
Control de la Contaminación Atmosférica de las Fundiciones Estatales de Cobre Mediante un Sistema de Apoyo a las Decisiones

René Caldentey*

Susana Mondschein**

Departamento de Ingeniería Industrial,
Universidad de Chile

Resumen

En este artículo desarrollamos un sistema de apoyo para las decisiones de inversión en el control de la polución atmosférica y para las decisiones operacionales en la industria del cobre. Este sistema consiste en (i) un modelo entero no-lineal para optimizar la operación en las fundiciones de cobre, incluyendo decisiones de inversión tanto en capacidad de fundición como en plantas de abatimiento de contaminantes para el cumplimiento de las normas medioambientales, y (ii) un modelo de flujo en redes que describe el comportamiento económico del mercado del ácido sulfúrico, el cual considera el ácido sulfúrico producido en las etapas de abatimiento de contaminantes en el proceso de fundición. Este segundo modelo resuelve el equilibrio entre mercados espacialmente separados para determinar el precio y la distribución de ácido en cada región de oferta y demanda.

Estos dos modelos interactúan a través de la información que cada uno recibe del otro. De esta manera, el modelo de la fundición usa el precio del ácido sulfúrico en cada fundición para determinar las decisiones óptimas operacionales y de inversión. A su vez el modelo de mercado de ácido sulfúrico considera la producción total de ácido sulfúrico en las fundiciones como parte de la oferta para encontrar el precio del producto en cada fundición. La solución dada por el sistema de apoyo a las decisiones es la de un equilibrio global obtenido cuando este proceso iterativo entre los dos modelos converge. De esta manera, el precio del ácido

* E-mail: rcaldent@dii.uchile.cl

** Dirección: Departamento de Ingeniería Industrial, Universidad de Chile, Casilla 2777, Santiago, Chile.
E-mail: smondschi@dii.uchile.cl

sulfúrico, el cual es un elemento central en el momento de decisión del cuándo y dónde localizar una planta de ácido sulfúrico, está determinado endógenamente, en vez de exógenamente como en la mayoría de los modelos de este tipo. Experimentos computacionales muestran que las ganancias esperadas de la industria del cobre pueden incrementarse significativamente cuando el problema se resuelve considerando en forma conjunta todas las fundiciones estatales de cobre, en comparación a la solución en la cual cada fundición toma sus decisiones de manera independiente.

1 Introducción

La industria del cobre es una de las industrias más importantes de Chile, correspondiendo aproximadamente a un 38% de las exportaciones totales del país. En los últimos cien años, la producción de cobre ha aumentado significativamente, pasando de 21 toneladas al año en 1897 a 828.300 en 1975 y 3.115.800 toneladas al año en 1996.

No obstante este gran crecimiento, es sólo a partir de 1980 que el gobierno chileno comienza a estudiar los efectos medioambientales de la producción de cobre. Esto llevó a que en 1991 se establecieran nuevas regulaciones medioambientales para las emisiones de anhídrido sulfuroso y material particulado, dos de los contaminantes más importantes emitidos a la atmósfera durante el proceso que transforma el concentrado a cobre refinado. Una nueva regulación medioambiental para las emisiones de arsénico está en vigencia desde 1999. Actualmente, uno de los desafíos más importantes que se le presenta a la industria minera estatal es como resolver el problema de la contaminación en las fundiciones de cobre.

Existen siete fundiciones en el país, dos privadas y cinco estatales. Las estatales son Chuquicamata, Caletones, Potrerillos, Ventanas, y Paipote, las que reciben concentrado para ser transformado en cobre refinado desde 24 plantas concentradoras, siete de las cuales son de propiedad estatal. Actualmente, ninguna de estas fundiciones estatales satisface plenamente las regulaciones medioambientales, aunque ya han presentado planes de limpieza, *planes de limpieza de base*, que eventualmente asegurarán el cumplimiento de las nuevas regulaciones medioambientales. Estos planes ya están siendo implementados y han completado algunas de las etapas con éxito. Cada fundición desarrolló su propio plan de limpieza individualmente, sin considerar los efectos de sus decisiones sobre las otras fundiciones. El costo total esperado de estos planes es de aproximadamente US\$1 billón, presupuesto que está asociado principalmente a la construcción de plantas de ácido sulfúrico y precipitadores electrostáticos – dos de las tecnologías más usadas para el abatimiento de contaminantes emitidos a la atmósfera durante el proceso de fundición. Las plantas de ácido sulfúrico transforman el anhídrido sulfuroso en ácido sulfúrico, haciendo que éste sea uno de los subproductos más importante del proceso de fundición de cobre.

Las grandes inversiones requeridas por las fundiciones estatales para llevar a cabo sus *planes de limpieza de base*, llevan a la Comisión Chilena del Cobre (Cochilco) en 1994 a desarrollar un modelo preliminar para optimizar las decisiones de inversión en plantas de abatimiento de contaminantes considerando las cinco fundiciones estatales como un sistema integrado. Existen cuatro características principales que hacen que la solución que considera a las cinco fundiciones estatales como un sistema único sea mejor a la obtenida considerando las fundiciones independientemente: (i) economías de escala asociadas a la construcción de plantas de ácido sulfúrico, precipitados electrostáticos y plantas de fundición, (ii) la redistribución de los concentrados entre las fundiciones con el fin de minimizar la contaminación (el contenido de azufre y arsénico de los concentrados varía según el lugar de origen, y por ende el grado de contaminación que emite al ser procesado), (iii) la decisión conjunta sobre la distribución de ácido sulfúrico hacia las zonas de demanda y (iv) el efecto de la producción total de ácido sulfúrico en los precios de éste.

La función objetivo de este modelo de programación entera mixta es maximizar la ganancia total esperada del negocio de producción de cobre del sector público, descontada a lo largo del horizonte de planificación, considerando restricciones técnicas, medio ambientales y de mercado. Una descripción completa del modelo puede ser encontrada en Mondschein y Schilkrut (1997). Dadas las importantes diferencias entre las soluciones entregadas por este modelo preliminar y aquellas propuestas en los *planes de limpieza de base*, Cochilco le pidió a los autores de este artículo desarrollar una versión refinada de este modelo que incluyera otras características importantes no consideradas en el primer sistema de apoyo a las decisiones.

En este artículo desarrollamos un nuevo modelo matemático, que incluye tres importantes características que no habían sido consideradas en el modelo preliminar: (i) un modelo económico para los precios del ácido sulfúrico en función de la oferta del producto, (ii) restricciones a la emisión de arsénico y (iii) la consideración explícita de la heterogeneidad de la composición mineralógica del concentrado, en términos de azufre y arsénico, la cual depende principalmente del origen del concentrado. Estas nuevas consideraciones incrementan significativamente la complejidad del modelo, el cual pasa a ser un modelo entero no-lineal que describe la operación de las fundiciones de cobre, incluyendo las decisiones de inversión en plantas de abatimiento de contaminantes y un modelo de flujo en redes que describe el comportamiento económico del mercado de ácido sulfúrico. El modelo del mercado del ácido sulfúrico resuelve el equilibrio entre mercados espacialmente distantes, para determinar el precio y la distribución de ácido en las regiones de demanda y oferta. Estos dos modelos interactúan a través de la información que cada uno recibe del otro.

