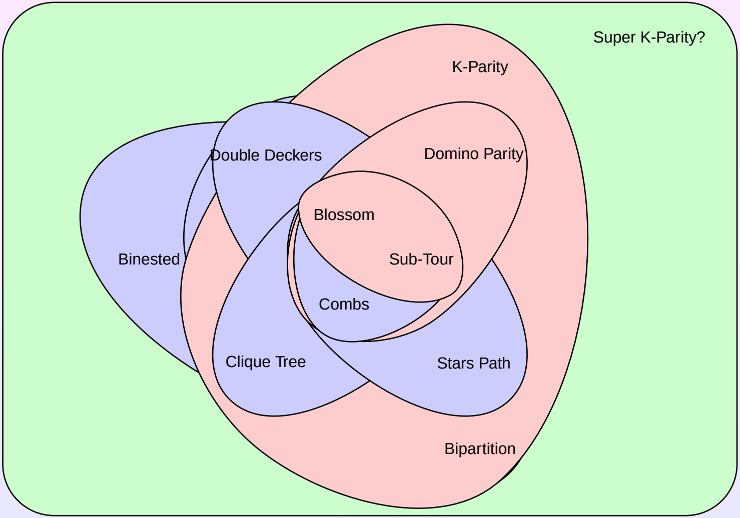
Cortes estructurados y relaciones



Cortes estructurados y relaciones



Cortes estructurados y relaciones



Cortes no estructurados

Local Cuts en el TSP

- Idea: generar cortes automáticamente.

Cortes no estructurados

Local Cuts en el TSP

- Idea: generar cortes automáticamente.
- Base: usar una versión simplificada del problema.

Cortes no estructurados

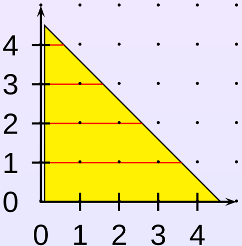
Local Cuts en el TSP

- Idea: generar cortes automáticamente.
- Base: usar una versión simplificada del problema.
- Cortes de Gomory (1958) dentro de esta clase.

Cortes no estructurados

Local Cuts en el TSP

- Idea: generar cortes automáticamente.
- Base: usar una versión simplificada del problema.
- Cortes de Gomory (1958) dentro de esta clase.
  - Considerar solo una restricción (basica) con variable entera fraccionaria.

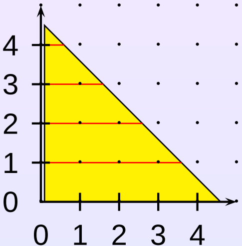


- $x_2 \in \mathbb{Z}$, $x_1 \in \mathbb{R}^+$
- $P = \{(x_1, x_2) : x_1 + x_2 \leq 4{,}5\}$.

Cortes no estructurados

Local Cuts en el TSP

- Idea: generar cortes automáticamente.
- Base: usar una versión simplificada del problema.
- Cortes de Gomory (1958) dentro de esta clase.
  - Considerar solo una restricción (basica) con variable entera fraccionaria.

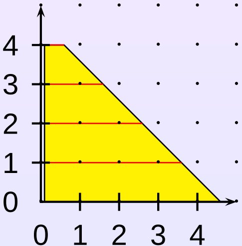


- $x_2 \in \mathbb{Z}$, $x_1 \in \mathbb{R}^+$
- $P = \{(x_1, x_2) : x_1 + x_2 \leq 4{,}5\}$.
- $x_1 + x_2 \leq 4{,}5, x_1 \geq 0 \Rightarrow x_2 \leq 4{,}5$

Cortes no estructurados

Local Cuts en el TSP

- Idea: generar cortes automáticamente.
- Base: usar una versión simplificada del problema.
- Cortes de Gomory (1958) dentro de esta clase.
  - Considerar solo una restricción (basica) con variable entera fraccionaria.
  - Redondeo de la restricción entrega corte automáticamente.

