Programación Matemática Aplicada al Fixture de la Primera División del Fútbol Chileno

Guillermo Durán*
Mario Guajardo*
Jaime Miranda*
Denis Sauré*
Sebastián Souyris*
Andrés Weintraub*
Alejandro Carmash**
Felipe Chaigneau**

Resumen

El campeonato de la primera división del fútbol chileno consta de 20 *equipos que deben enfrentarse todos contra todos a lo largo de* 19 *fechas. La construcción de un fixture para la programación de cada fecha no es una tarea fácil, dado que las múltiples condiciones que necesita satisfacer lo convierten en un problema combinatorial de difícil resolución. Estas condiciones tienen que ver con lograr mayores beneficios económicos para los clubes, establecer mecanismos de equilibrio deportivo, hacer el torneo más atractivo para el público y cumplir con las exigencias de la Asociación Nacional de Fútbol Profesional (ANFP), institución que dirige y organiza el campeonato. En este artículo mostramos cómo se confeccionó el fixture utilizado en el Campeonato Apertura 2005, modelado usando un enfoque de programación matemática entera.*

Palabras Clave: fixture; programación entera, *sports scheduling.*

*Departamento de Ingeniería Industrial, Universidad de Chile.
**Asociación Nacional de Fútbol Profesional, Chile.

1. Introducción

La Asociación Nacional de Fútbol Profesional (ANFP) es la institución que administra, organiza y dirige al fútbol chileno. Dentro de las responsabilidades de esta asociación está la confección del fixture de la Primera División.

En el fútbol chileno se juegan dos campeonatos al año, los cuales son llamados Apertura y Clausura. Cada campeonato se realiza en dos etapas: fase clasificatoria y fase de *playoffs*.

Los 20 equipos de Primera División están divididos en 4 grupos de 5 equipos cada uno, pero a pesar de ello en la fase clasificatoria deben enfrentarse todos contra todos a lo largo de 19 fechas, sumando cada uno sus puntos para su respectivo grupo. Al finalizar esta fase, los dos primeros de cada grupo se clasifican para la fase de *playoffs*, que es donde se define el campeonato.

Un buen fixture puede ser un significativo aporte al campeonato chileno, haciéndolo más rentable para los clubes, más atractivo para el público y deportivamente más equilibrado. Algunos ejemplos pueden ser: aprovechar fechas programadas con pocos días de separación para que un equipo juegue dos partidos de visita consecutivos en zonas cercanas entre sí, pero alejadas de su lugar de origen; elegir lugares turísticos en fechas de verano para partidos atractivos; ubicar los clásicos en fechas apropiadas; intentar que los partidos entre equipos del mismo grupo se jueguen hacia el final del campeonato; conseguir que cada equipo juegue en forma balanceada de local o visita frente a los equipos más poderosos, etc.

Hasta el año 2004 la construcción del fixture se hacía mediante el sorteo de los lugares en una plantilla establecida de antemano, como se hace prácticamente en todos los torneos de fútbol de Sudamérica y Europa. Al analizar los fixtures de campeonatos pasados se observa numerosas deficiencias en su programación, haciendo los torneos menos atractivos para el público, menos rentables para los clubes y desbalanceados deportivamente.

Las deficiencias más notables fueron las siguientes: partidos *clásicos* en fechas inconvenientes; no consideración de la participación de clubes chilenos en competencias internacionales; equipos denominados *chicos* enfrentando siempre de visita en un mismo campeonato a los equipos más poderosos; desbalance en las localías en días miércoles (los clubes prefieren no jugar de local en días de semana, porque la recaudación suele ser menor); no aprovechamiento de lugares turísticos para partidos atractivos; no aprovechamiento de fechas entre-semana para jugar en lugares alejados dos partidos consecutivos, ahorrando un viaje, etc.

A partir de este análisis y teniendo en cuenta el amplio desarrollo que el *sports scheduling* está teniendo a nivel mundial, es que se acordó que el Departamento de Ingeniería Industrial de la Universidad de Chile realizaría el fixture de la Primera División del fútbol chileno con el objetivo final de tener un mejor fixture.

En este trabajo se describe la experiencia puesta en práctica y las técnicas matemáticas utilizadas en la confección del fixture.

La estructura del trabajo es la siguiente: el Capítulo 2 da una visión general del estado del arte mostrando los principales enfoques utilizados en este ámbito; el Capítulo 3 muestra los distintos requerimientos de los clubes; el Capítulo 4 describe la metodología utilizada para la creación del fixture y los resultados obtenidos y, por último, el Capítulo 5 da las principales conclusiones y las líneas para futuros desarrollos.

2. Estado del Arte

La generación de fixtures para campeonatos es un problema difícil de resolver debido a la gran cantidad de requerimientos que se deben satisfacer. En su forma más básica el problema consiste en n equipos (con n par) que deben enfrentarse unos contra otros k veces. Para organizar estos $\frac{n}{2}(n-1)k$ partidos, hay $(n-1)k$ fechas disponibles. En cada una de estas fechas, todos los equipos deben jugar un partido. Entonces, para cada fecha $t = 1, ..., (n-1)k$, hay que determinar qué equipos juegan entre sí y quién juega de local. A este problema se le conoce como *Round Robin Tournament Problem* (RRTP). Si $k = 1$ entonces se trata de un *Single RRTP* y si $k = 2$ se le llama *Double RRTP*. En este último caso el campeonato puede ser espejado (es decir, se mantiene el orden de los partidos invirtiendo las localías) o no espejado.

Henz et al. [17, 19, 20] utilizan diversas técnicas de *Constraint Programming* (*CP*) para resolver este problema, Trick [25] propone una combinación entre Programación Entera y *CP*, Urban y Russell [26] incorporan diferentes funciones objetivos a cumplir, aplicando *goal programming*, de Werra [8, 9, 10] modela el problema con teoría de grafos inspirado en el problema de un liga de basketball. Schaerf [23] utiliza *CP* con una aproximación de dos etapas: la primera, la creación de patrones del torneo y la segunda, un problema de asignación.

