
LOCALIZACIÓN DE RECINTOS PENITENCIARIOS BAJO INCERTIDUMBRE

PATRICIO HERNÁNDEZ^{*}
ANTONIO ALONSO^{**}
LAUREANO ESCUDERO^{***}
MONIQUE GUIGNARD^{****}
VLADIMIR MARIANOV^{*****}
ANDRÉS WEINTRAUB^{*}

Resumen

El problema abordado en este trabajo consiste en la localización de un número determinado de nuevas instalaciones y la determinación de la capacidad y asignación óptima de recursos para cárceles nuevas y existentes, minimizando el costo total del sistema penal. El horizonte de planificación de 20 años, es dividido en 6 períodos de toma de decisiones. Las restricciones incluyen distancias máximas de traslado de procesados, cotas inferiores y superiores para la capacidad de los recintos y la decisión del momento y provincia en que deben construirse nuevas cárceles, entre otras. La incertidumbre es representada en el modelo a través de escenarios probabilísticos de la cantidad de detenidos, procesados y condenados, y el modelo estocástico es resuelto a través de un enfoque que combina Branch and Fix Coordination y Branch and Bound, satisfaciendo las restricciones en todos los escenarios. Son mostrados resultados computacionales en comparación con el modelo determinístico y con la estrategia de Mínimo Arrepentimiento, bajo una situación estática en que las decisiones no pueden ser reconsideradas a través del horizonte y otra dinámica en que se permite la revisión de las decisiones de apertura a medida que avanza el horizonte de planificación.

Palabras Clave: Programación Estocástica, Localización de Instalaciones

^{*}Departamento de Ingeniería Civil Industrial, Universidad de Chile

^{**}Departamento de Estadística e Investigación Operativa, Universidad Rey Juan Carlos, Madrid, España

^{***}Centro de Investigación Operativa, Universidad Miguel Hernández, Alicante, España

^{****}Operations and Information Management Department, The Wharton School, University of Pennsylvania, USA

^{*****}Departamento de Ingeniería Eléctrica, Pontificia Universidad Católica de Chile

1. Introducción

Gendarmería de Chile es la institución encargada de la administración de los recintos penitenciarios en Chile. En el cumplimiento de esta misión, Gendarmería de Chile atiende, en el sistema penitenciario nacional, a detenidos, procesados y condenados, entendiéndose cada una de estas categorías, hasta antes de la implantación de la Reforma Procesal Penal, como sigue:

- Detenidos: inculcados sujetos a detención preventiva.
- Procesados: internos respecto de los cuales se ha dictado auto de procesamiento por el tribunal que instruye la causa criminal.
- Condenados: internos sentenciados a penas aflictivas ya sea en el medio libre o intramuros.

Se distinguen 3 tipos de sistemas a través de los cuales se clasifica la forma en que se cumplen las penas:

- Sistema Cerrado: corresponde a aquellos internos reclusos en los establecimientos penales del país.
- Sistema Semi-Abierto: donde el cumplimiento de la condena se realiza en un Centro de Educación y Trabajo que puede ser de carácter rural (colonias agrícolas) o de carácter urbano (talleres industriales).
- Sistema Abierto: donde el cumplimiento total o parcial de la pena se realiza en el medio libre.

El presente trabajo se remite a los reos en el sistema cerrado.

El país está dividido en 13 regiones y 51 provincias. En términos de la asignación de reclusos a establecimientos penales cada provincia está constituida por la jurisdicción de uno o varios juzgados, dependiendo de su población. En todos los casos, la jurisdicción de un juzgado particular recae totalmente en sólo una provincia.

A fin de tener capacidad para una población incierta de reos, el sistema debe decidir cuáles de las cárceles existentes deben ser ampliadas, cuándo deben producirse dichas ampliaciones y qué capacidad final deben alcanzar. También se debe decidir el tamaño, programación de apertura y localización de nuevos establecimientos.

Con el fin de definir el tamaño futuro de los recintos nuevos y los existentes, se resuelve un problema de asignación de reclusos a cárceles, cuyo

objetivo es minimizar el costo de mantener un sistema penal adecuado, donde se incluyen los costos de apertura y expansión de recintos, sujeto a una serie de restricciones de carácter físico y legal. El sistema diseñado debe ser capaz de satisfacer la demanda de detención en un horizonte de 20 años.

Los reos están segmentados en dos tipos: aquellos detenidos por algunos días o esperando sentencia y los sentenciados. El primer segmento es mantenido en recintos que deben estar lo más cerca posible de sus respectivos juzgados, dado que deben viajar frecuentemente entre sus lugares de detención y los juzgados. Por otro lado, los sentenciados pueden cumplir sus sentencias en prisiones que estén no necesariamente en la misma ciudad o unidad geográfica de su respectivo juzgado, aunque es deseable mantenerlos lo más cerca posible a sus familias.

Otros aspectos considerados son la posibilidad de sobrepoblación controlada de reos, la inclusión de distancias máximas de traslado de estos segmentos, utilización de cotas inferiores y superiores para la capacidad de los recintos, calendarización de apertura y expansión de capacidad a lo largo del horizonte de planificación, y encontrar soluciones que hagan frente a diferentes posibles escenarios de demanda de internos.

En [15] el tratamiento que se dio a la incertidumbre fue a través de un Enfoque de Mínimo Arrepentimiento.