El resto del artículo se organiza de la siguiente manera: en la sección 2 entregamos una breve descripción del proceso de producción de cobre y del mercado de ácido sulfúrico, en la 3 sección se presentan los modelos matemáticos que describen la operación de las fundiciones y el mercado del ácido sulfúrico. En la sección 4 describimos la resolución y resultados más importantes del modelo. Finalmente en la sección 5 presentamos las conclusiones.

2 Descripción del problema

2.1. Proceso de Producción del cobre

El mineral extraído de las minas puede ser clasificado como sulfuro u óxido dependiendo de sus características mineralógicas. Los sulfuros son procesados en plantas concentradoras para producir concentrado de cobre. Aproximadamente el 99% de los minerales de sulfuro son procesados en plantas localizadas cerca de las minas de donde fueron extraídos. Solamente una pequeña fracción es extraída por pequeños empresarios y vendida directamente a las plantas concentradoras. Aunque la composición mineralógica de los concentrados depende directamente de su origen, ésta corresponde aproximadamente a un tercio de cobre, un tercio de azufre y un tercio de hierro. Estos concentrados pueden ser exportados como tal o tratados en fundiciones para producir cobre refinado. El proceso de fundición produce gases con contenido de anhídrido sulfuroso, material particulado y arsénico, para los cuales se han establecido nuevas regulaciones ambientales. El abatimiento de estos contaminantes corresponde al foco central de nuestro estudio.

El método comúnmente utilizado para obtener cobre refinado a partir de los óxidos es el proceso de lixiviación, el cual utiliza ácido sulfúrico como su principal insumo. Este proceso no emite anhídrido sulfuroso hacia la atmósfera.

Plantas Concentradoras

Previo al tratamiento de los sulfuros en las fundiciones de cobre, ellos deben pasar por un proceso de concentración, debido a que generalmente éstos tienen una muy baja concentración de cobre. Este proceso es generalmente llevado a cabo cerca de las minas: el mineral es triturado, molido y sometido a un proceso de flotación. El concentrado producido en las plantas concentradoras puede ser exportado directamente o procesado en las fundiciones de cobre para producir cobre refinado. Las principales decisiones en esta etapa son cuánto concentrado exportar y cuánto procesar en el país, y qué fundiciones deberían procesar el concentrado que va a ser tratado a nivel doméstico. El volumen de concentrado producido anualmente durante el horizonte de planificación es determinado exógenamente al modelo, y es estimado periódicamente por los expertos de Cochilco.

Fundiciones de Cobre

En esta etapa, el concentrado es sometido a un proceso de fusión en un horno (convertidor El Teniente, horno Flash u otra tecnología) para producir "mata". Posteriormente esta mata es procesada en convertidores (por ejemplo convertidor Pierce-Smith) para producir cobre refinado o blister. En el país existen cinco

fundiciones de cobre estatales con una capacidad total de aproximadamente 4 millones de toneladas de concentrado por año. Las principales decisiones en esta etapa del proceso productivo corresponden a la capacidad de fundición en cada período del horizonte de planificación y la tecnología a utilizar en dicho proceso. Las diferentes tecnologías de fundición difieren principalmente en la inversión y costos de operación y en el volumen y concentración de los gases que ellas emiten en cada etapa del proceso de fundición. Tradicionalmente, el criterio utilizado para elegir la tecnología más adecuada ha sido su eficiencia en términos de la inversión y costos de operación requeridos y su productividad. Sin embargo, con las nuevas regulaciones ambientales, factores adicionales deben ser considerados. Estas regulaciones tienen un impacto directo en el proceso de fundición; por ejemplo, algunas fundiciones deben reducir su producción durante los períodos críticos de contaminación. Así, podría ser conveniente para algunas fundiciones reducir su capacidad instalada o reemplazarla por nuevas tecnologías de fundición. Finalmente, dadas las proyecciones crecientes para la producción de concentrado de cobre para los próximos años, es importante evaluar un aumento en la capacidad de fundición del país.

Tratamiento de los Gases Contaminantes

Los gases producidos en las fundiciones pueden ser emitidos directamente a la atmósfera o tratados en plantas de abatimiento de contaminantes. La tecnología comúnmente utilizada para reducir la cantidad de material particulado corresponde a los precipitadores electrostáticos. Estos usualmente reducen la contaminación en más de un 90%. Las emisiones de anhídrido sulfuroso son comúnmente tratadas en plantas de ácido sulfúrico. A pesar de que el ácido sulfúrico puede ser peligroso, éste tiene un uso en varios sectores productivos, incluyendo la minería y la agricultura. En Chile, el proceso de lixiviación utilizado para tratar los óxidos de cobre es uno de sus principales consumidores de ácido sulfúrico. Las principales decisiones en esta etapa corresponden a la capacidad de los precipitadores electrostáticos y de las plantas de ácido sulfúrico en cada período del horizonte de planificación y el volumen y composición de los gases a ser tratados. Las plantas de ácido son diseñadas para procesar un volumen máximo de gases y gases que contengan una concentración de anhídrido sulfuroso dentro de un rango específico de diseño. Estas dos cantidades –volumen y concentración de los gases que entran a la planta- determinan la producción de ácido sulfúrico. Para una tecnología de fundición dada, los gases contaminantes producidos en cada etapa del proceso de fundición (por ejemplo, horno Flash, convertidor Teniente y convertidor Pierce-Smith) difieren en los volúmenes y concentraciones de los gases contaminantes emitidos. Para determinar la producción de ácido sulfúrico, se debe determinar primero el mix de gases (la combinación de gases de cada etapa del proceso de fundición) que será procesado en la planta de ácido. Esta decisión determina a su vez la cantidad de anhídrido sulfuroso que será emitido a la atmósfera. Los costos de producción del ácido sulfúrico dependen de la concentración de anhídrido sulfuroso de los gases que son procesados en la planta. Esto se debe a que dado un volumen de gases, aquellos gases con un concentración

mayor producen una mayor cantidad de ácido sulfúrico. Esta característica hace que las nuevas tecnologías de fundición, las cuales emiten menores volúmenes de gases altamente concentrados puedan ser atractivas, aún cuando estas inversiones y costos de operación sean más elevados.

2.2. Características del mercado del ácido sulfúrico.

La producción mundial anual de ácido sulfúrico es de aproximadamente 150 millones de toneladas. Esta producción proviene principalmente de dos grandes fuentes: el tostado de azufre (80%) y el tratamiento de gases producidos en fundiciones (20%). Los principales consumidores de ácido sulfúrico están en la industria de fertilizantes, la industria química y en la producción de cobre a través del proceso de lixiviación.

El mercado de ácido sulfúrico es principalmente local, con menos de un 5% de ventas en mercados internacionales. La mayoría del intercambio internacional es generado por los superávits de ácido sulfúrico de las fundiciones, que no pueden ser vendidos directamente en la región. Esto se debe a los altos costos de transporte y de almacenamiento del producto, cuyo origen se encuentra en sus propiedades altamente tóxicas y corrosivas. Estos costos son tan altos que en ciertos casos los productores generan pérdidas al no poder vender el producto a nivel local y tener que comercializarlo en el mercado internacional. Por ejemplo, Japón recientemente vendió el producto a Chile a 50 US\$/ TM; sin embargo, el costo de transporte incurrido por Japón fue de sobre 55 US\$/TM.