Como casos aplicados de estos problemas están los de Della Croce et al. [7] que resuelve el fixture para un torneo de tenis utilizando *Tabu Search*, Nemhauser y Trick [21], para la liga de basketball universitaria de la Conferencia de la Costa Atlántica de Estados Unidos resolviéndolo con una aproximación de tres etapas: en la primera se genera una colección de patrones local/visita, en la segunda se agrupan los patrones en un fixture factible, y en la tercera se asignan los equipos al fixture, todo bajo un esquema de Programación Entera. Luego Henz [18] propone una mejora en la performance de este esquema resolviendo cada una de las etapas con CP.

Entre las variantes de este tipo de problemas se encuentra el diseño de un torneo balanceado, *Balanced tournament design problem* (BTDP), donde hay estadios comunes en que deben ser jugados los encuentros. El BTDP es similar al SRRTP, cada equipo debe jugar contra otro exactamente una sola vez, pero se requiere que los partidos jugados por cada equipo sean igualmente distribuidos entre todos los estadios disponibles. Aggoun y Vazacopoulos [1] resuelven este problema con CP. Anderson en su libro [3] estudia aspectos teóricos del problema y propone métodos constructivos para resolver el problema. Dinitz et al. [11] estudia la complejidad del problema, enumerando la cantidad de torneos posibles para ligas con hasta 10 equipos. Hamiez et al. [15] resuelve el problema para grandes ligas, con hasta 40 equipos, usando *Tabu Search* y en [16] se resuelve el problema usando un algoritmo de mejoramiento para ligas con T equipos, tal que $(T-1)$ no es múltiplo de 3.

Otra variante del problema muy estudiada en la literatura es el de minimizar las distancias viajadas por los equipos. Bean y Birge [4] resolvieron el problema de la NBA de los Estados Unidos, donde las principales restricciones tienen que ver con el tiempo de descanso y la disponibilidad de los estadios. Costa [6] consideró el problema de la minimización de la suma de las distancias viajadas por los equipos en la NHL de los Estados Unidos y lo resolvió con una metaheurística que combina ideas de algoritmos genéticos y *Tabu Search.*

El interés en esta área creció notablemente a partir de la formulación del *Traveling Tournament Problem* (TTP) por parte de Easton et al. [12]. El TTP consiste en diseñar un fixture que minimice las distancias recorridas por los equipos participantes de una liga deportiva norteamericana. Anagnostopoulos et al. [2] proponen una heurística basada en *Simulated Annealing* y Cardemil et al. [5], una heurística basada en *Tabu Search* para resolver el TTP. Easton et al. [13] proponen una combinación entre Programación Entera y CP para encontrar la solución óptima del problema en ligas de hasta 8 equipos. Ribero et al. [22] desarrollan heurísticas para el caso espejado del TTP.

En aplicaciones reales a torneos de fútbol se encuentra la realizada por Schreuder [24] quien mediante teoría de grafos resuelve el problema del campeonato holandés en dos etapas: primero resuelve la minimización del número de patrones con locales o visitas seguidos y luego asigna los equipos.

3. Requerimientos para el problema del fútbol chileno

La literatura de *sports scheduling* muestra diferentes tipos de enfoques de solución ante una gran variedad de requerimientos y objetivos. Nemhauser y Trick [21] analizan la MLB (Major League Baseball) y discuten sus requerimientos (por ejemplo, que cada equipo debe jugar dos veces por semana, o que cada equipo juega 8 veces de local y 8 de visita contra cada uno de los equipos restantes). Ferland y Fleurent [14] analizan la NHL (National Hockey League) y discuten requerimientos como la disponibilidad de estadios, distancias recorridas por los equipos o condiciones como que un equipo no juegue más de dos partidos en tres días.

El campeonato chileno se podría clasificar como un *Double RRTP* si consideramos en conjunto Apertura y Clausura de cada año, o como un *RRTP* si consideramos los torneos por separado (aunque en este último caso, las localías del segundo campeonato quedan fijadas invirtiendo las del primero). En estos torneos cada uno de los 20 equipos juega entonces en 19 ocasiones, 10 veces de local y 9 veces de visita, o viceversa. Esta información nos da la base para la confección del fixture del campeonato.

Junto con estas restricciones generales se incorporan una serie de requerimientos que hacen más compleja la búsqueda de una solución factible. Los requerimientos impuestos se dividen en restricciones duras, que deben cumplirse obligatoriamente, y condiciones blandas, que se espera sean satisfechas para hacer más atractivo y rentable al torneo.

Los requerimientos de los clubes están relacionados con distintos objetivos (intereses económicos, aprovechamiento de lugares turísticos para partidos importantes o evitar muchas visitas seguidas para cada equipo).

También se incorporan al modelo requerimientos específicos sugeridos por la ANFP o por los clubes, como contemplar las fechas de las copas internacionales a fin de programar convenientemente los partidos de los representantes locales; programar algún partido en alguna fecha predeterminada de antemano (como ser, que los finalistas del torneo anterior se enfrenten en la primera fecha para que se suspenda sólo un partido y ambos tengan una semana más de descanso); o, por ejemplo, no hacer jugar a Coquimbo de local contra un equipo grande el día de la fiesta de la Pampilla, porque no habría contingente policial suficiente para cubrir ambos eventos.

Un punto importante es darle el mayor atractivo posible a las fechas del final del campeonato, debido a que en ellas se define la clasificación a los *playoffs* (recordemos que pasan los dos mejores por grupo). Con esa idea se decide privilegiar los encuentros entre los equipos del mismo grupo para el final del campeonato, los que suelen llamarse "partidos de 6 puntos".

Cabe destacar que el calendario, o sea los días en que se juega cada fecha, es fijado de antemano por la ANFP, por lo que es un dato de entrada del problema.