Con este objeto, se resolvió el modelo de localización con las siguientes consideraciones:

1. Se consideran los datos agregados de varios escenarios en un modelo común, simultáneamente. Ello significa que en un único modelo se consideran todas las restricciones y variables, pero repetidas para cada uno de los escenarios posibles.
2. Las únicas variables que no se replican para todos los escenarios son las correspondientes a las aperturas de establecimientos, pues hay un único conjunto de localizaciones, iguales para todos los escenarios, es decir, independiente de la incertidumbre la decisión de apertura debe hacer frente a todas las posibilidades.
3. Se restringe a exactamente diez establecimientos a localizar, de entre las trece provincias candidatas proporcionadas por Gendarmería.
4. Se minimiza el peor (mayor) costo de entre todos los escenarios considerados.

Es en este punto donde el presente trabajo pretende lograr el mayor aporte en la generación de combinaciones de escenarios y en el tratamiento de la incertidumbre con un enfoque alternativo.

Un aspecto fundamental en el modelo es el pronóstico de los parámetros inciertos presentes en la formulación.

Para estimar el desarrollo futuro de población penitenciaria, en un trabajo anterior de Marianov [16] se define un modelo de simulación, basado en el cual se estableció un árbol de 8 escenarios independientes equiprobables, como se muestra en la figura 1.

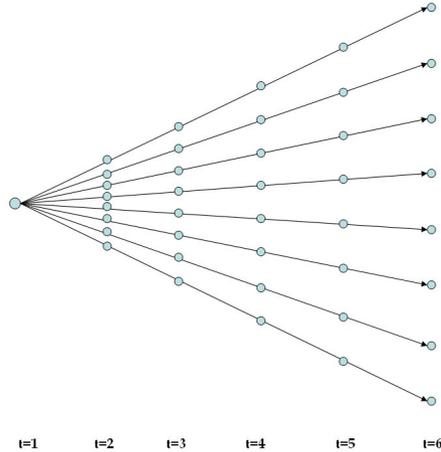


Figura 1: Árbol de 8 Escenarios Independientes

En esta figura cada camino desde la raíz hasta una hoja terminal representa un posible escenario para los parámetros inciertos. Se habla de escenarios independientes, ya que cada una de las ramas del árbol sólo comparten el desarrollo de los mismos parámetros aleatorios en el primer período del horizonte.

A continuación se presentan algunas consideraciones previas al nuevo modelo que se muestra en las secciones posteriores.

1. Las localizaciones de los recintos se refieren a las provincias en las cuales éstos están ubicados, por no disponerse de información para mayor nivel de detalle. Se han considerado sólo trece de las provincias como candidatas a localización de nuevos establecimientos.
2. La capacidad de los establecimientos — existentes más nuevos — de una provincia debe ser suficiente para albergar a todos los detenidos y procesados de esa provincia, más los condenados que se asignan a ella. El modelo permite que se produzca sobrepoblación en cada provincia. Esta es inevitable cuando el número de detenidos más el número de procesados excede la capacidad de los establecimientos de esa provincia (dado que este tipo de reclusos no puede ser trasladado a otras provincias). Además de los detenidos y procesados, la provincia puede recibir condenados,

- ya sea de la misma provincia o de otras. En ese caso, los condenados aumentan la sobrepoblación.
3. La capacidad de los establecimientos de cada provincia no decrece sino que puede crecer dependiendo de las ampliaciones que se produzcan.
 4. Los establecimientos existentes tienen una capacidad actual y una capacidad de ampliación máxima, determinada por Gendarmería. La ampliación de un recinto actual corresponde a un aumento efectivo de la capacidad del recinto y no meramente a un aumento del número de reclusos por celda. Ello significa que si el modelo sugiere aumento de capacidad, debiera en la práctica construirse una ampliación.
 5. Ninguno de los penales existentes se cierra en el horizonte de 20 años. Igualmente, si se abren establecimientos nuevos, éstos permanecen abiertos por todo el resto del horizonte.
 6. Los condenados pueden ser trasladados de provincia, pero hay distancias máximas permitidas de traslado.
 7. El horizonte de planificación de 20 años fue dividido en 6 períodos de toma de decisiones.
 8. Se considera que la decisión de apertura de establecimientos nuevos se debe tomar con 4 años (un período) de anticipación, ya que se debe contar con tiempo suficiente para su construcción dependiendo de la eventualidad del desarrollo de los parámetros inciertos.
 9. Se incluye una restricción relativa a que la decisión de apertura de tres de las diez cárceles nuevas a abrir debe tomarse el primer período, y las restantes en cualquiera de los períodos subsiguientes, excepto en el último período.

2. Programación Estocástica

El problema antes descrito contiene tres conjuntos de parámetros inciertos que serán tratados a través de Programación Estocástica Entera. Los 3 conjuntos son la demanda por capacidad de detenidos, procesados y condenados, por provincia y en cada período.

En [13, 12, 7], entre otros, se han desarrollado métodos para tratar con la incertidumbre en problemas continuos. Sin embargo, la programación estocástica entera con variables 0-1 está aún en su etapa de desarrollo. En

[1, 2, 3, 8, 9, 14, 18, 19] se presentan algunas implementaciones existosas para problemas estocásticos enteros.

En este trabajo modelamos la incertidumbre usando Análisis de Escenarios. Para ilustrar el concepto de Análisis de Escenarios, sea la figura 2 un árbol de escenarios: cada nodo representa un instante en el tiempo donde puede tomarse una decisión. Una vez que la decisión está tomada pueden ocurrir distintas eventualidades. En este ejemplo existen tres posibles eventualidades en el período $t = 2$, y la información relativa a dichas eventualidades está disponible al principio de la etapa siguiente, que en este caso corresponde al periodo de tiempo $t = 3$. Esta información se suele representar por medio de un árbol, donde cada camino de la raíz a las hojas representa un escenario, y se corresponde con una realización de todo el conjunto de parámetros inciertos. Cada nodo en el árbol se asocia con un grupo de escenarios, de forma que dos escenarios pertenecen al mismo grupo en una etapa dada si tienen las mismas realizaciones de los parámetros inciertos hasta dicha etapa.