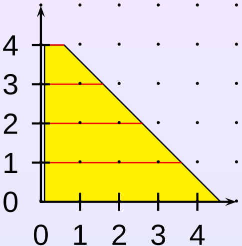


- $x_2 \in \mathbb{Z}$, $x_1 \in \mathbb{R}^+$
- $P = \{(x_1, x_2) : x_1 + x_2 \leq 4{,}5\}$.
- $x_1 + x_2 \leq 4{,}5, x_1 \geq 0 \Rightarrow x_2 \leq 4{,}5$
- $x_2 \leq 4$.

Cortes no estructurados

Local Cuts en el TSP

- Idea: generar cortes automáticamente.
- Base: usar una versión simplificada del problema.
- Cortes de Gomory (1958) dentro de esta clase.
  - Considerar solo una restricción (basica) con variable entera fraccionaria.
  - Redondeo de la restricción entrega corte automáticamente.
  - En teoria resuelve cualquier IP.



- $x_2 \in \mathbb{Z}, x_1 \in \mathbb{R}^+$
- $P = \{(x_1, x_2) : x_1 + x_2 \leq 4{,}5\}$.
- $x_1 + x_2 \leq 4{,}5, x_1 \geq 0 \Rightarrow x_2 \leq 4{,}5$
- $x_2 \leq 4$.

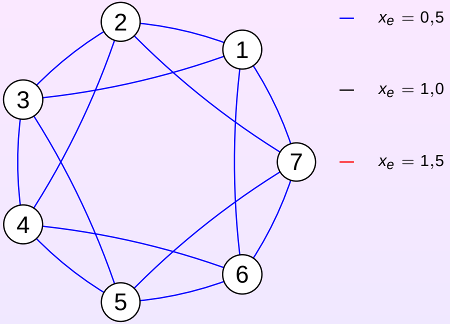
Cortes no estructurados

Local Cuts en el TSP:

Cortes no estructurados

Local Cuts en el TSP:

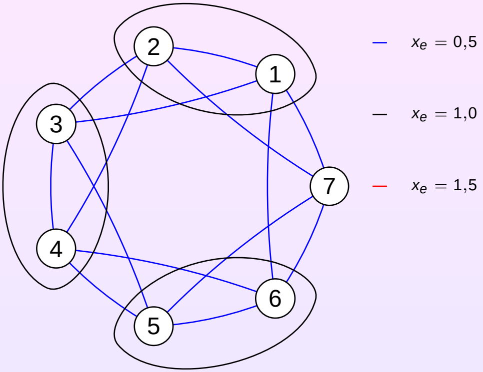
- Reducir a un TSP pequeño (16-48 nodos).



Cortes no estructurados

Local Cuts en el TSP:

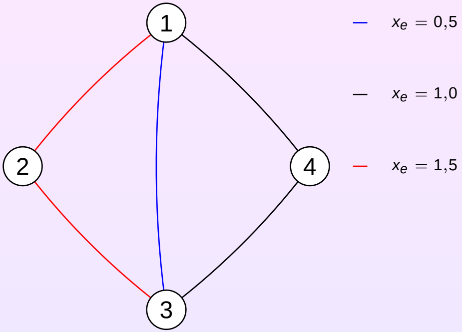
- Reducir a un TSP pequeño (16-48 nodos).



Cortes no estructurados

Local Cuts en el TSP:

- Reducir a un GTSP pequeño (16-48 nodos).



Cortes no estructurados

Local Cuts en el TSP:

- Reducir a un GTSP pequeño (16-48 nodos).
- Separar punto fraccionario.

Cortes no estructurados

Local Cuts en el TSP:

- Reducir a un GTSP pequeño (16-48 nodos).
- Separar punto fraccionario.

Dado x^* solución fraccionaria, y P polihedro:

Cortes no estructurados

Local Cuts en el TSP:

- Reducir a un GTSP pequeño (16-48 nodos).
- Separar punto fraccionario.

Dado x^* solución fraccionaria, y P polihedro:

$x^* \in P$?

Cortes no estructurados

Local Cuts en el TSP:

- Reducir a un GTSP pequeño (16-48 nodos).
- Separar punto fraccionario.

Dado x^* solución fraccionaria, y P polihedro:

Sea $\{v_k : k = 1, \ldots, K\}$ puntos extremos de P.