La producción chilena de ácido sulfúrico corresponde a aproximadamente 1.6% de la producción mundial total (2.5 millones de toneladas al año), y es utilizado principalmente en los procesos de lixiviación para producir cobre refinado; sólo un porcentaje pequeño se destina a otros procesos industriales. Como resultado de las nuevas regulaciones medioambientales sobre las emisiones de anhídrido sulfuroso al aire, la producción de ácido sulfúrico en las fundiciones de cobre está creciendo significativamente. Este crecimiento de oferta que surge de la producción de cobre se ha convertido en un importante problema para las fundiciones ya que deben vender este producto con sus altos costos de transporte y manejo, preferentemente en mercados regionales.

3. Descripción del modelo

La formulación matemática consiste en dos modelos que interactúan para buscar una solución de equilibrio general. El primero de éstos, **el modelo de operación de las fundiciones**, optimiza la operación de las fundiciones, incluyendo decisiones de inversión sobre capacidad de fundición y plantas de abatimiento de contaminantes. El segundo modelo, **modelo del mercado del ácido sulfúrico**, encuentra el equilibrio entre mercados espacialmente separados, determinando

el precio y la distribución de ácido en cada región de demanda y oferta. A continuación describimos los dos modelos y la interacción entre ellos.

3.1. Modelo de operación de las fundiciones

El modelo de operación de las fundiciones optimiza las decisiones de inversión en plantas de abatimiento de contaminantes y capacidad de fundición, como también las decisiones operacionales relacionadas con la distribución de concentrados entre las fundiciones estatales, la producción de cobre y ácido sulfúrico y el tratamiento de gases contaminantes. El modelo considera la producción de concentrados como una variable exógena. El modelo tiene una formulación entera no-lineal, donde las fuentes principales de no-linealidad surgen al considerar la heterogeneidad de la composición mineralógica de los concentrados en términos de cobre, azufre y arsénico. La estructura entera del modelo se debe a las decisiones de inversión sobre la capacidad de fundición y plantas de abatimiento de contaminantes. A continuación presentamos una descripción cualitativa del modelo. El modelo matemático detallado puede encontrarse en Caldentey y Mondschein (1999).

3.1.1. Función objetivo

La función objetivo corresponde a la maximización de la utilidad total descontada de las ventas de concentrado de la plantas concentradoras estatales (concentrado público) como también de la ventas de cobre refinado y ácido sulfúrico, sobre el horizonte de planeación. Los ingresos y costos son los siguientes:

1. Ingresos operacionales

- o Ventas de cobre refinado provenientes de concentrado público.
- o Exportaciones de concentrado público.
- o Servicios de fundición dados a plantas concentradoras privadas.
- o Ventas de ácido sulfúrico.

2. Costos operacionales

- o Costos de transporte del concentrado desde plantas concentradoras estatales hacia las fundiciones de cobre.
- o Costos de producción de cobre refinado. Estos costos dependen de la tecnología de fundición utilizada, de la composición mineralógica del concentrado y de la ubicación de la fundición.
- o Costos de producción de ácido sulfúrico.
- o Costos de operación de los precipitadores electrostáticos.

3. Inversiones

- o Costos de instalación de precipitadores electrostáticos y plantas de ácido sulfúrico.
- o Costos de instalación de nuevas capacidades de fundición.
- o Costos de mejora de tecnología. Este ítem incluye inversiones de modernización de plantas de fundición con el objeto de ser más eficiente o contaminar menos. Esta es una alternativa sólo para algunos equipos.

3.1.2 Variables de decisión

Las variables de decisión pueden dividirse entre decisiones de inversión y de operación.

1. Decisiones de inversión: dónde, cuándo y cuánto se debe invertir en plantas de ácido sulfúrico, precipitadores electrostáticos y plantas de fundición. Debido a los costos fijos, hay variables de decisión binarias que se relacionan con el instalar o no una nueva planta ó equipo.
2. Decisiones operacionales
 - o Distribución de concentrados desde las plantas concentradoras hacia las fundiciones estatales. Debido a que la composición mineralógica de los concentrados varía según su origen, la mezcla final de concentrados a ser procesado en una fundición también es una variable de decisión. Las exportaciones de concentrado quedan determinadas al decidir la cantidad de concentrado a ser procesado en el país.
 - o Producción de cobre y ácido sulfúrico en cada fundición estatal.
 - o Volumen de gases contaminantes a ser emitidos directamente al aire. Estas decisiones determinan el volumen de gases a ser tratados en precipitaciones electrostáticas y plantas de ácido sulfúrico y por tanto, las cantidades de azufre, arsénico y material particulado emitidos a la atmósfera.

3.1.3. Restricciones

A continuación describiremos las principales restricciones técnicas, medioambientales y económicas de cada etapa del proceso.

1. Plantas concentradoras
 - o Balance de producción de concentrado.
2. Fundiciones
 - o Restricciones de capacidad de fundición en cada planta.
 - o Actualización de la capacidad de las fundiciones como resultado de nuevas inversiones.

o Balance de producción de cobre y gases contaminantes. Estas restricciones incluyen: (i) conservación de masa para cada sustancia en toda división o combinación de flujos de productos o gases y (ii) conservación de las concentraciones en todas las divisiones de flujos líquidos o gaseosos. Estas últimas restricciones son la fuente de no-linealidad de nuestro modelo.

o Restricciones técnicas sobre la composición de la mezcla de concentrado a ser procesado en una fundición. Debido a las características técnicas, algunas de las fundiciones sólo pueden procesar concentrados con ciertas composiciones específicas.

o Cota para la utilización mínima de las fundiciones. Debido a consideraciones económicas, las fundiciones deben operar sobre un cierto nivel mínimo de producción.

3. Plantas de abatimiento de contaminantes

o Balance de producción de azufre, material particulado y arsénico en cada etapa del proceso de fundición.

o Balance entre los gases directamente emitidos al aire sin tratamiento y aquellos tratados en precipitadores electrostáticos. Este balance determina la cantidad de azufre, material particulado y arsénico en cada flujo de gases.

o Balance entre el volumen de gases emitidos a la atmósfera y aquellos tratados en plantas de ácido sulfúrico después del tratamiento en precipitadores electrostáticos. Esto determina la concentración de anhídrido sulfuroso en los gases tratados en las plantas de ácido, el cual debe estar en el rango de diseño de cada planta de ácido.

o Restricciones de capacidad en las plantas de ácido sulfúrico.

o Actualización de la capacidad de producción de las plantas de ácido sulfúrico como resultado de nuevas inversiones.

o Restricciones de capacidad en los precipitadores electrostáticos.

o Actualización de la capacidad de procesamiento de los precipitadores electrostáticos debido a nuevas inversiones.

o Balance de producción de ácido sulfúrico.

4. Emisiones de gases contaminantes

o Restricciones para las emisiones máximas de azufre.

o Restricciones para las emisiones máximas de material particulado.

o Restricciones para las emisiones máximas de arsénico.