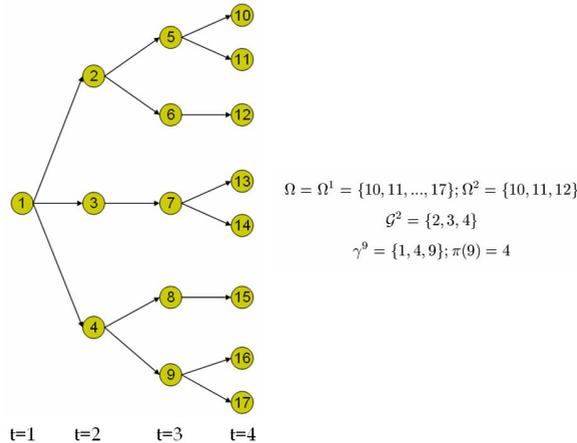


Figura 2: Ejemplo de árbol de escenarios

Sea la siguiente notación relacionada con el árbol de escenarios:

\mathcal{T} , conjunto de etapas en el horizonte de evaluación.

\mathcal{T}_1 , conjunto de etapas, excepto la última.

Ω , conjunto de escenarios (cada escenario es un camino desde el nodo raíz hasta una hoja terminal).

\mathcal{G} , conjunto de grupos de escenarios.

\mathcal{G}^t , conjunto de grupos de escenarios ($\mathcal{G}^t \subseteq \mathcal{G}$) en la etapa t , $t \in \mathcal{T}$.

Ω^g , conjunto de escenarios ($\Omega^g \subseteq \Omega$) en el grupo g , para $g \in \mathcal{G}$.

$\pi(g)$, antecesor inmediato del nodo g , $g \in \mathcal{G}$.

γ^g , conjunto de nodos en el camino de antecesores desde el nodo g al nodo raíz, para $g \in \mathcal{G}$ ($\gamma^g \subset \mathcal{G}$).

$t(g)$, período de tiempo del grupo g .

También debe ser definido w^ω como el peso o probabilidad del escenario ω y $\sum_{\omega \in \Omega} w^\omega = 1$.

Rockafellar y Wets en [17] definieron el principio de no-anticipación, que aplicado a este problema particular establece lo siguiente:

Si 2 diferentes escenarios, ω y ω' , son idénticos hasta la etapa t sobre la base de la información disponible hasta esa etapa, entonces los valores de las variables estratégicas (de apertura de nuevas cárceles) deben ser idénticos hasta la etapa t .

El principio de no-anticipación asegura que la solución del problema en una etapa dada no dependa de la información no disponible hasta dicho momento. Existen diferentes enfoques para resolver este tipo de problemas. Típicamente, para problemas lineales son usadas Descomposiciones Lagrangeanas [11] de Benders [6] y Branch-and-Fix Coordination (BFC) [1, 2, 3].

El algoritmo BFC está diseñado especialmente para coordinar la selección de la variable y el nodo sobre el que ramificar en el árbol Branch and Fix (BF) correspondiente a cada escenario, de forma que las restricciones de no-anticipación, que han sido relajadas, se satisfagan al fijar las variables adecuadas en cero o en uno. El procedimiento también coordina y refuerza la fase de eliminación de nodos activos, así como la fijación de variables y la acotación de la función objetivo del subproblema correspondiente a cada nodo.

En algunos casos, no es necesario relajar las condiciones de no-anticipación para todos los pares de escenarios. El número de escenarios a considerar conjuntamente en un modelo dado depende básicamente de las dimensiones del modelo correspondiente a los escenarios. Un *cluster de escenarios* es un conjunto de escenarios cuyas condiciones de no-anticipación están consideradas explícitamente en el modelo. El criterio para la formación de los clusters $\Omega_1, \dots, \Omega_q$ donde q es el número de *clusters de escenarios*, depende de cada caso. De cualquier forma, nótese que $\Omega_p \cap \Omega_{p'} = \emptyset$, $p, p' \in \{1, \dots, q\}$, $p \neq p'$ y $\Omega = \cup_{p=1, \dots, q} \Omega_p$. Lo anterior significa que cada cluster representa una partición del conjunto de escenarios.

El modelo a considerar para cada cluster de escenarios $p = 1, \dots, q$ puede escribirse utilizando la representación compacta, y se deben incluir sólo las variables y restricciones relativas a los escenarios pertenecientes a cada cluster. En [3] se presenta un procedimiento heurístico para obtener posibles buenas soluciones para el modelo por clusters. En este trabajo se aborda el problema a través de la separación del problema en clusters y se presenta un algoritmo para su resolución.

3. Estrategia Estocástica

Para modelar la incertidumbre, se generaron 108 escenarios basados en el modelo de predicción de población penitenciaria de [15]. La topología del árbol de escenario es mostrado en la figura 3. Las líneas punteadas indican que la estructura de las ramas precedentes se repite. Como se mencionó anteriormente, cada rama desde la raíz hasta uno de los nodos terminales representa una posible realización de los parámetros inciertos a lo largo del horizonte.