Cortes no estructurados

Local Cuts en el TSP:

- Reducir a un GTSP pequeño (16-48 nodos).
- Separar punto fraccionario.

Dado x^* solución fraccionaria, y P polihedro:

Sea $\{v_k : k = 1, \ldots, K\}$ puntos extremos de P.

$$\begin{array}{lll} \textit{min} & 0 & \\ \text{s.t.} & \sum_{k=1,\ldots,K} \alpha_k v_k = & x^* \\ & \sum_{k=1,\ldots,K} \alpha_k = & 1 \\ & \alpha_k \in & [0,1] \end{array}$$

Cortes no estructurados

Local Cuts en el TSP:

- Reducir a un GTSP pequeño (16-48 nodos).
- Separar punto fraccionario.
- Si punto es separable, agregar corte expandido.

Dado x^* solución fraccionaria, y P polihedro:

Sea $\{v_k : k = 1, \ldots, K\}$ puntos extremos de P.

$$\begin{array}{lrcl} \min & 0 & & \\ \text{s.t.} & \sum_{k=1,\ldots,K} \alpha_k v_k & = & x^* \\ & \sum_{k=1,\ldots,K} \alpha_k & = & 1 \\ & \alpha_k & \in & [0,1] \end{array}$$

Cortes no estructurados

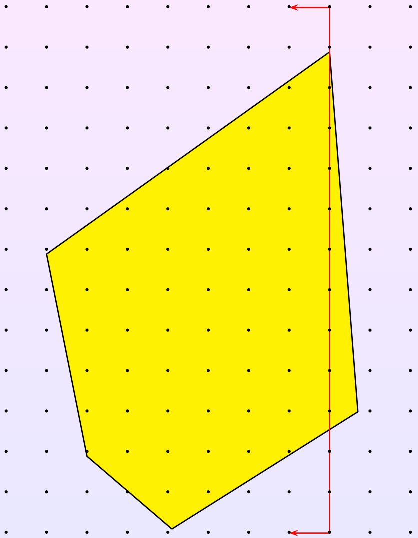
Local Cuts en el TSP:

- Reducir a un GTSP pequeño (16-48 nodos).
- Separar punto fraccionario.
- Si punto es separable, agregar corte expandido.
- Problemas numéricos.

Cortes no estructurados

Local Cuts en el TSP:

- Reducir a un GTSP pequeño (16-48 nodos).
- Separar punto fraccionario.
- Si punto es separable, agregar corte expandido.
- Problemas numéricos.



Cortes no estructurados

Local Cuts en el TSP:

- Reducir a un GTSP pequeño (16-48 nodos).
- Separar punto fraccionario.
- Si punto es separable, agregar corte expandido.
- Problemas numéricos.
- Extensión a MIP.

Cortes no estructurados

Local Cuts en el TSP:

- Reducir a un GTSP pequeño (16-48 nodos).
- Separar punto fraccionario.
- Si punto es separable, agregar corte expandido.
- Problemas numéricos.
- Extensión a MIP.

Formulación de MIP:

$$\begin{array}{lllll} min & cx & & \\ \text{s.t.} & Ax & \leq & b \\ & Rx & \in & \mathbb{Z}^k \end{array}$$

Cortes no estructurados

Local Cuts en el TSP:

- Reducir a un GTSP pequeño (16-48 nodos).
- Separar punto fraccionario.
- Si punto es separable, agregar corte expandido.
- Problemas numéricos.
- Extensión a MIP.

Formulación de MIP:

$$\begin{array}{lll} \min & cx & \\ \text{s.t.} & Ax & \leq & b \\ & Rx & \in & \mathbb{Z}^k \end{array}$$

Relajación:

$$\begin{array}{llll} \min & cx & & \\ \text{s.t.} & Ax & \leq & b \\ & QRx & \in & \mathbb{Z}^3 \end{array}$$

Cortes no estructurados

Local Cuts en el TSP:

- Reducir a un GTSP pequeño (16-48 nodos).
- Separar punto fraccionario.
- Si punto es separable, agregar corte expandido.
- Problemas numéricos.
- Extensión a MIP.