3.1. Restriciones duras

3.1.1. Restricciones de patrones de localías y visitas

Un patrón corresponde a una combinación particular de fechas de local y visita para un club determinado. Por ejemplo, para 4 fechas cualesquiera un patrón podría ser L-L-V-V o también podría ser V-L-V-L. Cabe destacar que en general el segundo patrón es preferido frente al primero, debido a que las localías/visitas seguidas afectan en forma negativa al campeonato tanto por cuestiones económicas como deportivas.

Las restricciones utilizadas en el modelo son:

- Cada equipo juega 10 fechas de local y 9 fechas de visita en el torneo, o viceversa.
- En las fechas 1–2 cada equipo juega una vez de local y una vez de visita. Esta condición también es impuesta para las fechas $16-17$ y $18-19$.
- Cada equipo juega una vez de local y una vez de visita contra los equipos "populares"[1] del campeonato.
- Ningún equipo puede jugar más de dos fechas consecutivas de local ni de visita.
- En cinco fechas consecutivas un equipo no puede jugar cuatro como local.
- Cada equipo no puede jugar en más de una oportunidad dos fechas seguidas como visita durante el campeonato.

3.1.2. Restricciones sobre los equipos

Otro conjunto de requerimientos son los asociados a las características propias de cada equipo, debido a su importancia dentro del campeonato y popularidad. Las restricciones utilizadas son:

- Si un equipo juega de local contra Colo Colo, deberá jugar como visita contra la Universidad de Chile, y viceversa. El mismo criterio será usado para los encuentros con la Universidad Católica y Cobreloa.

[1] Universidad de Chile y Colo Colo

- Los partidos entre Colo Colo, Universidad de Chile y Universidad Católica son llamados "clásicos" debido a que son rivales históricos dentro del fútbol chileno. Estos encuentros se jugarán entre las fechas 8 y 17, ya que la idea es no disputarlos al principio del campeonato donde el público aún no entra en clima, ni al final, donde quizás ya no tienen tanta trascendencia.
- Los tres equipos grandes[2] juegan un clásico de local y un clásico de visita.
- No se puede jugar en fechas consecutivas contra los equipos "populares".
- No se puede jugar en tres fechas consecutivas contra tres de los cuatro equipos "fuertes".[3]

3.1.3. Restricciones geográficas

Las características geográficas y demográficas de Chile hacen necesario considerar los efectos de las distancias y de las zonas con alta afluencia de público en algunas épocas del año. Por ejemplo, deseamos evitar viajes seguidos demasiado largos o aprovechar un partido atractivo usando una localía de alguna zona turística importante en época estival.

Las restricciones utilizadas en el modelo son:

- En cada fecha no pueden haber más de 4 encuentros en Santiago (hay 6 equipos[4] que residen en esta ciudad).
- Se creó un subconjunto de pares de equipos llamados "cruzados"[5]. Los equipos que integran un mismo par de cruzados cumplen la restricción de que cuando uno de ellos es local, el otro deberá ser visita para una fecha en particular, y viceversa. Este criterio apunta a que los equipos en un mismo par de cruzados pertenecen a una misma zona geográfica e incluso a veces comparten el mismo estadio.
- Aprovechamiento de los lugares turísticos para fechas de alta convocatoria de público. Esta condición implica que los equipos de Viña, Valparaíso, Coquimbo y La Serena deberán jugar al menos una vez de local con los 3 equipos "grandes" del país en los meses de enero o febrero. Cabe destacar que un equipo "popular" no puede jugar en la misma semana con equipos de la misma región turística.

[2] Colo Colo, Universidad de Chile y Universidad Católica

[3] Colo Colo, Universidad de Chile, Universidad Católica y Cobreloa

[4] Universidad de Chile, Colo Colo, Universidad Católica, Unión Española, Audax Italiano, Palestino

[5] Colo Colo-Universidad de Chile; Coquimbo Unido-La Serena; Everton-Wanderers; Universidad de Concepción-Deportes Concepción

- Un equipo de la zona centro del país no puede jugar de visita en partidos consecutivos domingo-miércoles o miércoles-domingo, uno en la zona norte y otro en la zona sur. El objetivo es no realizar viajes largos consecutivos para evitar el desgaste de los jugadores.

3.2. Condiciones blandas

Se imponen dos condiciones blandas: en un caso, para disminuir costos operativos y en el otro, para tener partidos atractivos hacia el final del torneo, con la intención de aumentar las recaudaciones e incentivar el interés del público por el campeonato.

- A lo largo del torneo debe haber aprovechamientos de viajes en visitas a lugares alejados, involucrando las fechas de los miércoles. Esto significa que un equipo juegue dos partidos consecutivos de visita en lugares alejados de su ciudad y cercanos entre sí, a fin de ahorrarse un viaje en el campeonato.
- Privilegiar los encuentros entre los equipos del mismo grupo en las fechas finales del campeonato.

4. Metodología y resultados del modelo

El problema de hallar un fixture para el campeonato puede clasificarse como un problema de factibilidad, puesto que buscamos una asignación de partidos que cumpla con todos los requerimientos impuestos. En este contexto, nuestro primer paso para confeccionar este fixture consiste en lograr una representación matemática del mismo y, posteriormente, de los requerimientos impuestos, de forma de testear rápidamente la factibilidad de un potencial fixture.