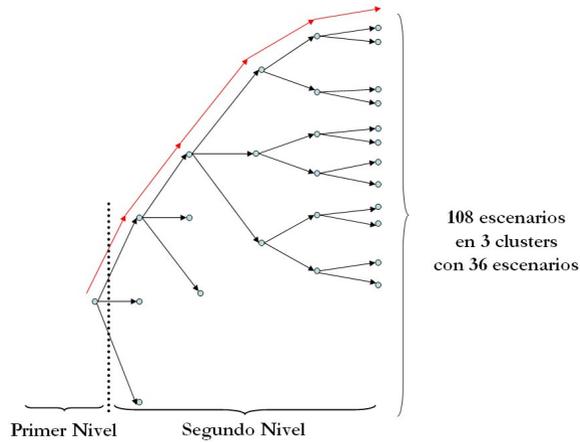


Figura 3: Árbol de Escenarios

El problema es tratado a través de 3 clusters de 36 escenarios utilizando representación compacta. Dada la estructura del árbol presentado en la figura 3 se puede ver que el único nodo compartido por los tres subárboles es el nodo inicial, lo cual implica que una vez que las decisiones del primer período han sido coordinadas, cada cluster se convierte en un subproblema independiente.

A continuación se presenta la representación compacta del modelo de localización de cárceles descrito. La notación utilizada es la introducida en la sección 2.

Nuevos Conjuntos

\mathcal{J} , conjunto de provincias (i, j denotan una provincia dada).

\mathcal{J}_i , subconjunto de provincias próximas a la provincia i , para $i \in \mathcal{J}$.

Parámetros Determinísticos

c_{jt} , costo fijo de apertura de una nueva cárcel en la provincia j en el período t , para $j \in \mathcal{J}, t \in \mathcal{T}$.

\hat{c}_{jt} , costo unitario de ampliación por unidad de población en la provincia j en el período t .

k_{ij}^t , costo unitario de traslado de procesados entre la provincia i y la provincia j en el período t .

s_{jt} , costo unitario de sobrepoblación en la provincia j en el período t .

$capact_j$, capacidad actual en la provincia j .

$cappot_j$, capacidad potencial máxima de cárceles existentes en la provincia j .

\widetilde{cappot}_j , capacidad potencial máxima de cárceles nuevas en la provincia j .

$capini_j$, capacidad inicial mínima de nuevas cárceles en la provincia j .

δ^t , factor de descuento usado en la evaluación en el período t .

p_j , cota superior de la cantidad de cárceles nuevas permitidas por provincia (en nuestro caso, 1).

np , cantidad de nuevas cárceles que deben ser construídas a lo largo del horizonte (en nuestro caso, 10)

$np1$, cantidad de nuevas cárceles cuya decisión de construcción se debe tomar en el período inicial (en nuestro caso, 3)

Parámetros Estocásticos

$dcon_j^g$, demanda de capacidad de condenados en la provincia j , en el período $t(g)$, bajo el grupo de escenarios g .

dpd_j^g , demanda de capacidad de procesados y detenidos en la provincia j , en el período $t(g)$, bajo el grupo de escenarios g .

Variables para cada grupo de escenarios ($g \in \mathcal{G}$)

Con_{ij}^g , número de condenados originados en la provincia i , asignados a recintos de la provincia j , en el período de tiempo $t(g)$.

Ap_j^g , variable 0–1, que es igual a 1 si se abre una nueva cárcel en la provincia j , en el período $t(g)$ y es igual a 0 en caso contrario.

Ab_j^g , contador de cárceles abiertas en la provincia j , hasta el período $t(g)$.

Cap_j^g , capacidad total en recintos existentes en la provincia j , en el período $t(g)$.

$CapN_j^g$, capacidad total en recintos nuevos en la provincia j en el período $t(g)$.

Amp_j^g , volumen (cantidad de personas) de la expansión de capacidad en cárceles existentes en la provincia j , en el período $t(g)$.

$AmpN_j^g$, volumen (cantidad de personas) de la expansión de capacidad en cárceles nuevas en la provincia j , en el período $t(g)$.

S_j^g , volumen (cantidad de personas) de sobrepoblación en la provincia j , en el período $t(g)$.

Modelo Estocástico Compacto

$$\min \sum_{g \in \mathcal{G}} \sum_{j \in \mathcal{J}} w^\omega \delta^{t(g)} (c_{j,t(g)} Ap_j^g + \hat{c}_{j,t(g)} AmpN_j^g) + \quad (1)$$

$$\sum_{g \in \mathcal{G}} \sum_{j \in \mathcal{J}} w^\omega \delta^{t(g)} \hat{c}_{j,t(g)} Amp_j^g + \quad (2)$$

$$\sum_{g \in \mathcal{G}} \sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{j \in \mathcal{J}_i} w^\omega \delta^{t(g)} k_{ij}^{t(g)} Con_{ij}^g + \quad (3)$$

$$\sum_{g \in \mathcal{G}} \sum_{j \in \mathcal{J}} w^\omega \delta^{t(g)} s_{j,t(j)} S_j^g \quad (4)$$

subject to

$$\sum_{j \in \mathcal{J}_i} Con_{ij}^g = dcon_i^g \quad i \in \mathcal{I}, g \in \mathcal{G} \quad (5)$$

$$dpd_j^g + \sum_{i \in \mathcal{I}: j \in \mathcal{J}_i} Con_{ij}^g \leq Cap_j^g + CapN_j^g + S_j^g \quad j \in \mathcal{J}, g \in \mathcal{G} \quad (6)$$