3.2. Modelo de mercado de Ácido Sulfúrico

Como mencionamos en la sección 2.2. los costos de transporte son un factor crucial en el mercado del ácido sulfúrico, así como lo es la distribución geográfica de consumidores y oferentes. El modelo desarrollado en esta sección se basa en la literatura económica que estudia el equilibrio entre mercados espacialmente separados, en donde el precio pagado por los consumidores iguala el precio recibido por los productores más los costos de transporte asociados con el traslado del producto desde su lugar de producción hasta el zona de consumo. Partiendo con el trabajo de Enke (1951), el tema de equilibrios entre mercados geográficamente distantes ha sido ampliamente estudiado en la literatura económica. Nuestro modelo se basa en el trabajo de Paul Samuelson (1952) (Modelo Base), el cual se describe a continuación.

3.2.1. Modelo Base

Consideramos un mercado compuesto por n zonas (o regiones) de producción y consumo distribuidas sobre una vasta área geográfica. Cada zona i ($i = 1, \dots, n$) es representada mediante una curva de oferta $S_i(P_i)$ y una curva de demanda $D_i(P_i)$, donde P_i representa el nivel de precios en la zona « i -ésima». En la ausencia de intercambio comercial entre zonas, el equilibrio competitivo en cada una de ellas viene dado por un nivel de oferta y demanda Q_i^c y un nivel de precios P_i^c tales que $Q_i^c = S_i(P_i^c) = D_i(P_i^c)$. Ahora bien, al eliminar la barreras comerciales entre regiones se observarán flujos de productos entre ellas como resultado de las diferencias de precio. En particular, si la diferencia de precio entre dos zonas (en la ausencia de intercambio) es mayor que el costo de transporte correspondiente entonces los productores de la región donde el precio es bajo preferirán enviar su producción a la región cuyo precio es alto en lugar de venderla en el mercado local. De esta manera, los precios regionales tenderán a ajustarse y el equilibrio se alcanzará cuando la diferencia de precios entre dos regiones cualesquiera sea menor o a lo sumo igual a los costos de transportes, esto es, $P_j - P_i \leq T_{ij}$ donde T_{ij} es el costo unitario de transporte entre las regiones i y j .

Samuelson (1952) resolvió el problema de equilibrio espacial mediante el uso de una *función de Beneficio Social*. En particular, Samuelson construye para cada región i , una función $BS_i(Q_i)$ que refleja el beneficio adicional generado cuando la zona i comercializa Q_i unidades de producto con el resto de las regiones. La suma sobre i de los $BS_i(Q_i)$ menos los costos totales de transporte necesarios para mover estos flujos inter-regionales constituye la función de Beneficio Social (BS) que al ser maximizada retorna el equilibrio competitivo en el mercado regional. La metodología de Samuelson es otro ejemplo más de un resultado ya standard en economía que dice que, bajo ciertos tecnicismos, todo equilibrio competitivo es equivalente a la solución que un planificador central escogería al optimizar *cierta* función de utilidad. En este caso, dicha función de utilidad es el beneficio social, BS , definido anteriormente. Gráficamente, el valor de $BS_i(Q_i)$ cuando la zona i exporta Q_i unidades corresponde al área achurada en la siguiente figura:

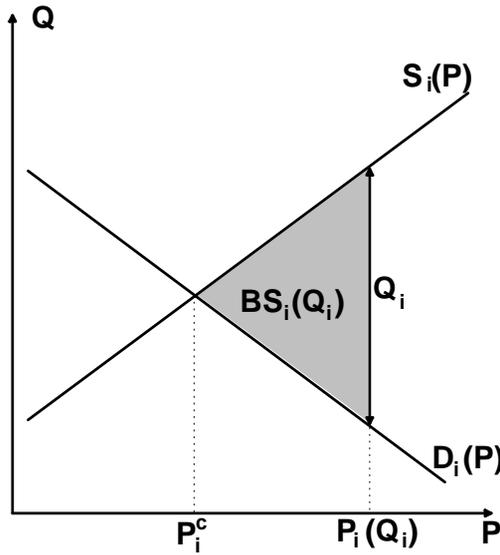


Figura 1 : Beneficio Social

Luego,

$$BS_i(Q_i) = \int_{P_i^c}^{P_i(Q_i)} (S_i(P) - D_i(P))dP, \tag{1}$$

En donde

- $S_i(P)-D_i(P)$ representa el excedente de producción que los productores de la zona i no pueden colocar en el mercado local cuando el precio en la región es P .
- P_i^c es el precio de equilibrio, cuando la zona i no comercializa con otras regiones.
- $P_i(Q_i)$ es el nivel de precios en la región i para el cual el excedente de producción iguala Q_i unidades, es decir, $Q_i = S_i(P_i(Q_i))-D_i(P_i(Q_i))$.

En este punto es importante recalcar que el valor absoluto de Q_i representa el número de unidades transadas por la zona i con el resto de las regiones. De esta manera si $Q_i \leq 0$ la región i es exportadora mientras que si $Q_i \geq 0$ la región es importadora. Por último, la formulación matemática del problema se escribe en términos de los flujos entre regiones. Esto es, Q_i se escribe como $Q_i = \sum_j Q_{ij}$ donde Q_{ij} es el flujo desde la región i hacia la j . De esta forma los costos totales de transporte vienen dados por :

$$TTC = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (T_{ij} \cdot Q_{ij})^+, \quad (2)$$

y el equilibrio competitivo se encuentra resolviendo:

$$(PS) \quad \max_{Q_{ij}} \left\{ \sum_{i=1}^n BS_i(Q_i) - \sum_{i=1}^n \sum_{j=i}^n (T_{ij} \cdot Q_{ij})^+ \right\} \quad (3)$$

$$s.t. \quad Q_i - \sum_{j \neq i} Q_{ij} = 0 \quad (4)$$

$$Q_{ij} + Q_{ji} = 0 \quad (5)$$

El problema (PS) es en general un problema de programación no-lineal. Por ejemplo, Takayama y Judge (1964) asumiendo curvas lineales de demanda y oferta reformularon (3) como un problema de programación cuadrática. Otro caso especial ocurre cuando las curvas de oferta y demanda son perfectamente inelásticas. En este caso el problema (3) es equivalente a un problema de programación lineal que minimiza el costo total de transporte. (bajo el supuesto comúnmente utilizado que asegure que la producción total iguale la demanda de todas las regiones). Como veremos en lo que sigue, este último caso es apropiado para modelar el mercado Chileno de ácido sulfúrico cuando ciertas características especiales del mercado son combinadas con el algoritmo iterativo desarrollado para resolver el problema.

3.2.2 El modelo aplicado al caso chileno

En esta sección aplicamos la formulación de Samuelson al mercado de ácido sulfúrico chileno. Primero definimos las regiones comerciales que constituyen este mercado, luego caracterizamos las curvas de oferta y demanda de estas regiones para finalmente formular y resolver el equilibrio inter regional.

Definición de las regiones comerciales:

La primera región a considerar es el mercado internacional. Este es representado por una región única, la cual asumimos como capaz de ofrecer o demandar cualquier déficit o superávit de ácido sulfúrico requerido u ofrecido por Chile. Esta es un

supuesto razonable considerando el tamaño relativo de los mercados internacional y nacional. Nótese que sólo necesitamos saber el precio del producto en los puertos chilenos, ya que el modelo de optimización que presentamos en esta sección considera los costos de transporte correspondientes.