Formulación de MIP:

$$\begin{array}{lll} \min & cx & \\ \text{s.t.} & Ax & \leq & b \\ & Rx & \in & \mathbb{Z}^k \end{array}$$

Relajación:

$$\begin{array}{llll} \min & cx & & \\ \text{s.t.} & Ax & \leq & b \\ & QRx & \in & \mathbb{Z}^3 \end{array}$$

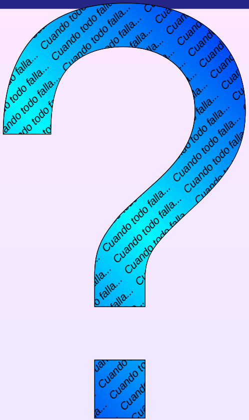
Usar separación como antes

UNIVERSIDAD DE CHILE FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS Y MATEMATICAS DEPARTAMENTO DE INGENIERIA INDUSTRIAL

Cortes no estructurados

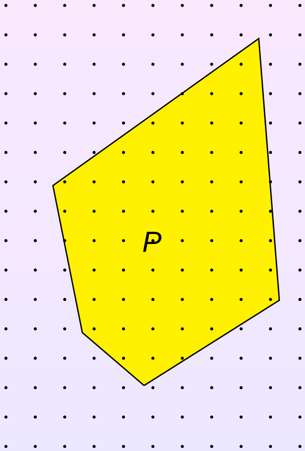
Local Cuts en el TSP:

- Reducir a un GTSP pequeño (16-48 nodos).
- Separar punto fraccionario.
- Si punto es separable, agregar corte expandido.
- Problemas numéricos.
- Extensión a MIP.
- Cuando todo falla, que podemos hacer?.



Entre enumeración y Programación Lineal

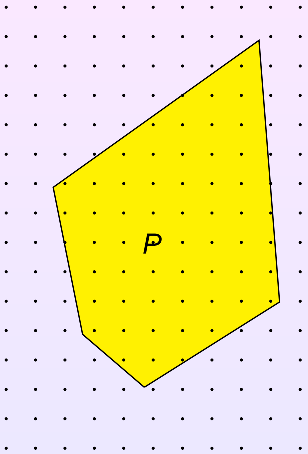
Strong Branching (Dividir para reinar)



Entre enumeración y Programación Lineal

Strong Branching (Dividir para reinar)

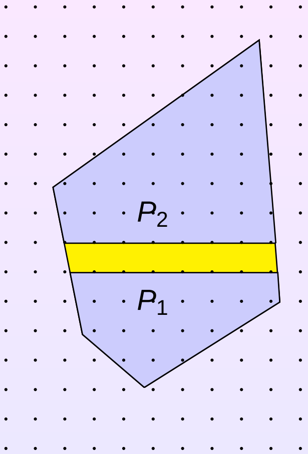
- Crear sub-problemas mas fáciles.



Entre enumeración y Programación Lineal

Strong Branching (Dividir para reinar)

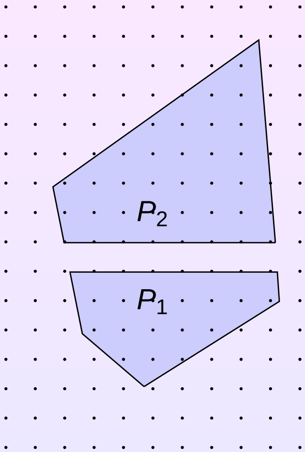
- Crear sub-problemas mas fáciles.
- Fijar cotas para una variable.



Entre enumeración y Programación Lineal

Strong Branching (Dividir para reinar)

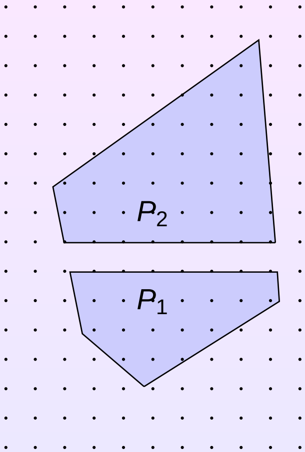
- Crear sub-problemas mas fáciles.
- Fijar cotas para una variable.
- Resolver cada sub-problema.