$$Cap_j^g = Cap_j^{\gamma(g)} + Amp_j^g \quad j \in \mathcal{J}, g \in \mathcal{G} \quad (7)$$

$$CapN_j^g = CapN_j^{\gamma(g)} + AmpN_j^g \quad j \in \mathcal{J}, g \in \mathcal{G} \quad (8)$$

$$Cap_j^g \leq cappot_j \quad j \in \mathcal{J}, g \in \mathcal{G} \quad (9)$$

$$capini_j Ab_j^g \leq CapN_j^g \leq \widetilde{cappot}_j Ab_j^g \quad j \in \mathcal{J}, g \in \mathcal{G} \quad (10)$$

$$\sum_{k \in \mathcal{N}^g} Ap_j^k \leq p_j \quad j \in \mathcal{J}, g \in \mathcal{G}^{|T|} \quad (11)$$

$$Ab_j^g = Ab_j^{\gamma(g)} + Ap_j^{\gamma(g)} \quad j \in \mathcal{J}, g \in \mathcal{G} \quad (12)$$

$$\sum_{j \in \mathcal{J}} Ap_j^1 = np1 \quad (13)$$

$$\sum_{k \in \mathcal{N}^g - \{1\}} \sum_{j \in \mathcal{J}} Ap_j^k = np - np1 \quad g \in \mathcal{G}^{|T|} \quad (14)$$

$$Con_{ij}^g, Cap_j^g, CapN_j^g, Amp_j^g, AmpN_j^g, S_j^g, Ab_j^g \geq 0 \quad i \in \mathcal{I}_j, j \in \mathcal{J}, g \in \mathcal{G} \quad (15)$$

$$Ap_j^g \in \{0, 1\} \quad j \in \mathcal{J}, g \in \mathcal{G} \quad (16)$$

En la función objetivo cada uno de los términos representa:

- (1) Costo de instalación y ampliación de nuevos recintos

- (2) Costos de ampliación de recintos existentes
- (3) Costos de traslado
- (4) Penalización por sobrepoblación

Por otro lado, las restricciones representan:

- (5) Asignación de condenados
- (6) Satisfacción de requerimientos de encarcelamiento
- (7,8) Actualización de capacidad de recintos existentes y nuevos, respectivamente.
- (9,10) Acotamiento de capacidad de cárceles existentes y nuevas, respectivamente.
- (11) Acotamiento de nuevas cárceles por provincia
- (12) Actualización del contador de apertura
- (13,14) Cumplimiento con cantidad total de cárceles abiertas en el primer período y en el resto del horizonte.

4. Enfoque de Solución

En este trabajo se desarrolló un algoritmo de solución para el problema presentado que divide el modelo en 3 clusters con 36 escenarios cada uno. Como se mostró en la figura 3, las únicas decisiones compartidas por los 3 clusters son los relativos a la apertura de recintos en el primer período.

El algoritmo, a través de una especialización de BFC, entrega una estrategia para la coordinación de las variables de esta primera etapa. Una vez que las decisiones de la primera etapa han sido coordinadas, se cuenta con una solución factible para la segunda etapa. En esta segunda etapa los restantes períodos se pueden agrupar en 3 submodelos independientes, en los cuales las variables de apertura de primera etapa ya están fijas y coordinadas. El algoritmo también considera criterios de ramificación y elección de variables basados en [3] para realizar una búsqueda acotada en las soluciones factibles de primera etapa.

Los modelos y el algoritmo fueron programados en GAMS 20.7 usando CPLEX 7.5, y Visual Basic, y fueron ejecutados en un PC 2.0 GHz Pentium IV, con 2.0 GB de RAM en ambiente Windows NT 2000.

Dos estrategias alternativas de solución serán analizadas, además, de la solución estocástica. Las dos alternativas son un modelo que resuelve un escenario promedio determinístico y otro de Mínimo Arrepentimiento.

Por otro lado, dos situaciones diferentes en cuanto a la toma de decisiones serán analizadas.

1. Enfoque Estático

Las decisiones tomadas en el período inicial, no se pueden modificar durante el horizonte de planificación.

2. Enfoque Dinámico

Se permite la revisión de las decisiones en el segundo y tercer período del horizonte, de manera de medir la adaptabilidad de los diferentes enfoques con respecto al desarrollo de los parámetros aleatorios. Esta situación representa de mejor manera la problemática real con que se enfrenta un tomador de decisiones, dado que refleja el poder de reacción ante las posibles realizaciones de la incertidumbre.

El cuadro 1 muestra 3 instancias de prueba donde se definen las probabilidades de cada uno de los 3 clústers.

	Instancia 1	Instancia 2	Instancia 3
Cluster 1	0.15	0.33	0.55
Cluster 2	0.30	0.33	0.30
Cluster 3	0.55	0.33	0.15

Cuadro 1: Probabilidades de los clusters en las instancias de prueba

Los escenarios con mayor demanda se presentan en el cluster 1, mientras que en el cluster 2 se encuentran en un nivel intermedio, tomando sus valores más bajos en el cluster 3.

Luego la instancia 1 corresponde al caso en que los peores escenarios¹ tienen la más baja probabilidad. En la instancia 2, todos los clusters son equiprobables, y en la instancia 3 los peores escenarios presentan la mayor probabilidad. Cabe destacar que a pesar de lo anterior, dentro de cada cluster los escenarios se mantienen equiprobables.

Cuando el modelo global compacto presentado fue ejecutado directamente con CPLEX 7.5, se presentó fuera de memoria después de 34 horas de iteraciones de Branch and Bound, con un GAP de 13.83 %. Al utilizar el algoritmo de descomposición propuesto se obtiene la solución en un tiempo del orden de 5 horas, dependiendo del caso de prueba.