El mercado chileno, por otro lado, se divide en regiones de consumo y producción. Definimos nueve regiones de consumo; cuatro macro-regiones que se asocian con las divisiones político administrativas (I,II,III región y una zona agregada que combina la IV,V,VI, y XIII región) y cinco regiones que corresponden a las fundiciones estatales. Intencionalmente individualizamos las fundiciones como regiones separadas para poder estudiar en detalle los flujos de ácido desde y hacia ellas. Finalmente, los productores nacionales de ácido son solamente diez; cinco de los cuales corresponden a fundiciones estatales y cinco a compañías privadas. La figura 2 muestra la división regional que utilizamos:

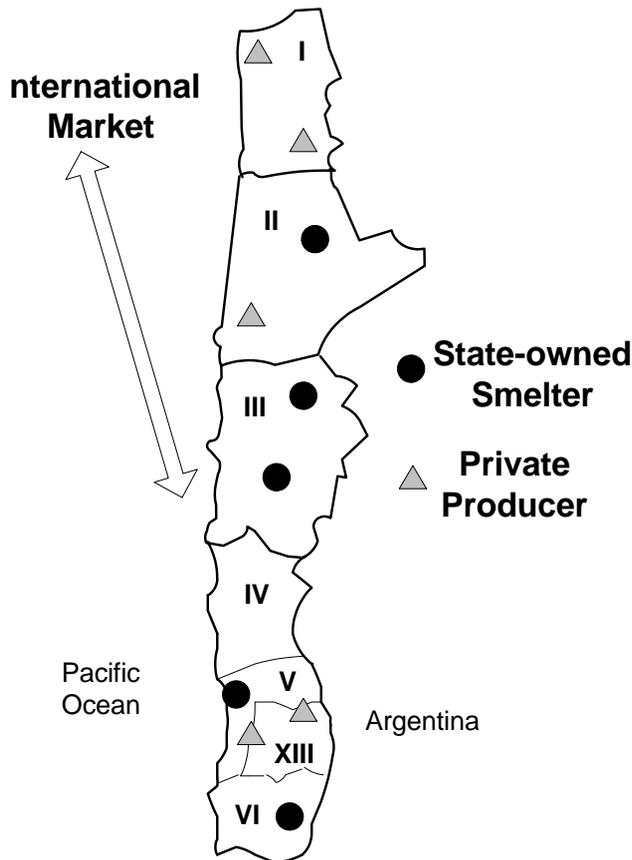


Figura 2: Mercado Chileno de ácido sulfúrico

De esta manera estamos tratando con un total de quince regiones relevantes (algunas únicamente consumidoras, otras solamente productoras, y otras consumidoras y productoras) para el mercado de ácido sulfúrico. El siguiente paso es determinar las funciones de oferta y demanda para cada región.

Oferta Regional de ácido sulfúrico

Las once regiones de producción se dividen en los siguientes tres grupos:

- *I*: Mercado Internacional
- *P*: El conjunto de fundiciones privadas (5 regiones)
- *J*: El conjunto de fundiciones estatales (5 regiones)

Para el mercado internacional asumimos una oferta perfectamente elástica, es decir, en el caso de un déficit nacional, el mercado internacional es capaz de satisfacerlo completamente a un precio que es independiente de la cantidad vendida. De esta manera, si $QN(t)$ y $DN(t)$ representan la producción y consumo nacional respectivamente en el año t , entonces la oferta internacional viene dada por $SI(t) = (DN(t) - QN(t))_+$. Además, denotamos por $PIS(t)$ el precio internacional del ácido sulfúrico en los puertos Chilenos en el año t , el cual es independiente del consumo nacional. Este supuesto fue discutido con los especialistas de comercio de ácido por parte de las fundiciones y se basa en el tamaño relativo de los mercados domésticos e internacionales.

Por otro lado, para productores privados asumimos una oferta perfectamente inelástica. Es decir, si $Q_i(t)$ representa la producción de los productores privados en el periodo t , entonces suponemos que ésta no depende de los niveles de precios observados en las distintas regiones. La razón principal para considerar la producción privada como independiente del precio es que en el rango de precios en el que se vende el producto, las decisiones de producción del sector privado dependen principalmente de la capacidad productiva instalada.

Finalmente, para las fundiciones estatales, la producción de ácido sulfúrico está principalmente determinada por la producción de cobre, las regulaciones medioambientales y el precio del ácido sulfúrico. La producción de cobre, por un lado, determina el volumen de anhídrido sulfuroso que se produce en los procesos de fundición. De esta manera, si $V(c)$ es el volumen de dióxido de sulfuro generado cuando se producen c toneladas de cobre y \bar{V} representa el volumen máximo de anhídrido sulfuroso que puede ser emitido directamente a la atmósfera según las regulaciones ambientales, entonces la oferta de ácido sulfúrico de una fundición que produce c toneladas de cobre está dada por:

$$S(c, p) = \alpha \cdot \underbrace{[(V(c) - \bar{V})^+]_{[1]}}_{[1]} + \underbrace{\xi(\bar{V} - (\bar{V} - V(c))^+, p)}_{[2]}, \quad (6)$$

donde p representa el precio del ácido sulfúrico y a es el factor de transformación de masa entre anhídrido sulfuroso y ácido sulfúrico. La expresión [1] representa el volumen mínimo de gases a ser tratados en la fundición por regulación ambiental, y éste es independiente del precio. Por otra parte, [2] representa aquella parte de la oferta de ácido sulfúrico que es sensible al precio, esto es $\bar{V} - (\bar{V} - v(c))^+$ corresponde a la cantidad de anhídrido sulfuroso que la fundición puede tanto desechar directamente al aire o transformar a ácido sulfúrico para la venta. Cuánto va a procesar la fundición de la cantidad existente en [2] dependerá del precio observado de acuerdo a la función de producción $\xi(V,p)$. Esta función relaciona los costos de producción de ácido sulfúrico con el precio de venta.

Como describimos al comienzo de esta sección, nuestra metodología resuelve el modelo de operación de fundiciones y el modelo de mercado de ácido sulfúrico separadamente. La interacción entre estos dos modelos está dada por: (i) la producción de ácido sulfúrico de cada fundición estatal, la cual es una output del modelo de fundición y un input al modelo de ácido sulfúrico y (ii) el precio de venta de ácido sulfúrico en cada fundición estatal, el cual es un output del modelo de ácido sulfúrico y un input al modelo de fundición. Por lo tanto, según esta descomposición, la función $\xi(V,p)$ está implícitamente determinada a través de las iteraciones sucesivas de los dos modelos. La estructura iterativa del algoritmo significa que el modelo de ácido sulfúrico asume curvas de oferta perfectamente inelásticas para cada fundición estatal, i.e., la producción de ácido sulfúrico de cada fundición esta fija **en cada iteración**. Sin embargo, es importante señalar que la producción de ácido sulfúrico en las fundiciones es sensible a los precios en el modelo global; es decir, la producción varía de iteración a iteración.