En este contexto consideremos la siguiente variable de decisión:

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{si el equipo } i \text{ juega de local contra el equipo } j \text{ en la fecha } k \\ 0 & \qquad\qquad\qquad\qquad \sim \end{cases}$$

Cualquier fixture puede ser representado mediante estas variables, y lo que es más importante, dados los valores para estas variables podemos corroborar si se trata o no de un fixture factible. Para esto debemos representar matemáticamente cada una de las restricciones listadas en la sección anterior. Considerando tan sólo la familia de variables x podemos representar las siguientes restricciones:

1. Cada equipo juega contra cada uno de los otros equipos exactamente una vez:

$$\sum_k [x_{ijk} + x_{jik}] = 1 \qquad \forall\, i, j \quad i \neq j \tag{1}$$

2. En cada fecha los equipos juegan ya sea de local o de visita:

$$\sum_{j \neq i} [x_{ijk} + x_{jik}] = 1 \qquad \forall\, i,\, k \tag{2}$$

3. De las 19 fechas, cada equipo juega al menos 9 de local:

$$\sum_{j \neq i} \sum_k x_{ijk} \geq 9 \qquad \forall\, i \tag{3}$$

4. Ningún equipo puede jugar más de dos fechas consecutivas de local:

$$\sum_{j \neq i} \left[x_{ij(k-1)} + x_{ijk} + x_{ij(k+1)}\right] \leq 2 \qquad \forall\, i, \;\; 1 < k < 19 \tag{4}$$

5. Ningún equipo puede jugar más de dos fechas consecutivas de visita:

$$\sum_{j \neq i} \left[x_{ji(k-1)} + x_{jik} + x_{ji(k+1)}\right] \leq 2 \qquad \forall\, i, \;\; 1 < k < 19 \tag{5}$$

6. Ningún equipo puede jugar más de tres partidos como local en cinco fechas consecutivas:

$$\sum_{j \neq i} \left[x_{ij(k-2)} + x_{ij(k-1)} + x_{ijk} + x_{ij(k+1)} + x_{ij(k+2)}\right] \leq 3 \qquad \forall\, i, \;\; 2 < k < 18 \tag{6}$$

Para plantear requerimientos adicionales necesitamos primero definir una serie de conjuntos:

$g(i)$: equipos "grandes"
$a(k)$: fechas de ajuste (1, 16 y 18)
$cr(i,j)$: pares de equipos que deben jugar cruzados
$cl(i,j)$: encuentros considerados clásicos
$ex(i,j)$: equipos "excluyentes"
$st(i)$: equipos que juegan de local en Santiago
$fr(i)$: equipos "fuertes"
$m(k)$: fechas jugadas a mitad de la semana
$p(i)$: equipos "populares"

Con estos conjuntos podemos definir los siguientes requerimientos:

7. Equipos que deben jugar cruzados: Si el equipo i juega de local en la fecha k, el equipo j debe hacerlo de visita (y viceversa).

$$\sum_{h \neq i \neq j} [x_{ihk} + x_{jhk}] = \sum_{h \neq i \neq j} [x_{hik} + x_{hjk}] \qquad \forall\ cr(i,j),\ k \tag{7}$$

8. Equipos excluyentes: Si el equipo h juega de local contra el equipo i, deberá jugar de visita contra el equipo j (y viceversa):

$$\sum_{k} [x_{hik} + x_{hjk}] = 1 \qquad \forall\, h \neq i \neq j,\ ex(i,j) \tag{8}$$

9. Los clásicos se juegan entre la fecha 8 y la 17:

$$\sum_{cl(i,j)} \sum_{(8>k \vee k>17)} x_{ijk} = 0 \tag{9}$$

10. Cada equipo grande juega exactamente un clásico de local:

$$\sum_{k} [x_{hik} + x_{jik}] = \sum_{k} [x_{hjk} + x_{ijk}] \qquad \begin{array}{lcl} h & = & \text{U. Católica} \\ i & = & \text{Colo-Colo} \\ j & = & \text{U. de Chile} \end{array} \tag{10}$$

11. En cada fecha no se puede jugar más de 4 partidos en Santiago:

$$\sum_{i \in st} \sum_{j \neq i} x_{ijk} \leq 4 \qquad \forall\, k \tag{11}$$

12. Para cada fecha de ajuste, cada equipo debe jugar de local o en esa fecha o en la siguiente:

$$\sum_{j \neq i} \left[x_{ijk} + x_{ij(k+1)}\right] = 1 \qquad \forall\, i,\ k \in\ a \tag{12}$$

13. Distancia mínima entre partidos versus equipos populares:

$$\sum_{j \in p\,, j \neq i} \left[x_{ijk} + x_{jik} + x_{ij(k+1)} + x_{ji(k+1)}\right] \leq 1 \qquad \forall\, i,\ k < 19 \tag{13}$$

14. Distancia mínima entre partidos versus equipos fuertes:

$$\sum_{j \in fr\,, j \neq i} \left[x_{ijk} + x_{jik} + x_{ij(k+1)} + x_{ji(k+1)} + x_{ij(k+2)} + x_{ji(k+2)}\right] \leq 2 \qquad \forall\, i,\ k < 18 \tag{14}$$

Para modelar los requerimientos referentes a los partidos ante equipos populares a jugarse durante el verano, debemos definir previamente los siguientes conjuntos:

$$
\begin{array}{rcl}
r & : & \text{regiones turísticas} \\
t(i) & : & \text{equipos pertenecientes a regiones turísticas} \\
f(k) & : & \text{fechas de verano} \\
m(k) & : & \text{fechas jugadas a mitad de la semana} \\
rt(r,t) & : & \text{relación entre regiones y equipos turísticos}
\end{array}
$$

Así, los requerimientos planteados en la sección anterior pueden escribirse de la siguiente forma:

15. Los equipos turísticos juegan por lo menos una vez con algún equipo grande durante las fechas turísticas:

$$\sum_{k \in f} \sum_{j \in g, j \neq i} x_{ijk} \geq 1 \qquad \forall\, i \in t \tag{15}$$

16. Ningún equipo grande juega en la misma semana dos veces en una misma region turística.

$$\sum_{i \in t\,, i \in\, rt(r,i)\,, i \neq j} [x_{ij(k-1)} + 2 \cdot x_{ijk} + x_{ij(k+1)}] \leq 2 \qquad \forall\, j \in g,\; r,\; k \in m \tag{16}$$

Consideremos ahora el requerimiento referente a que cada equipo no puede jugar dos partidos consecutivos como visita en más de una ocasión. A priori no es tan directo representar esta restricción usando sólo la familia de variables x . Por esto, declaramos una nueva variable de decisión.