¹Denotando por peores escenarios, a aquellos que presenten mayor demanda por capacidad.

5. Resultados de Experimentos Computacionales

El cuadro 2 muestra las dimensiones del modelo por escenario y del modelo estocástico completo en su versión compacta. La notación es como sigue: m , es el número de restricciones; nc , el número de variables continuas; $n01$, el número de variables 0-1; y $dens$, la densidad de la matriz de restricciones.

	Modelo por Escenario	Modelo Compacto
m	1,615	57,907
nc	2,694	90,698
$n01$	130	5,252
$dens(\%)$	0.396	0.017

Cuadro 2: Dimensiones de instancias de prueba

5.1. Resultados Enfoque Estático

En el cuadro 3 se muestra un resumen que permite comparar los resultados de la función objetivo obtenidos por los tres enfoques en cada una de las instancias. El valor mostrado en la columna Dif. %, muestra la diferencia porcentual de la función objetivo de la solución estocástica con respecto a cada una de las otras alternativas. La solución estocástica en todos los casos resulta menor que los otros enfoques, por lo que este porcentaje representa qué tanto por ciento menor es la solución estocástica en comparación con las respectivas alternativas.

Instancia	Estrategia	Valor Función Objetivo	Dif. %
Instancia 1	Estocástico	295.77	-
	Determinístico	364.87	18.9 %
	Mínimo Arrepentimiento	312.85	5.5 %
Instancia 2	Estocástico	300.02	-
	Determinístico	374.66	19.9 %
	Mínimo Arrepentimiento	313.30	4.2 %
Instancia 3	Estocástico	305.85	-
	Determinístico	385.14	20.6 %
	Mínimo Arrepentimiento	313.14	2.4 %

Cuadro 3: Comparación de resultados: Enfoque Estático

5.2. Resultados Enfoque Dinámico

En el cuadro 4 se muestra un resumen que permite comparar los resultados obtenidos por los tres enfoques en cada una de las instancias. En la primera columna se muestran cada uno de los 9 grupos de escenarios, denominados de g1 al g9, que son los analizados en el tercer período del horizonte. Además se muestra la diferencia porcentual de la función objetivo de la solución estocástica con respecto a cada una de las otras alternativas.

GE	F.O. Instancia 1			F.O. Instancia 2			F.O. Instancia 3		
	EST	DET	MAR	EST	DET	MAR	EST	DET	MAR
g1	310.43	445.66	319.57	313.07	439.97	319.57	314.80	439.97	319.57
	-	30.3 %	2.9 %	-	28.8 %	2.0 %	-	28.4 %	1.5 %
g2	302.86	363.14	311.88	303.59	377.45	311.88	304.19	377.45	311.88
	-	16.6 %	2.9 %	-	19.6 %	2.7 %	-	19.4 %	2.5 %
g3	292.38	352.66	301.09	293.16	366.97	301.09	293.72	366.97	301.09
	-	17.1 %	2.9 %	-	20.1 %	2.6 %	-	20.0 %	2.4 %
g4	300.29	425.78	310.29	298.88	424.41	310.29	300.79	424.41	310.29
	-	29.5 %	3.2 %	-	29.6 %	3.7 %	-	29.2 %	3.1 %
g5	292.24	359.75	299.52	292.22	344.38	299.52	291.01	344.38	299.52
	-	18.8 %	2.4 %	-	15.1 %	2.4 %	-	15.5 %	2.8 %
g6	281.75	349.26	288.72	281.71	331.78	288.72	280.52	331.78	288.72
	-	19.3 %	2.4 %	-	15.1 %	2.4 %	-	15.5 %	2.8 %
g7	290.56	399.37	300.95	288.20	426.87	300.95	292.12	426.87	300.95
	-	27.2 %	3.5 %	-	32.5 %	4.2 %	-	31.6 %	2.9 %
g8	277.13	333.35	291.13	275.99	330.74	291.13	275.36	330.74	291.13
	-	16.9 %	4.8 %	-	16.6 %	5.2 %	-	16.7 %	5.4 %
g9	266.63	322.84	280.32	265.48	318.07	280.32	264.86	318.07	280.32
	-	17.4 %	4.9 %	-	16.5 %	5.3 %	-	16.7 %	5.5 %

Cuadro 4: Resultados Enfoque Dinámico (EST: Estocástico, DET: Determinístico, MAR: Mínimo Arrepentimiento)

5.3. Comparación Enfoque Estático y Dinámico

Un punto clave es la comparación de los resultados del Caso Estático versus el Dinámico. Para ello, los gráficos de las figuras 4 y 5, muestran la variación de las diferencias porcentuales entre la estrategia estocástica y las dos alternativas, con respecto a lo ocurrido en el Enfoque Estático versus el Enfoque Dinámico. Estos resultados además se muestran separados por instancia.