Demanda Regional de Acido Sulfúrico

En lo que concierne al mercado internacional, asumimos que la demanda está dada por la oferta agregada chilena y que ésta no es sensible al precio. Entonces, la demanda internacional por ácido sulfúrico en el año t , $D_I(t)$, está dada dado por $D_I(t) = (Q_N(t) - D_N(t))^+$ en donde $Q_N(t)$ y $D_N(t)$ son la producción y el consumo nacional agregado respectivamente en el año t . Como las ventas chilenas de ácido sulfúrico no alteran los precios internacionales, asumimos que éstos son conocidos y los denotamos como $\{P_I^D(t) / t\}$.

La demanda doméstica, por otra parte, está fuertemente ligada a los proyectos de lixiviación del país, los que se utilizan para procesar los minerales de óxidos. En este sentido, la demanda por ácido sulfúrico en Chile es una demanda derivada que surge de la producción de óxidos de cobre. En la práctica, el precio internacional del cobre es el factor decisivo en los proyectos de lixiviación, siendo irrelevante el precio internacional de ácido sulfúrico importado dentro del rango observado. Esta conclusión es consistente con el hecho que la demanda por ácido sulfúrico ha estado creciendo monotónicamente en los últimos años, mientras su precio ha variado erráticamente en el mismo periodo. De acuerdo con esto, asumimos que la demanda chilena por ácido sulfúrico en proyectos mineros es independiente de su precio y el modelo adopta los niveles de consumo en las fundiciones estatales y las cuatro macro regiones como dadas.

Además, como las fundiciones estatales son simultáneamente productoras y consumidoras de ácido sulfúrico, su demanda efectiva es simplemente su déficit de producción, i.e., si S_j es la producción de ácido sulfúrico y D_j es el consumo de ácido en la fundición j entonces su demanda efectiva esta dada por $(D_j - S_j)^+$. De manera similar, la oferta efectiva de ácido sulfúrico de las fundiciones estatales está dada por $(S_j - D_j)^+$.

Dado que hemos restringido las curvas de ofertas y demandas regionales de ácido al caso inelástico, no podemos directamente determinar los precios de comercialización aplicando el modelo de Samuelson. Sin embargo, podemos resolver el problema de distribución ya que en este caso es equivalente a minimizar los costos totales de transporte como veremos más adelante.

Por otro lado, el precio del ácido sulfúrico en las diferentes regiones está determinado tanto por los niveles de consumo y producción como también por la ubicación geográfica de estas regiones. De esta manera, mientras más alejada esté una región demandante de sus zonas de oferta, más alto será el precio en esta localidad. A continuación presentamos los modelos econométricos que usamos para estimar los precios de comercialización del producto en los distintos puntos del país. Estos modelos son variaciones ad-hoc del tradicional *Modelo Gravitacional* ampliamente usado en el área del comercio internacional.

Modelo de Precios Regionales.

Para cada una de las cuatro macro regiones desarrollaremos un modelo que relaciona el precio promedio en la región con el precio promedio nacional y con el déficit o superávit en aquella región y en el país. El modelo se define por:

$$P_i(t) - P_N(t) = \beta_i \cdot (ED_i(t) - ED_N(t)) \quad \forall i \in Q \quad (7)$$

En donde:

- $P_i(t)$ = precio promedio de compra en la región $i \in Q$ en el año t .
- $P_N(t)$ = precio promedio de compra en el país en el año t .
- $ED_i(t)$ = déficit porcentual de ácido en la región $i \in Q$ en el año t (el cociente entre demanda y oferta en la región en el año t).
- $ED_N(t)$ = déficit porcentual de ácido en el país.
- β_i = factor de aislamiento geográfico para la región $i \in Q$.

El modelo anterior fue resuelto usando mínimos cuadrados ordinarios y a partir de información histórica de contratos de compra y venta de ácido por parte de las fundiciones estatales. La intuición detrás de (7) es la siguiente: mientras

más alto el déficit de ácido en una región con respecto al país, más alto será el precio en esta región con respecto al precio medio a nivel nacional ($\beta_i > 0$).

Como cada fundición estatal es ubicada dentro de una de estas cuatro macro-regiones, (7) también refleja los precios de compra y venta que observan las fundiciones.

Modelo para precios Nacionales

En este modelo determinamos el precio promedio nacional en función del precio internacional y el déficit (superávit) de ácido sulfúrico de un año dado.

$$P_N(t) = \delta + \epsilon \cdot P_I(t) + \gamma \cdot (D_N(t) - Q_N(t)) \quad (8)$$

en donde

- $P_N(t)$ = precio promedio nacional año t .
- $P_I(t)$ = precio promedio internacional año t .
- $D_N(t)$ = demanda agregada nacional año t .
- $Q_N(t)$ = oferta agregada nacional año t .
- δ, ϵ, γ = parámetros.

De acuerdo con (8), el precio promedio nacional depende directamente del precio internacional a través de factor $\epsilon \geq 0$. De esta forma, y como es evidente, alzas o bajas en el precio internacional impactarán directamente los precios locales. Por otro lado, el precio nacional se ve también afectado por el nivel de déficit del país. Esto es, en la medida que la producción local sea incapaz de satisfacer la demanda nacional ($D_N(t) - Q_N(t) \geq 0$), el precio nacional se incrementará como resultado de la importación ($\gamma \geq 0$). Por último, la constante δ captura los efectos del aislamiento geográfico entre Chile y el resto del mercado internacional.

Formulación Matemática

Finalmente, presentamos la formulación matemática que determina en forma conjunta la distribución y los flujos de ácido sulfúrico entre las distintas zonas como también los precios promedio de comercialización. Lo primero es observar que al considerar los mercados nacionales con demandas y producciones fijas (perfectamente inelásticos) y al mercado internacional como el buffer que absorbe o suministra cualquier excedente o déficit nacional, la formulación de Samuelson se hace equivalente a la minimización de los costos totales de transporte entre regiones.

$$(PSS) \quad \min_{Q_{ij}(t)} \sum_{t \geq 1} \sum_{i=1}^{15} \sum_{j=i}^{15} T_{ij} \cdot Q_{ij}(t) \quad (9)$$

s.t.

$$\sum_{j=1}^{15} Q_{ij}(t) = Q_i(t) \quad \forall i \text{ s.t. } Q_i(t) \geq 0, \quad \forall t \geq 1 \quad (10)$$

$$\sum_{i=1}^{15} Q_{ij}(t) = -Q_j(t) \quad \forall j \text{ s.t. } Q_j(t) \leq 0, \quad \forall t \geq 1 \quad (11)$$

$$Q_{ij}(t) \geq 0 \quad \forall i, j, \quad \text{and} \quad \forall t \geq 1 \quad (12)$$

Este modelo determina los flujos de ácido sulfúrico entre las quince regiones definidas anteriormente. Entonces, y mediante el uso de los modelos de precio (7) y (8), el precio promedio de venta para cada fundición estatal puede ser calculado de la siguiente forma:

$$\bar{P}_j(t) = \frac{\sum_{i \in \mathcal{Q} \cup \mathcal{J}} [(P_i(t) - T_{ji}) \cdot Q_{ji}(t)] + (P_{\mathcal{I}}^D(t) - T_{j,\mathcal{I}}) \cdot Q_{j,\mathcal{I}}(t)}{\sum_{i \in \mathcal{Q} \cup \mathcal{J}} Q_{ji}(t) + Q_{j,\mathcal{I}}(t)} \quad \forall j \in \mathcal{J} \quad (13)$$

Como podemos ver en la ecuación (13), el precio promedio de venta en la función j en el periodo t representa la ganancia promedio de conjunto que la fundición j recibe por cada tonelada de ácido sulfúrico que vende, y es por ello que el costo de transporte debe ser descontado del precio de venta 1.