Sea:

$$y_{ik} \quad = \quad \begin{cases} 1 & \text{si el equipo } i \text{ juega la fecha } k \text{ y la } k+1 \text{ de visita} \\ 0 & \qquad\qquad\qquad\qquad \sim \end{cases}$$

Con esta variable podemos representar más fácilmente el requerimiento en cuestión:

17. Cada equipo juega a lo más una vez dos partidos de visita consecutivos.

$$\sum_{k<19} y_{i,k} \leq 1 \qquad \forall\, i \tag{17}$$

Sin embargo, debemos establecer explícitamente la relación entre las variables x y las variables y.

18. Cálculo de la variable y:

$$\sum_{j \neq i}[x_{ijk} + x_{ij(k+1)}] \leq 1 + y_{ik} \qquad \forall\, i,\, k < 19 \tag{18}$$

En el mismo contexto, consideremos que los equipos cuando juegan dos partidos consecutivos de visita, preferirán que los lugares a visitar se encuentren relativamente cercanos, sobre todo si se trata de fechas a mitad de semana. Para incorporar esta preferencia debemos aportar más información a nuestra formulación. Consideremos los siguientes conjuntos:

$$\begin{aligned} c \ &: \ \text{zonas (agrupaciones geográficas de equipos)} \\ ci(c,i) \ &: \ \text{relación entre zonas y equipos} \end{aligned}$$

Con estos conjuntos podemos modelar las siguientes restricciones geográficas:

19. Evitar partidos “malos”(equipos de zona centro jugando de visita a mitad de semana en el norte (sur) y jugando la fecha anterior o posterior en el sur (norte)):

$$\sum_{j\,\in\, ci(Sur,j) \neq i} \left[x_{ji(k+1)} + x_{ji(k-1)}\right] + \sum_{h\,\in\, ci(Norte,h) \neq i} 2{\cdot}x_{hik} \leq 2 \qquad \begin{matrix} \forall\, i \in ci(Centro, i) \\ \forall\, k \in m \end{matrix} \tag{19}$$

$$\sum_{j\,\in\, ci(Norte,j) \neq i} \left[x_{ji(k+1)} + x_{ji(k-1)}\right] + \sum_{h\,\in\, ci(Sur,h) \neq i} 2{\cdot}x_{hik} \leq 2 \qquad \begin{matrix} \forall\, i \in ci(Centro, i) \\ \forall\, k \in m \end{matrix} \tag{20}$$

Ahora podemos plantear el problema de encontrar un fixture factible y resolverlo utilizando técnicas de programación lineal entera. En este contexto, debemos presentar una función objetivo que dirija la búsqueda de las soluciones, para lo cual consideramos una de las condiciones blandas. Planteamos un fixture que contenga la mayor cantidad de viajes de equipos que jueguen en forma consecutiva partidos de visita en regiones apartadas de su lugar de localía. Para esto se introdujo una nueva variable que indica precisamente cuando ocurre esta particularidad.

$$w_{cik} = \begin{cases} 1 & \text{Equipo i (del centro) juega fecha k y una adyacente de visita} \\ & \text{frente a equipos de zona c} \\ 1 & \text{Equipo i de la zona c (no del centro) juega fecha k y una} \\ & \text{adyacente de visita frente a equipos de otras zonas} \\ 0 & \sim \end{cases} \tag{21}$$

Debemos incorporar restricciones que ligen estas variables al contexto del problema:

20. Cálculo de variables w (partidos consecutivos de visita de un equipo del centro contra equipos de una misma región):

$$\sum_{j \neq i \vee j \in ci(c,j)} [x_{ji(k+1)} + 2 \cdot x_{jik} + x_{ji(k-1)}] \geq 3 \cdot w_{cik} \qquad \begin{array}{r} \forall\, k \in m \\ \forall\, c \neq centro \\ \forall\, i \in ci(i, centro) \end{array} \tag{22}$$

21. Cálculo de variables w (partidos de visita consecutivos de equipos del sur fuera del sur, o del norte fuera del norte):

$$\sum_{j \neq i \vee j \,\overline{\in}\, ci(c,j)} [x_{ji(k+1)} + 2 \cdot x_{jik} + x_{ji(k-1)}] \geq 3 \cdot w_{cik} \qquad \begin{array}{r} \forall\, k \in m \\ \forall\, c \neq centro \\ \forall\, i \in ci(i, c) \end{array} \tag{23}$$

De esta forma, y en primera instancia, resolvimos el problema considerando la siguiente función objetivo:

$$\max \sum_{k \in m} \sum_{c \neq centro} \sum_{i} w_{cik} \tag{24}$$

El modelo tiene alrededor de 8000 variables y 3000 restricciones. Utilizando un PC con procesador Pentium 4 de 2.4 Ghz se pudo encontrar un fixture factible con 3 ocurrencias para viajes "buenos". El tiempo necesario para encontrar una solución inicial fue alrededor de 2 horas. Sin embargo, la optimización demoraba muchas horas, por lo que el procedimiento fue detenido cuando se encontró la solución con función objetivo igual a 3 (consideremos que el máximo número de aprovechamientos posible es 5, dado que el calendario del torneo Apertura 2005 solamente contaba con una fecha a mitad de semana).