Entre enumeración y Programación Lineal

Strong Branching (Dividir para reinar)

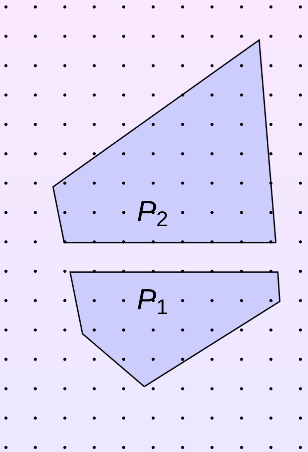
- Crear sub-problemas mas fáciles.
- Fijar cotas para una variable.
- Resolver cada sub-problema.
- Escoger mayor impacto.



Entre enumeración y Programación Lineal

Strong Branching (Dividir para reinar)

- Crear sub-problemas mas fáciles.
- Fijar cotas para una variable.
- Resolver cada sub-problema.
- Escoger mayor impacto.
- Usar junto con planos cortantes.



Resultados Numéricos (chile5445)

Mejor solución: 40011.091Km

Conf.	Valor	Tiempo	GAP (%)
Subtour	39755.198	134	0.639

Resultados Numéricos (chile5445)

Mejor solución: 40011.091Km

Conf.	Valor	Tiempo	GAP (%)
Subtour	39755.198	134	0.639
Cortes Heuristicos	39846.738	25518	0.470

Resultados Numéricos (chile5445)

Mejor solución: 40011.091Km

Conf.	Valor	Tiempo	GAP (%)
Subtour	39755.198	134	0.639
Cortes Heuristicos	39846.738	25518	0.470
Local Cuts (24)	39994.941	14509	0.040

UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA INDUSTRIAL

Resultados Numéricos (chile5445)

Mejor solución: 40011.091Km

Conf.	Valor	Tiempo	GAP (%)
Subtour	39755.198	134	0.639
Cortes Heuristicos	39846.738	25518	0.470
Local Cuts (24)	39994.941	14509	0.040
Domino Parity	40001.294	10863	0.024

Resultados Numéricos (chile5445)

Mejor solución: 40011.091Km

Conf.	Valor	Tiempo	GAP (%)
Subtour	39755.198	134	0.639
Cortes Heuristicos	39846.738	25518	0.470
Local Cuts (24)	39994.941	14509	0.040
Domino Parity	40001.294	10863	0.024
DP + LC 24	40002.578	14160	0.021

Resultados Numéricos (chile5445)

Mejor solución: 40011.091Km

Conf.	Valor	Tiempo	GAP (%)
Subtour	39755.198	134	0.639
Cortes Heuristicos	39846.738	25518	0.470
Local Cuts (24)	39994.941	14509	0.040
Domino Parity	40001.294	10863	0.024
DP + LC 24	40002.578	14160	0.021
DP + LC 32	40003.294	21159	0.019

Resultados Numéricos (chile5445)

Mejor solución: 40011.091Km

Conf.	Valor	Tiempo	GAP (%)
Subtour	39755.198	134	0.639
Cortes Heuristicos	39846.738	25518	0.470
Local Cuts (24)	39994.941	14509	0.040
Domino Parity	40001.294	10863	0.024
DP + LC 24	40002.578	14160	0.021
DP + LC 32	40003.294	21159	0.019
DP + LC 40	40004.291	60269	0.017

UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA INDUSTRIAL

Resultados Numéricos (chile5445)

Mejor solución: 40011.091Km

Conf.	Valor	Tiempo	GAP (%)
Subtour	39755.198	134	0.639
Cortes Heuristicos	39846.738	25518	0.470
Local Cuts (24)	39994.941	14509	0.040
Domino Parity	40001.294	10863	0.024
DP + LC 24	40002.578	14160	0.021
DP + LC 32	40003.294	21159	0.019
DP + LC 40	40004.291	60269	0.017
DP + LC + Branching	40008.475	+3 dias	0.007

Resultados Numéricos (chile5445)