3.3. Interacción entre los dos modelos

La interacción entre los dos modelos recién presentados (operación de las fundiciones y mercado del ácido sulfúrico) es la siguiente. El modelo de operación considera fijo el precio del ácido sulfúrico en cada fundición y así determina el nivel de inversión óptima en plantas de abatimiento de contaminantes y capacidad de fundición, como también determina las decisiones operacionales para cada fundición, incluyendo la producción de ácido sulfúrico. Por otra parte, el modelo del mercado del ácido considera fija la producción de ácido sulfúrico de cada fundición y determina el precio de comercialización. Los dos modelos interactúan iterativamente hasta que convergen a una solución de equilibrio.

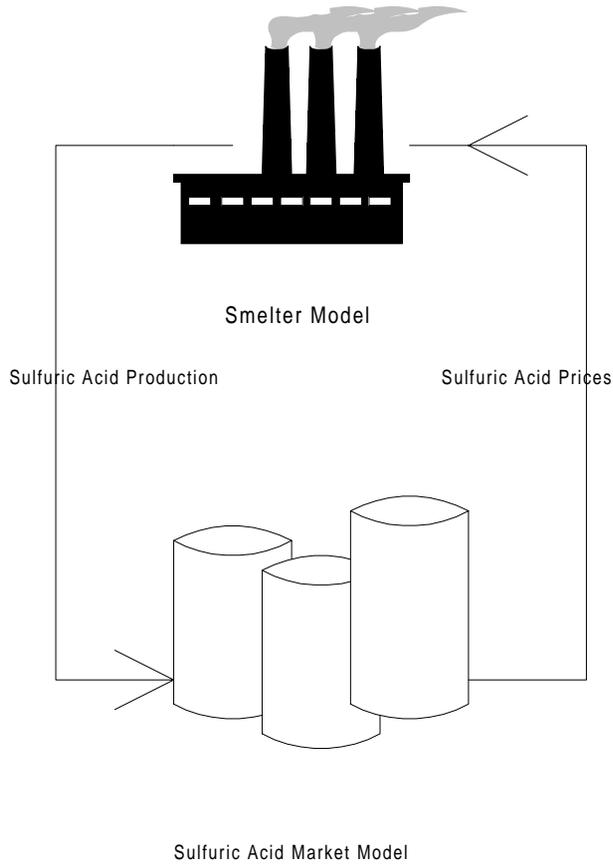


Figura 3: Interacción entre el modelo de operación de fundición y el modelo de mercado de ácido sulfúrico.

El algoritmo para encontrar la solución de equilibrio entre dos modelos es el siguiente:

1) Inicialización

- P_0 = vector de precios de ácido sulfúrico iniciales en cada fundición y periodo de tiempo.

- $k = 1$.

2) Resolución del modelo de fundiciones

- $Q^k(P^{k-1})$ = niveles óptimos de producción de ácido sulfúrico en las fundiciones dado el vector de precio P^{k-1} .

3) Solución del modelo de mercado de ácido sulfúrico

- P^k = vector de precios de ácido sulfúrico para niveles de producción $Q^k(P^{k-1})$.

- 4) SI $|| P_k - P_{k-1} || \leq \epsilon$ entonces PARAR, el algoritmo ha encontrado una ϵ - solución,

SINO $k = k+1$ y volver a 2.

El criterio de parada en el paso cuatro se basa en la variación en los precios de ácido sulfúrico calculados en dos iteraciones consecutivas. El algoritmo itera hasta que la diferencia entre estos dos vectores de precios consecutivos es menor o igual a una tolerancia $\epsilon \geq 0$. Por ejemplo, si el modelo optimiza la operación de las cinco fundiciones estatales sobre un horizonte de veinte años y escogemos $\epsilon = 1$, entonces en promedio el algoritmo termina cuando el precio en cada fundición y cada año difiere en menos de US \$0.01 entre dos iteraciones consecutivas.

Desde un punto de vista económico, el algoritmo busca una solución que corresponde a un equilibrio competitivo. Bajo condiciones apropiadas de las curvas de demanda y oferta (ver Mas-Colell, Whinston and Green (1995)) se puede demostrar que un equilibrio competitivo existe y es único. Lamentablemente estas condiciones no se satisfacen con nuestra formulación, principalmente por la existencia de variables de inversión binarias que determinan los niveles de capacidad productiva en las fundiciones estatales. De todas maneras, desde un punto de vista empírico, la presencia de estas irregularidades no ha sido problema ya que en todos los experimentos computacionales que condujimos no observamos la presencia de equilibrios múltiples, es decir, nuestro problema aparece como muy estable.

La presencia de variables binarias también nos impide garantizar la convergencia del algoritmo. Dependiendo de la sensibilidad de las curvas de oferta al precio del ácido sulfúrico, es posible que el algoritmo itere sin converger, de manera tal que las variables binarias alteran sus valores entre una iteración y la próxima. Afortunadamente, nuestra información muestra que no es probable que esta situación ocurra en el mercado de ácido sulfúrico chileno. Como describimos en la sección 3.2.2 la producción de ácido sulfúrico esta principalmente determinada por el precio del cobre blister, siendo el precio del ácido sulfúrico poco relevante en la banda de precios que impone el mercado internacional. Más aún, al algoritmo ha convergido en todo experimento computacional realizado.

4. Implementación del modelo

Para el modelo de operación de fundiciones hemos formulado un modelo de programación entera no lineal de aproximadamente 18000 variables (600 variables binarias) y 12000 restricciones para un horizonte de planeación de veinte años. Fue corrido en un PC, usando GAMS, DICOPT (maneja el problema maestro), CPLEX (programación entera y lineal) y CONOPT (programación no lineal). El modelo para el mercado de ácido sulfúrico también fue corrido en GAMS y CPLEX,

y tiene aproximadamente 2000 variables y 500 restricciones. El proceso iterativo entre los dos modelos fue escrito en GAMS.

El tiempo de resolución depende fuertemente del tamaño del problema y sus parámetros. Se resolvieron cinco problemas usando información real de la operación de las fundiciones, variando los niveles máximos permitidos de emisión a la atmósfera para los contaminantes bajo análisis. Para un horizonte de planeación de diez años los tiempos de resolución fluctuaron entre 1.150 y 11.920 segundos. En estos casos el tamaño del problema fue aproximadamente 3.500 restricciones y 4.000 variables (180 binarias).