Con esta solución dimos por superada la etapa de "factibilidad" del modelo, y nos preocupamos de elaborar algún criterio de bondad para los fixtures a confeccionar. Allí consideramos la segunda condición blanda: se privilegiaría a los fixtures que concentraran partidos entre equipos pertenecientes a un mismo grupo clasificatorio al final de la fase regular del torneo. Para formular esta función objetivo fue necesario considerar los siguientes conjuntos.

$$\begin{aligned} e &: \text{ grupos} \\ ei(e,i) &: \text{ relación entre grupos y equipos} \end{aligned}$$

Así, la función objetivo utilizada fue la siguiente:

$$\text{máx}\left\{\sum_{e}\sum_{i\,\in\,ei(e,i)}\sum_{j\,\in\,ei(e,j)\neq i} k\cdot x_{jik}\right\} \tag{25}$$

Junto con cambiar la función objetivo se incorporó como restricción el mantener o mejorar el número de aprovechamientos de viajes obtenido en la solución incumbente, es decir impusimos la siguiente restricción:

$$\sum_{k\in m}\sum_{c\neq centro}\sum_{i} w_{cik} \geq 3 \tag{26}$$

Al igual que el modelo con la función objetivo original, el modelo resultante fue de muy difícil resolución, en el sentido que los tiempos de ejecución fueron inmanejables.

Con esto en mente decidimos utilizar el siguiente procedimiento: utilizar el modelo original para encontrar fixtures factibles y luego considerar esos fixtures factibles como solución inicial para el modelo que incorpora partidos entre equipos del mismo grupo clasificatorio, pero fijando los patrones de localías de acuerdo a esta solución inicial. Esto es, si un equipo comienza jugando de local, después juega de visita, etc., la nueva solución debía mantener invariante esa secuencia de localías y visitas. Buscábamos con esta metodología un óptimo en el "vecindario"de la solución inicial (es decir, un óptimo local).

Con esta modificación el modelo disminuyó considerablemente su complejidad y fuimos capaces de resolverlo en tan sólo 20 segundos. Sin embargo, la calidad de la solución está supeditada a la calidad de la solución original. Dado que los tiempos de resolución ahora eran razonables, tan sólo se necesitó realizar algunas pruebas para encontrar un fixture que concentraba efectivamente los partidos entre grupos al final del torneo. Así encontramos una solución en que en las últimas tres fechas se jugaba el máximo número factible de partidos entre equipos del mismo grupo (ocho partidos por fecha, dos por cada grupo).

Finalmente, se realizaron ejercicios similares considerando requerimientos específicos de la ANFP para algunas fechas y algunos equipos (por ejemplo, no colocar a los equipos que disputaban la Copa Libertadores de visita lejos de Santiago cerca de las fechas de la Copa, o enfrentar a Cobreloa y Unión Española en la primera fecha, dado que la escasa distancia entre la finalización del Torneo Clausura 2004, donde ambos fueron finalistas, y el inicio del Torneo Apertura 2005 hacía bastante probable que ambos equipos quisiesen aplazar sus encuentros).

El fixture del torneo Apertura (que puede verse en la Figura 1) se confeccionó utilizando esta metodología de trabajo. Tras un par de iteraciones, en donde aparecieron nuevos requerimientos especiales, y se le fueron presentando diferentes alternativas de fixtures a la ANFP, se logró dar con el fixture final. Esta propuesta fue presentada al Consejo de Presidentes de la asociación, donde fue aprobado como el fixture oficial del Torneo de Apertura 2005 del Fútbol Profesional Chileno.

5. Conclusiones

Tal cual se hace en las principales ligas deportivas de los Estados Unidos, el fixture del Campeonato Apertura 2005 del Torneo de Primera División del fútbol chileno fue diseñado utilizando un enfoque de Programación Matemática. Este diseño ha servido como una excelente herramienta que comprueba que el uso de tecnologías modernas pueden ser efectivas también en el campo del deporte para hacer campeonatos más atractivos para el público, y más rentables y justos para los clubes y la Asociación. Como muestra de los resultados, cabe mencionar por ejemplo, que en el torneo Clausura 2004 el clásico entre la Universidad de Chile y Colo-Colo se jugó en la primer fecha y tuvo una concurrencia de 10.000 personas, mientras que en el Apertura 2005 se disputó por la mitad del torneo y asistieron más de 40.000 espectadores.

Se ha establecido un acuerdo a mediano plazo de modo que el grupo de Gestión de Operaciones del Departamento de Ingeniería Industrial de la Universidad de Chile se haga cargo de la confección de los fixtures de la ANFP en los próximos años, incluyendo no sólo los campeonatos de Primera División sino también el de Promoción (torneo que juegan la mayoría de los equipos de Primera con sus futbolistas reservas). Incluso se podría ampliar la propuesta al certamen de Segunda División. Al momento de la presentación de este artículo