Mejor solución: 40011.091Km

Conf.	Valor	Tiempo	GAP (%)
Subtour	39755.198	134	0.639
Cortes Heuristicos	39846.738	25518	0.470
Local Cuts (24)	39994.941	14509	0.040
Domino Parity	40001.294	10863	0.024
DP + LC 24	40002.578	14160	0.021
DP + LC 32	40003.294	21159	0.019
DP + LC 40	40004.291	60269	0.017
DP + LC + Branching	40008.475	+3 dias	0.007
LKH	40031.459	46	-0.051

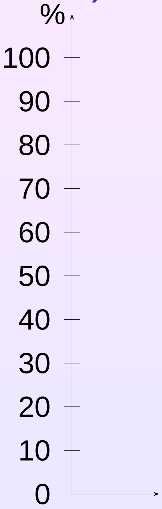
Resultados Numéricos (chile5445)

Mejor solución: 40011.091Km

Conf.	Valor	Tiempo	GAP (%)
Subtour	39755.198	134	0.639
Cortes Heuristicos	39846.738	25518	0.470
Local Cuts (24)	39994.941	14509	0.040
Domino Parity	40001.294	10863	0.024
DP + LC 24	40002.578	14160	0.021
DP + LC 32	40003.294	21159	0.019
DP + LC 40	40004.291	60269	0.017
DP + LC + Branching	40008.475	+3 dias	0.007
LKH	40031.459	46	-0.051
Primera Solución	44594.459	3	-11.455

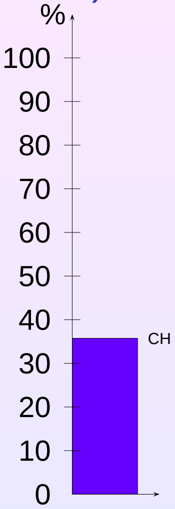
Resultados Numéricos (Sobre Sub-Tour)

Configuración	GAP Relativo (%)



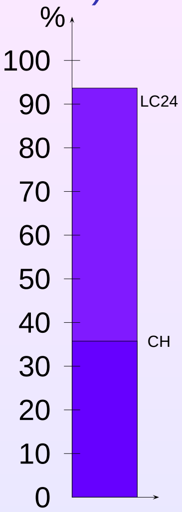
Resultados Numéricos (Sobre Sub-Tour)

Configuración	GAP Relativo (%)
Cortes Heurísticos	35.773



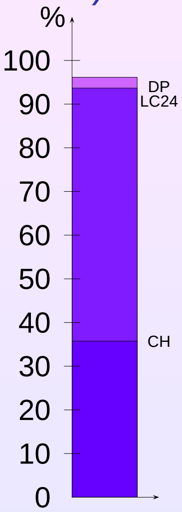
Resultados Numéricos (Sobre Sub-Tour)

Configuración	GAP Relativo (%)
Cortes Heurísticos	35.773
Local Cuts (24)	93.689



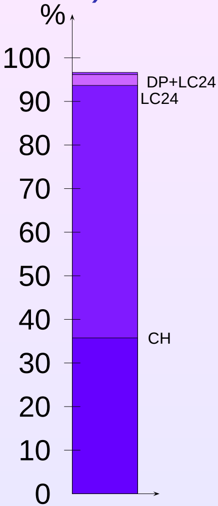
Resultados Numéricos (Sobre Sub-Tour)

Configuración	GAP (%) Relativo
Cortes Heurísticos	35.773
Local Cuts (24)	93.689
Domino Parity	96.171



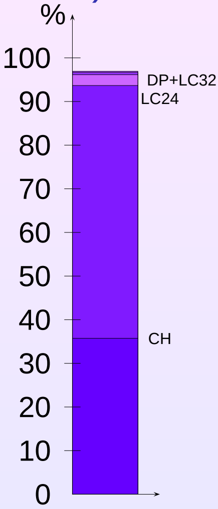
Resultados Numéricos (Sobre Sub-Tour)

Configuración	GAP Relativo (%)
Cortes Heurísticos	35.773
Local Cuts (24)	93.689
Domino Parity	96.171
DP + LC 24	96.673