En resumen, se tiene lo siguiente:

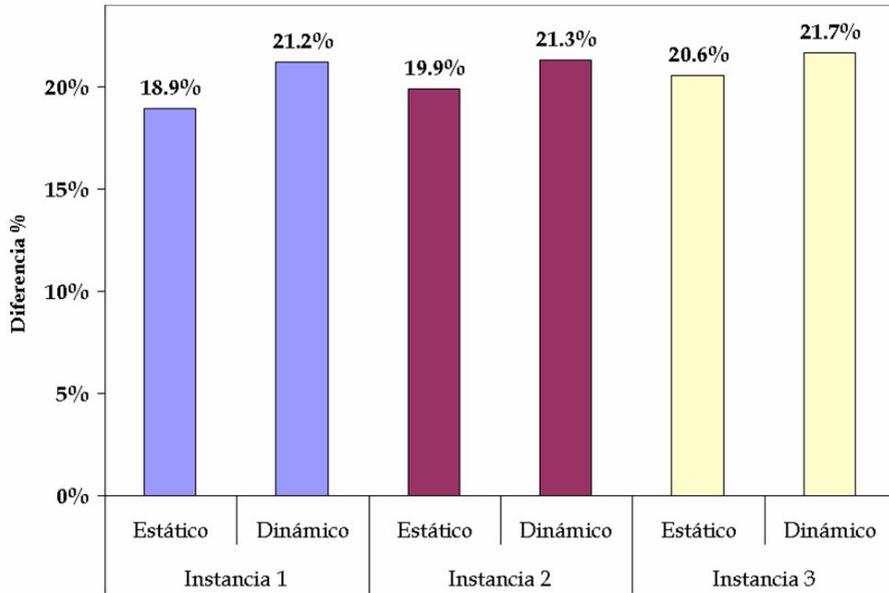


Figura 4: Comparación de % Diferencia, Estático vs. Dinámico: Determinístico

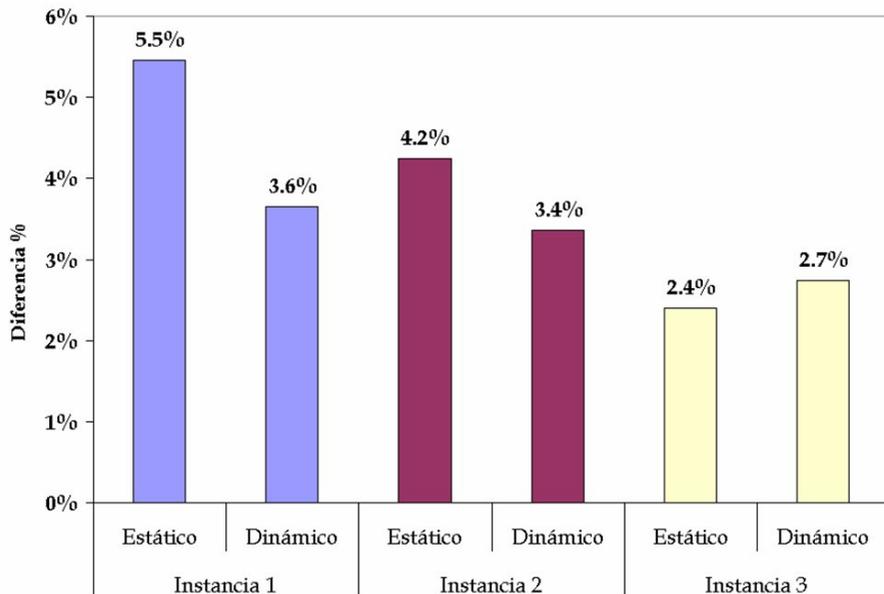


Figura 5: Comparación de % Diferencia, Estático vs. Dinámico: Mínimo Arrepentimiento

- Considerando los resultados de la primera instancia, donde los escenarios con mayor demanda tienen baja probabilidad, la estrategia Estocástica obtiene mejores resultados que la Determinística, aumentando la brecha con respecto al Enfoque Estático en el Enfoque Dinámico. Por otro lado,

contra el enfoque de Mínimo Arrepentimiento, también resulta mejor, sin embargo esta diferencia es menor que en el Enfoque Estático, con lo que se concluye que la solución de Mínimo Arrepentimiento presenta cierto grado de reacción que le permite acortar esta brecha. Esto se ve reforzado por el hecho de que los buenos escenarios tienen alta probabilidad, luego la adaptabilidad que muestre la solución de Mínimo Arrepentimiento para estos escenarios es más valorada en la función objetivo.

- Para la instancia 2 es importante notar que con respecto al Enfoque Estático la brecha con la solución Determinística aumenta, mientras que con respecto a la solución de Mínimo Arrepentimiento la brecha disminuye, mostrando que para esta instancia nuevamente la capacidad de adaptación del Mínimo Arrepentimiento mejora sus resultados al tener la posibilidad de revisar las decisiones.
- Finalmente para la instancia 3 se presentan los mismos resultados que en las demás instancias para el enfoque Determinístico, sin embargo se invierte la tendencia con respecto al Mínimo Arrepentimiento aumentando levemente la brecha de ventaja. Esto se puede explicar por el hecho de que la solución Estática de Mínimo Arrepentimiento ya está diseñada para enfrentar los peores escenarios, en particular el peor, por lo que al tener la posibilidad de adaptar las decisiones, los cambios que se realizan no son relevantes, mas aún cuando en esta instancia los peores escenarios tienen alta probabilidad. No obstante, es importante notar que a pesar de aumentar la brecha, la diferencia sigue siendo del orden del 3% y se mantiene como la más baja dentro de todas las instancias.

6. Conclusiones

En este trabajo se abordó el problema de Localización de Cárceles a través de un enfoque de Programación Estocástica Entera, donde la incertidumbre en la demanda de procesados, detenidos y condenados fue modelada a través de Análisis de Escenarios. La solución del problema no pudo ser obtenida con el estado del arte de los motores de optimización en un tiempo computacional razonable.