Equipos/Fechas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
UCH	@EVRT	SFLP	@CQMB	PLTN	@PMNTT	CONCE	@CBLOA	WDRS	@HCH	AUDAX
COLO	PMNTT	@WDRS	CBSAL	@AUDAX	UDC	@LSRN	EVRT	@TMC	CBLOA	@CATO
CBLOA	@UE	PLTN	@HCH	@UDC	TMC	@MLPLL	UCH	RNGS	@COLO	CONCE
UDC	AUDAX	@LSRN	@EVRT	CBLOA	@COLO	SFLP	@CQMB	HCH	@RNGS	UE
CATO	MLPLL	@PMNTT	@TMC	UE	@CONCE	WDRS	@SFLP	AUDAX	@LSRN	COLO
AUDAX	@UDC	EVRT	@UE	COLO	@CQMB	PLTN	@RNGS	@CATO	TMC	@UCH
WDRS	@SFLP	COLO	@CONCE	EVRT	CBSAL	@CATO	TMC	@UCH	MLPLL	@PMNTT
HCH	LSRN	@CONCE	CBLOA	@TMC	@PLTN	RNGS	CBSAL	@UDC	UCH	@EVRT
UE	CBLOA	@RNGS	AUDAX	@CATO	EVRT	@CBSAL	LSRN	@MLPLL	CQMB	@UDC
CQMB	CONCE	@CBSAL	UCH	@MLPLL	AUDAX	@TMC	UDC	@EVRT	@UE	SFLP
TMC	CBSAL	@MLPLL	CATO	HCH	@CBLOA	CQMB	@WDRS	COLO	@AUDAX	RNGS
EVRT	UCH	@AUDAX	UDC	@WDRS	@UE	PMNTT	@COLO	CQMB	@SFLP	HCH
PMNTT	@COLO	CATO	MLPLL	@CBSAL	UCH	@EVRT	@PLTN	SFLP	@CONCE	WDRS
SFLP	WDRS	@UCH	@PLTN	RNGS	LSRN	@UDC	CATO	@PMNTT	EVRT	@CQMB
LSRN	@HCH	UDC	@RNGS	CONCE	@SFLP	COLO	@UE	PLTN	CATO	@CBSAL
RNGS	@PLTN	UE	LSRN	@SFLP	MLPLL	@HCH	AUDAX	@CBLOA	UDC	@TMC
PLTN	RNGS	@CBLOA	SFLP	@UCH	HCH	@AUDAX	PMNTT	@LSRN	CBSAL	@MLPLL
CBSAL	@TMC	CQMB	@COLO	PMNTT	@WDRS	UE	@HCH	CONCE	@PLTN	LSRN
CONCE	@CQMB	HCH	WDRS	@LSRN	CATO	@UCH	MLPLL	@CBSAL	PMNTT	@CBLOA
MLPLL	@CATO	TMC	@PMNTT	CQMB	@RNGS	CBLOA	@CONCE	UE	@WDRS	PLTN

Equipos/Fechas	11	12	13	14	15	16	17	18	19
UCH	@UE	@COLO	LSRN	@MLPLL	CATO	TMC	@UDC	RNGS	@CBSAL
COLO	CQMB	UCH	@PLTN	UE	@RNGS	@CONCE	HCH	@SFLP	MLPLL
CBLOA	@AUDAX	SFLP	@EVRT	CQMB	CBSAL	@CATO	LSRN	@WDRS	PMNTT
UDC	MLPLL	@CBSAL	TMC	@CATO	PMNTT	@WDRS	UCH	@CONCE	PLTN
CATO	@PLTN	HCH	@CQMB	UDC	@UCH	CBLOA	@CBSAL	EVRT	@RNGS
AUDAX	CBLOA	@CONCE	CBSAL	@LSRN	MLPLL	@PMNTT	WDRS	@HCH	SFLP
WDRS	@LSRN	PLTN	@RNGS	HCH	@UE	UDC	@AUDAX	CBLOA	@CQMB
HCH	PMNTT	@CATO	MLPLL	@WDRS	SFLP	CQMB	@COLO	AUDAX	@UE
UE	UCH	@TMC	PMNTT	@COLO	WDRS	@SFLP	CONCE	@PLTN	HCH
CQMB	@COLO	RNGS	CATO	@CBLOA	PLTN	@HCH	PMNTT	@LSRN	WDRS
TMC	@EVRT	UE	@UDC	@SFLP	LSRN	@UCH	PLTN	@PMNTT	CONCE
EVRT	TMC	@MLPLL	CBLOA	@CBSAL	CONCE	@PLTN	RNGS	@CATO	LSRN
PMNTT	@HCH	LSRN	@UE	RNGS	@UDC	AUDAX	@CQMB	TMC	@CBLOA
SFLP	CBSAL	@CBLOA	CONCE	TMC	@HCH	UE	@MLPLL	COLO	@AUDAX
LSRN	WDRS	@PMNTT	@UCH	AUDAX	@TMC	MLPLL	@CBLOA	CQMB	@EVRT
RNGS	CONCE	@CQMB	WDRS	@PMNTT	COLO	CBSAL	@EVRT	@UCH	CATO
PLTN	CATO	@WDRS	COLO	@CONCE	@CQMB	EVRT	@TMC	UE	@UDC
CBSAL	@SFLP	UDC	@AUDAX	EVRT	@CBLOA	@RNGS	CATO	@MLPLL	UCH
CONCE	@RNGS	AUDAX	@SFLP	PLTN	@EVRT	COLO	@UE	UDC	@TMC
MLPLL	@UDC	EVRT	@HCH	UCH	@AUDAX	@LSRN	SFLP	CBSAL	@COLO

Figura 1: Fixture del Campeonato Apertura 2005. En gris, se presentan los partidos entre equipos de un mismo grupo. Se observa que están mayoritariamente concentrados hacia el final del torneo.

se acaba de aprobar un nuevo fixture para el torneo Clausura 2005, utilizando condiciones y requerimientos similares al problema planteado en este trabajo. Como partidos “atractivos” a considerar para ser programados en las últimas fechas del Clausura fueron incorporados también los partidos entre equipos que a priori pelean por la permanencia en la categoría principal del fútbol chileno. Es importante destacar que para el Torneo Clausura teníamos todas las localías de los partidos fijadas de antemano (invirtiendo las del Apertura). Eso le daba menos margen de maniobra al modelo y dificultó su resolución, por lo que estamos pensando para el fixture del 2006 quizás analizar ambos campeonatos juntos a principios de temporada.

Una variante que se ha pensado para los próximos fixtures a desarrollar es la posibilidad de agregar un grado mayor de aleatorización al fixture propuesto. Diremos que dos equipos son “mellizos”si cumplen el mismo rol en cada una de las restricciones fijadas y en la función objetivo del problema. Esta característica implica que se podría sortear un fixture final a partir de una propuesta dada por el modelo, intercambiando a dos equipos "mellizos", de modo que se sigan cumpliendo todos los requerimientos solicitados y la función objetivo del problema no cambie su valor.