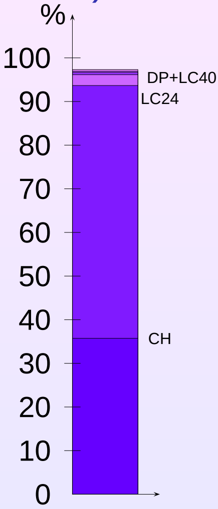
Resultados Numéricos (Sobre Sub-Tour)

Configuración	GAP Relativo (%)
Cortes Heurísticos	35.773
Local Cuts (24)	93.689
Domino Parity	96.171
DP + LC 24	96.673
DP + LC 32	96.953



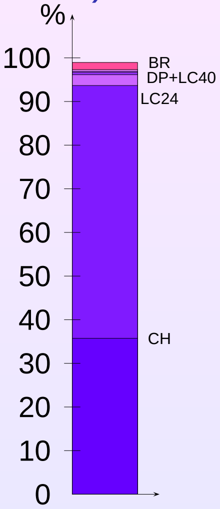
Resultados Numéricos (Sobre Sub-Tour)

Configuración	GAP Relativo (%)
Cortes Heurísticos	35.773
Local Cuts (24)	93.689
Domino Parity	96.171
DP + LC 24	96.673
DP + LC 32	96.953
DP + LC 40	97.343



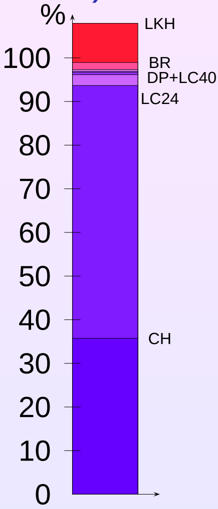
Resultados Numéricos (Sobre Sub-Tour)

Configuración	GAP Relativo (%)
Cortes Heurísticos	35.773
Local Cuts (24)	93.689
Domino Parity	96.171
DP + LC 24	96.673
DP + LC 32	96.953
DP + LC 40	97.343
DP + LC + Branching	98.978



Resultados Numéricos (Sobre Sub-Tour)

Configuración	GAP Relativo (%)
Cortes Heurísticos	35.773
Local Cuts (24)	93.689
Domino Parity	96.171
DP + LC 24	96.673
DP + LC 32	96.953
DP + LC 40	97.343
DP + LC + Branching	98.978
LKH	107.960



Contenidos

Conclusiones

- TSP ofrece un punto de referencia dentro de IP.

Conclusiones

- TSP ofrece un punto de referencia dentro de IP.
- Estrategia depende del objetivo:

Conclusiones

- TSP ofrece un punto de referencia dentro de IP.
- Estrategia depende del objetivo:
  - Solución factible.

Conclusiones

- TSP ofrece un punto de referencia dentro de IP.
- Estrategia depende del objetivo:
  - Solución factible.
  - Buena solución.

Conclusiones

- TSP ofrece un punto de referencia dentro de IP.
- Estrategia depende del objetivo:
  - Solución factible.
  - Buena solución.
  - Optimalidad.

Conclusiones

- TSP ofrece un punto de referencia dentro de IP.
- Estrategia depende del objetivo:
  - Solución factible.
  - Buena solución.
  - Optimalidad.
- Muchas técnicas generales han nacido del TSP.

Conclusiones

- TSP ofrece un punto de referencia dentro de IP.
- Estrategia depende del objetivo:
  - Solución factible.
  - Buena solución.
  - Optimalidad.
- Muchas técnicas generales han nacido del TSP.
- Importancia de generación de cortes.

Conclusiones

- TSP ofrece un punto de referencia dentro de IP.
- Estrategia depende del objetivo:
  - Solución factible.
  - Buena solución.
  - Optimalidad.
- Muchas técnicas generales han nacido del TSP.
- Importancia de generación de cortes.
- Problemas numéricos.

Conclusiones

- TSP ofrece un punto de referencia dentro de IP.
- Estrategia depende del objetivo:
  - Solución factible.
  - Buena solución.
  - Optimalidad.
- Muchas técnicas generales han nacido del TSP.
- Importancia de generación de cortes.
- Problemas numéricos.
- Posibilidad de extender Local Cuts para MIP.

Gracias
Preguntas?