El sistema de apoyo a las decisiones descrito en este artículo se ha convertido en una herramienta importante para el proceso de toma de decisiones en la industria del cobre. Aunque el modelo fue concebido originalmente como una herramienta para determinar una política de inversión óptima para el control de la contaminación, también ha sido usado como un sistema de apoyo para diversas decisiones respecto de las fundiciones de cobre y sistemas que se le relacionan (más abajo se mencionan algunos ejemplos). Este amplio abanico de aplicaciones se logra principalmente por su visión integrada de las decisiones operacionales y las de inversión en las fundiciones de cobre estatales. Esta visión integrada permite la evaluación de un conjunto de soluciones factibles, incluyendo alternativas que son de difícil visualización cuando se optimizan las operaciones de cada fundición independientemente.

En lo que sigue, presentaremos varias aplicaciones del sistema de apoyo a las decisiones. En algunas de ellas el modelo se usa en forma periódica mientras en otras fue usado sólo en una oportunidad (la decisión debía tomarse una sola vez).

1. En el momento en que el modelo fue concebido, había un tema importante en la mesa de discusión: la instalación de una planta de ácido sulfúrico para reducir las emisiones de azufre de la fundación Paipote, (existía la posibilidad de comprar una planta de ácido de segunda mano a una fundición privada). Cochilco y Mideplan debían autorizar una inversión de US \$15 millones de dólares, sin embargo había opiniones contrapuestas respecto de si era o no una decisión rentable. Más aun, el Ministerio de Hacienda y el director de presupuesto fueron mas drásticos y pensaron que la mejor decisión era cerrar Paipote. Finalmente todos los grupos involucrados en la decisión concordaron esperar hasta que el modelo estuviese construido para contar con la información adicional de la decisión sugerida por el modelo. Con la información disponible en ese momento, el modelo sugirió continuar las operaciones de Paipote. Producto de ello Paipote continuó sus operaciones y la inversión fue autorizada.

2. El sistema de apoyo de decisiones ha sido usado para estimar el costo de políticas gubernamentales y el impacto de otros factores exógenos, como los cambios en el precio del cobre y la incorporación de nuevas tecnologías de fundición. También ha sido usado por el gobierno para evaluar el impacto económico de distintos estándares ambientales. Por ejemplo, mientras se preparaba el borrador con los nuevos estándares para las emisiones de arsénico, por encargo de la Conama el modelo se usó para evaluar el impacto económico de distintos niveles de emisión

de cada fundición. Desde un punto de vista medioambiental, mientras más baja la cantidad máxima de emisiones de arsénico a la atmósfera permitidas, mejor. Sin embargo, límites superiores más restrictivos para emisiones máximas implican mayores inversiones en plantas de abatimiento de contaminantes. En algunos casos extremos, la operación de las fundiciones podría no ser rentable y tendrían que cerrar.

El modelo demostró que los estándares de emisión propuestos inicialmente por Conama eran muy restrictivos: de aplicarse, muchas fundiciones tendrían que detener sus operaciones. Considerando el compromiso entre impactos ambientales y económicos, se fijó un estándar menos restrictivo.

3. Hasta donde alcanza nuestro conocimiento, nuestro modelo es el primero en incorporar el comportamiento del mercado de ácido sulfúrico. El precio del ácido sulfúrico, que es un componente central para tomar la decisión de cuándo y cómo ubicar una planta de ácido sulfúrico, es determinado endógenamente, en lugar de ser un dato exógeno como en la mayoría de los modelos de este tipo. Pensamos que esta es una contribución importante: nuestra experiencia ha demostrado que hasta los expertos que comercializan ácido sulfúrico no tienen herramientas formales para integrar el mercado y predecir la evolución de su precio y distribución en el país. En términos de producción y distribución local este tipo de resultado es importante para anticipar requerimientos futuros de infraestructura (carreteras, puertos) para apoyar la comercialización del producto.

4. El sistema de apoyo a las decisiones también constituye un aporte importante al resolver problemas de localización de capacidad: la instalación de una nueva fundición ha estado en discusión por un largo tiempo, y hasta hoy no se han logrado acuerdos. Para poder contribuir a una decisión en este tema, nuestro modelo incluye la opción de instalar una nueva fundición cualquier año durante el horizonte de planeación de veinte años. Los resultados que hemos obtenido sugieren que no sería económicamente beneficioso instalar una nueva fundición en este horizonte.

5. Conclusiones

En este artículo hemos desarrollado un sistema de apoyo a las decisiones de inversión y operación para el control de contaminación en la industria del cobre. El sistema consiste en: (i) un problema de programación entera no lineal para describir las operaciones de las fundiciones estatales y (ii) un modelo de flujo en redes para describir el mercado del ácido sulfúrico. Los dos modelos interactúan a través de la información que cada uno recibe del otro, y así el sistema itera hasta que se logra un equilibrio competitivo. Evidencia empírica usando la información tecnológica, económica y ambiental vigente, muestra que se puede lograr un equilibrio en un tiempo computacional razonable. Más aún, el equilibrio es único: distintos puntos de partida han llevado al mismo equilibrio en todos los experimentos llevados a cabo.

Una de las características más nuevas del modelo es que la distribución y el precio de ácido sulfúrico son determinados endógenamente dentro del modelo, en lugar de considerarlo información exógena como en la mayoría de los modelos anteriores que analizan la industria del cobre. La incorporación del mercado del ácido sulfúrico en nuestra formulación es una mejora sustancial sobre trabajos anteriores, considerando que una de las principales fuentes de inversión durante la próxima década tiene relación con la decisión de cuándo y dónde localizar plantas nuevas de ácido sulfúrico.

El sistema descrito en este artículo entrega la primera herramienta formal y analítica para analizar decisiones de inversión en el control de contaminación en la industria del cobre. Creemos que una de las mayores contribuciones del sistema de apoyo a las decisiones es su presente uso en el análisis de políticas ambientales y técnicas, así como el ser capaz de suministrar a los tomadores de decisiones nuevas alternativas de inversión interesantes.

Agradecimientos

Los autores de este artículo agradecen a Cochilco, Conama, Enami y el Ministerio de Minería por el apoyo financiero y técnico en el desarrollo de este trabajo, a Pablo Andalaft por su aporte en la implementación computacional de este trabajo y a Eduardo Engel por sus valiosos comentarios en el desarrollo del modelo del mercado del ácido sulfúrico.

Bibliografía

1. Caldentey R. y Mondschein (1999), "Decision Support System for Pollution Control in the Copper Industry, Including a Model for the Sulfuric Acid Market", Documento de Trabajo, Mayo 1999.
2. Enke S. (1951), "Equilibrium Among Spatially Separated Markets: Solution by Electric Analogue," *Econometrica*, Vol 19, pp. 40-47.
3. Mas-Colell A., Whinston D. y Green J. (1995), "Microeconomic Theory," *Oxford University Press*.
4. Mondschein S. y Schilkrot A. (1997), "Optimal Investment Policies for Pollution Control in the Copper Industry," *Interfaces*, Vol 27, No 6, November-December, pp. 69-87.
5. Samuelson P. (1952), "Spatial Price Equilibrium and Linear Programming," *The American Economic Review*, Vol 42, pp. 283-303.
6. Takayama T. y Judge G. (1964), "Equilibrium Among Spatially Separated Markets: A Reformulation," *Econometrica*, Vol 32, No 4, pp. 510-523.
7. *The Copper Manual*, (1976). Chilean Copper Commission and Chilean National Copper Corporation.