Desde el punto de vista académico se abren también nuevas perspectivas y desafíos algorítmicos en relación a este problema. Uno de los posibles intentos pasa por intensificar un enfoque de *Constraint Programmimg* (CP) en paralelo al enfoque de Programación Entera, dado que CP ha demostrado ser de suma utilidad en problemas de estas características a fin de encontrar rápidamente buenas soluciones factibles. También con esta misma idea se puede trabajar desde el campo de las metaheurísticas, dada su rapidez en términos computacionales. Por último, también se propone considerar el problema de fijar patrones de localías para cada uno de los equipos, con el objetivo de conseguir un conjunto de los mismos que garantice factibilidad. Aun más, dado un conjunto de patrones contenido en una solución factible, el proceso de optimización local desarrollado en este trabajo podría generalizarse permitiendo distintas combinaciones de asignación de estos patrones a los equipos, lo que puede conducir a mejoras en la solución y mantener el tiempo de resolución en niveles razonables, si es que algunos patrones permanecen fijos para un subconjunto de equipos.

Agradecimientos: Al Núcleo de Ciencias Milenio "Sistemas Complejos de Ingeniería" P04-066-F y a la Asociación Nacional de Fútbol Profesional (ANFP) por el apoyo económico para la concreción de este proyecto. El primer autor también es financiado por Fondecyt 1050747, Chile; UBACyT X184, UBA, Argentina y PROSUL 490333/2004-4, CNPq, Brasil.

Referencias

[1] A. Aggoun and A. Vazacopoulos. Solving sports scheduling and timetabling problems with constraint programming. In J. Gil-Lafuente and P.M. Pardalos, editors, *Economics, Management and Optimization in Sports*, pages 243–264. Springer, 2004.

[2] A. Anagnostopoulos, L. Michel, P. Van Hentenryck, and Y. Vergados. A simulated annealing approach to the traveling tournament problem. In *Proceedings CPAIOR'03*, Montreal, 2003.

[3] I. Anderson. *Combinatorial Designs and Tournaments*. Oxford Lecture Series in Mathematics and Its Applications. Oxford University Press, 1997.

[4] J. C. Bean and J. R. Birge. Reducing traveling costs and player fatigue in the national basketball association. *Interfaces*, (10):98–102, 1980.

[5] A. Cardemil and G. Durán. Un algoritmo tabú search para el traveling tournament problem. *Revista Ingeniería de Sistemas*, (18 (1)):95–115, 2004.

[6] D. Costa. An evolutionary tabu-search algorithm and the nhl scheduling problem. *INFOR*, (33):161–178, 1995.

[7] F. Della Croce, R. Tadei, and P.S. Asioli. Scheduling a round robin tennis tournament under courts and players availability constraints. *Annals of Operations Research*, (92):349–361, 1999.

[8] D. de Werra. Geography, games, and graphs. *Discrete Applied Mathematics*, 2:327–337, 1980.

[9] D. de Werra. Scheduling in sports. In P. Hansen, editor, *Studies on Graphs and Discrete Programming*, pages 381–395. Elsevier Science, 1981.

[10] D. de Werra. Minimizing irregularities in sports schedules using graph theory. *Discrete Applied Mathematics*, 4:217–226, 1982.

[11] J. Dinitz and M. Dinitz. Enumeration of balanced tournament designs on 10 points. *to appear in Journal of Combinatorial Mathematics and Combinatorial Computing*, 2004.

[12] K. Easton, G. Nemhauser, and M. Trick. The traveling tournament problem: description and benchmarks. In *Proceedings of the 7th. International Conference on Principles and Practice of Constraint Programming*, pages 580–584, Paphos, 2001.

[13] K. Easton, G.Nemhauser, and M. Trick. Solving the travelling tournament problem: a combined integer programming and constraint programming approach. In E. Burke and P. De Causmaecker, editors, *PATAT 2002, Lecture Notes in Computer Science*, volume 2740, pages 100–109. Springer, 2003.

[14] J.A. Ferland and C. Fleurent. Computer aided scheduling for a sports league. *INFOR*, (29):14–24, 1991.

[15] J.P. Hamiez and J.K. Hao. Solving the sports league scheduling problem with tabu search. *Lecture Notes in Computer Science*, 2148:24–36, 2001.

[16] J.P. Hamiez and J.K. Hao. A linear time algorithm to solve the sports league scheduling problem (prob026 of csplib). *Discrete Applied Mathematics*, 143:252–265, 2004.

[17] M. Henz. Constraint-based round robin tournament planning. In D. De Schreye, editor, *Proceedings of the International Conference on Logic Programming*, pages 545–557, Las Cruces, New Mexico, 1999. MIT Press.

[18] M. Henz. Scheduling a major college basketball conference-revisited. *Operations Research*, 49:163–168, 2001.

[19] M. Henz, T. Müller, T. Tan, and S. Thiel. The pairing constraint for round robin tournament scheduling. Preprint, School of Computing at the National University of Singapore, 2000.

[20] M. Henz, T. Müller, and S. Thiel. Global constraints for round robin tournament scheduling. *European Journal of Operational Research*, (153):92–101, 2004.

[21] G. L. Nemhauser and M.A. Trick. Scheduling a major college basketball conference. *Operations Research*, (46):1–8, 1998.

[22] C.C. Ribeiro and S. Urrutia. Heuristics for the mirrored traveling tournament problem. *to appear in European Journal of Operational Research*, 2005.

[23] A. Schaerf. Scheduling sport tournaments using constraint logic programming. *Discrete Applied Mathematics*, 4:43–65, 1999.

[24] J.A.M. Schreuder. Combinatorial aspects of construction of competition dutch professional football leagues. *Discrete Applied Mathematics 35*, pages 301–312, 1992.

[25] M.A. Trick. Integer and constraint programming approaches for round-robin tournament scheduling. In E. Burke and P. De Causmaecker,

editors, *Lecture Notes in Computer Science*, volume 2740, pages 63–77. Springer-Verlag GmbH, 2003.

[26] T.L. Urban and R.A. Russell. Scheduling sports competitions on multiple venues. *European Journal of Operational Research*, 148:302–311, 2003.