Para tratar con este problema se desarrolló un algoritmo basado en una adaptación del algoritmo Branch and Fix Coordination [2], cuyos resultados fueron comparados con los enfoques alternativos: Determinístico y Mínimo Arrepentimiento. Estos enfoques se compararon sobre la base de dos experimentos: uno Estático en que las decisiones se toman el primer período y no se pueden modificar, y otro Dinámico en que se permite reaccionar de acuerdo

al desarrollo de la incertidumbre en dos períodos intermedios del horizonte. El algoritmo resuelve el problema para las instancias de prueba en un tiempo del orden de 5 horas. El algoritmo desarrollado puede ser adaptado a otro tipo de aplicaciones, como también el modelo estocástico de localización de cárceles puede ser extendido a problemas de localización de otro ámbito.

Para la aplicación particular evaluada en este trabajo, la supremacía clara y consistente sobre la solución Determinística, tanto del enfoque Estocástico como el de Mínimo Arrepentimiento, muestra que dicha solución sólo es óptima del escenario promedio que, incluso, puede no existir en la realidad. La implantación de dicha solución en los diversos escenarios entregó resultados inferiores en la función objetivo e, incluso, en algunos casos puede ser infactible en algunos de ellos. En cambio, la solución estocástica contempla todos los escenarios, sin subordinarse a ninguno, de forma que el riesgo de una mala decisión está reflejado en el mismo modelo.

A pesar de que la solución Estocástica resultó con mejor desempeño que la de Mínimo Arrepentimiento, en algunos casos puede ser más recomendable utilizar esta última. Por ejemplo, en problemas en que el rango entre el peor y el mejor escenario no sea demasiado significativo o en los casos en que los malos escenarios tengan altas probabilidades. Por otra parte, el enfoque de Mínimo Arrepentimiento puede dar soluciones sesgadas, de mala calidad, en casos de escenarios muy pesimistas pero de baja probabilidad. Por lo anterior la elección del modelo y algoritmo a usar es dependiente de la situación a modelar y de la aversión al riesgo del tomador de decisiones.

Agradecimientos: Al Núcleo de Ciencias Milenio "Sistemas Complejos de Ingeniería" P04-066-F por el apoyo brindado en la elaboración y financiamiento de este trabajo.

Referencias

- [1] A. Alonso-Ayuso, L.F. Escudero, A. Garín, M.T. Ortuño and G. Perez. An approach for strategic supply chain planning based on stochastic 0-1 programming. *Journal of Global Optimization*, 26:97-124, 2003.
- [2] A. Alonso-Ayuso, L.F. Escudero and M.T. Ortuño. BFC, a Branch-and-Fix Coordination algorithmic framework for solving some types of stochastic pure and mixed 0-1 programs. *European Journal of Operational Research*, 151:503-519, 2003.
- [3] A. Alonso-Ayuso, L.F. Escudero and M.T. Ortuño. On a stochastic sequencing and scheduling problem . *Computers and Operations Research* (to appear) .

- [4] A. Alonso-Ayuso, L.F. Escudero, C. Pizarro, H.E. Romeijn and D. Romero Morales, On solving the multi-period single-sourcing problem under uncertainty. *Computational Management Science*, 3:29-53, 2006.
- [5] M.L. Balinski. *Integer Programming: Methods, Uses and Computation*. *Management Science* 12, 253-313, 1965.
- [6] J.F. Benders. Partitioning procedures for solving mixed variables programming problems. *Numerische Mathematik*, 4:238-252, 1962.
- [7] J.R. Birge and F.V. Louveaux. *Introduction to Stochastic Programming*. Springer, 1997.
- [8] C.C. Caroe and J. Tind. L-shaped decomposition of two-stage stochastic programs with integer recourse. *Mathematical Programming*, 83:461-464, 1998.
- [9] C.C. Caroe and R. Schultz. Dual decomposition in stochastic integer programming. *Operations Research Letters*, 24:37-45, 1999.
- [10] J. Evans and D. Gill. A Study of Local Detention in North Carolina. Report to State Department of Local Affairs, 1970. Also presented to the meeting of Carolina TIMS, 1971.
- [11] M. Guignard, Lagrangean Decomposition and Lagrangean Substitution for Stochastic Integer Programming. Technical note. OPIM Dept., Wharton School, University of Pennsylvania, Philadelphia, USA, 2003.
- [12] J.L. Hight and S. Sen. *Stochastic Decomposition*. Kluwer Academic Publishers, 1996.
- [13] P. Kall and S.W. Wallace. *Stochastic Programming*. John Wiley, 1994.
- [14] G. Laporte and F.V. Louveaux. An integer L-shaped algorithm for the capacitated vehicle routing problem with stochastic demands. *Operations Research*, 50:415-423, 2002.
- [15] V. Marianov and F. Fresard: A procedure for the strategic planning of locations, capacities and districting of jails : Application to Chile. *Journal of the Operational Research Society*, 56:244,251, 2005.
- [16] V. Marianov, P. Marshall and F. Fresard. Location and sizing of jails in Chile. Research Report College of Engineering, Pontificia Universidad Catolica de Chile, December 2002 (spanish)

- [17] R.T. Rockafellar and R.J-B Wets. Scenario and policy aggregation in optimisation under uncertainty. *Mathematics of Operations Research*, 16:119-147, 1991.
- [18] R. Schultz. Stochastic programming with integer variables. *Mathematical Programming, Ser. B* 97:285-309, 2003.
- [19] R. Schultz and S. Tiedemann. Risk aversion via excess probabilities in stochastic programs with mixed-integer recourse. *SIAM Journal on Optimization*, 14:115-138, 2004.

